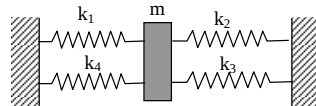


Ε. ΠΕΡΙΟΔΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ

Αρμονικές ταλαντώσεις

- (α) Έχετε στη διάθεσή σας ένα ελατήριο άγνωστης σταθεράς, μία μεταλλική σφαίρα άγνωστου βάρους, ένα χρονόμετρο και μία ζυγαριά. Να προτείνετε ένα πείραμα για τον υπολογισμό της σταθεράς του ελατηρίου εξηγώντας το με τις απαιτούμενες μαθηματικές σχέσεις.
- (α) Να αποδείξετε ότι σε μια απλή αρμονική ταλάντωση η ολική μηχανική ενέργεια ($E=K+U$) παραμένει χρονικά σταθερή. (β) Να γράψετε (χωρίς απόδειξη) τις χρονικές εξισώσεις $K=f(t)$, $U=f(t)$ και $E=f(t)$ εξηγώντας τα σύμβολα που χρησιμοποιούνται. Να κάνετε σε κοινούς άξονες τα διαγράμματα $K=f(t)$, $U=f(t)$ και $E=f(t)$.
- Η ανάρτηση ενός αυτοκινήτου μάζας 1500kg και αποτελείται από τέσσερα όμοια ελατήρια, ένα σε κάθε τροχό. Όταν συναντήσει μια ανωμαλία στο οδόστρωμα το αυτοκίνητο δονείται με περίοδο 2sec . Να υπολογίσετε τη σταθερά του καθενός ελατηρίου της ανάρτησης. Να αγνοήσετε την απόσβεση των κραδασμών. Δίνεται $\pi^2 \approx 10$.
- (α) Τι είναι το φαινόμενο του συντονισμού στις μηχανικές ταλαντώσεις; (β) Να αναφέρετε ένα παράδειγμα θετικής αξιοποίησης του φαινομένου και ένα όπου έχει αρνητικές επιπτώσεις. (γ) Μία σφαίρα δεμένη στο άκρο ενός ιδανικού ελατηρίου εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση με τη βοήθεια ενός περιοδικού διεγέρτη. Να παραστήσετε γραφικά την εξάρτηση του πλάτους ταλάντωσης της σφαίρας από τη συχνότητα του διεγέρτη. Να κάνετε σε κοινούς άξονες τις γραφικές παραστάσεις για την περίπτωση που η σφαίρα κινείται μέσα (1) σε νερό και (2) σε λάδι.
- Τέσσερις (4) επιβάτες μέσης μάζας 65kg μπαίνουν σε αυτοκίνητο με ελαττωματικά αμορτισέρ και συμπιέζουν τα ελατήριά του κατά $5,0\text{cm}$. Αν η μάζα του αμαξώματος (χωρίς επιβάτες) είναι 1200kg , να υπολογίσετε (α) τη σταθερά του αμορτισέρ, (β) την περίοδο ταλάντωσης του φορτωμένου αυτοκινήτου (β) τη θερμότητα που ελευθερώνεται στα υγρά του αμορτισέρ όταν σε μία ανωμαλία του εδάφους το αυτοκίνητο αποκτά πλάτος ταλάντωσης $10,0\text{cm}$.
- Η κίνηση του εμβόλου ενός κινητήρα είναι κατά προσέγγιση απλή αρμονική. Η μάζα του εμβόλου είναι $0,40\text{kg}$, η μέγιστη διαδρομή του $0,10\text{m}$ και ο κινητήρας λειτουργεί με 2400στρ/λεπτό . Να υπολογίσετε (α) την επιτάχυνση του εμβόλου στο άκρο της διαδρομής του (β) τη μέγιστη δύναμη που δέχεται το έμβολο και (γ) τη μέγιστη ταχύτητα που αναπτύσσει το έμβολο. (δ) τη δύναμη που δέχεται στο άκρο της διαδρομής και (ε) τη μηχανική ενέργεια.
- Η ανάρτηση ενός αυτοκινήτου αποτελείται από 4 όμοια ελατήρια. Το μικτό βάρος του αυτοκινήτου είναι $16 \cdot 10^3 \text{ N}$. Όταν οι τροχοί προσκρούουν σε μικρή ανωμαλία του οδοστρώματος το αυτοκίνητο ταλαντώνεται κατακόρυφα με περίοδο $0,8\pi \text{ s}$. (α) Υπολογίστε τη σταθερά του καθενός ελατηρίου, θεωρώντας την ταλάντωση αμείωτη. (β) Αν κατά την πρόσκρουση το αυτοκίνητο αποκτά αρχικό πλάτος ταλάντωσης ίσο με 10 cm , υπολογίστε τη θερμότητα που θα εκλυθεί στο σύστημα ανάρτησης κατά την απόσβεση των κραδασμών.
- Ενας ξύλινος κύβος μάζας $M=0,9\text{kg}$ ισορροπεί σε λείο οριζόντιο δάπεδο δεμένος στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k . Ενα κομμάτι λάσπης μάζας $m=0,1\text{kg}$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα $u_0=5\text{m/s}$ και προσκολλάται στον κύβο, οπότε προκαλεί μέγιστη συμπίεση του ελατηρίου κατά $x_0=2\text{cm}$. Να προσδιορίσετε (α) τη σταθερά του ελατηρίου k και (β) την περίοδο με την οποία θα ταλαντωθεί ο κύβος με τη λάσπη.
- Το σώμα στο διπλανό σχήμα έχει μάζα $m=400\text{gr}$ και τα ελατήρια έχουν σταθερές $k_1=k_3=150\text{N/m}$ $k_2=k_4=50\text{N/m}$. Απομακρύνουμε το σώμα κατά 10cm από τη θέση ισορροπίας



του και το αφήνουμε ελεύθερο. Να βρείτε : (α) την περίοδο της ταλάντωσης που θα εκτελέσει, (β) τη ενέργεια που καταναλώσαμε για να το απομακρύνουμε από τη θέση ισορροπίας, (γ) τη μέγιστη ταχύτητα που θα αποκτήσει

10. Ένας αθλητής μάζας 75kg κρέμεται από τον οριζόντιο σωλήνα ενός μονόζυγου και εκτελεί αιωρήσεις μικρού πλάτους. Ο προπονητής του παρατηρεί ότι ο αθλητής εκτελεί 5 αιωρήσεις κάθε 20 δευτερόλεπτα και διέρχεται από το κατώτερο σημείο της τροχιάς του με γωνιακή ταχύτητα περιστροφής 0.12rad/s. Αν το κέντρο βάρους του αθλητή θεωρήσουμε ότι βρίσκεται στη μέση του που απέχει 1,2m από το μονόζυγο, να υπολογίσετε (α) τη ροπή αδράνειάς του και (β) τη μέγιστη κινητική του ενέργεια.
11. Ράβδος μήκους 0,3m μπορεί περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το πάνω άκρο της Α. Αρχικά η ράβδος ισορροπεί στην κατακόρυφη θέση. Αν εκτραπεί κατά μία μικρή γωνία ($\sim 2^0-3^0$) από τη θέση ισορροπίας, δείξτε ότι θα εκτελέσει στροφική ταλάντωση και υπολογίστε την περίοδό της. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$ και $\pi \approx 3,14$.

Σύνθεση ταλαντώσεων

12. Σύνθεση δύο αρμονικών ταλαντώσεων με την ίδια συχνότητα, ίδια θέση ισορροπίας και κάθετες διευθύνσεις ταλάντωσης. Με ποιές προϋποθέσεις η τροχιά του σώματος είναι : (α) ευθεία (β) κύκλος (γ) έλλειψη. Να δικαιολογήσετε με μαθηματικές σχέσεις την απάντησή σας.
13. Ένα υλικό σημείο μάζας $m = 0,2 \text{ kg}$ υπόκειται στη δράση δύο καθέτων μεταξύ τους περιοδικών δυνάμεων με εξισώσεις $F_x(t)=0,6 \text{ ημ}(10\pi t)$ (SI) και $F_y(t)=0,6 \text{ συν}(10\pi t)$ (SI). Να προσδιορίσετε το σχήμα και το χαρακτηριστικό μήκος της τροχιάς του. Δίνεται $\pi^2 \approx 10$.
14. Η τροχιά ενός ηλεκτρονίου υπό την επίδραση δύο AC τάσεων είναι έλλειψη με μεγάλο άξονα μήκους $a=10\text{cm}$ κατα μήκος του x-άξονα και μικρό άξονα μήκους $b=8\text{cm}$ κατά μήκος του y-άξονα. Αν το κέντρο της έλλειψης είναι στην αρχή του συστήματος συντεταγμένων, να γράψετε τις εξισώσεις κίνησης του ηλεκτρονίου στους δύο άξονες. Δίνεται η συχνότητα της AC τάσης $f=50\text{Hz}$.

Στ. ΜΗΧΑΝΙΚΑ (ΕΛΑΣΤΙΚΑ) ΚΥΜΑΤΑ

Κύμα – Ένταση – Στάθμη Εντασης(decibel)

15. Να διορθώσετε (αν είναι λανθασμένη) ή να αντιγράψετε όπως είναι (αν είναι σωστή) καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις : (α) Ένα στάσιμο κύμα μεταφέρει ενέργεια αλλά δεν μεταφέρει ορμή. (β) Η ένταση ενός ηχητικού κύματος σε ένα σημείο του χώρου είναι ευθέως ανάλογη με το τετράγωνο του πλάτους ταλάντωσης των στοιχειωδών μαζών του αέρα. (γ) Πηγή εκπέμπει ηχητικά κύματα στο χώρο. Η ένταση του ηχητικού κύματος σε ένα σημείο του χώρου είναι αντιστρόφως ανάλογη με την απόσταση του σημείου από την πηγή του κύματος. (δ) Σε μία χορδή μπορεί να σχηματιστεί στάσιμο κύμα με ελάχιστη συχνότητα $f_0=c/4L$, όπου c =ταχύτητα ήχου και L =μήκος χορδής. (ε) Τα εγκάρσια σεισμικά κύματα διαδίδονται με μεγαλύτερη ταχύτητα στο φλοιό της Γής από τα διαμήκη. (στ) Η εξίσωση κύματος που διαδίδεται στο θετικό άξονα-x με πλάτος 10mm, συχνότητα 2000Hz και ταχύτητα 2000m/s έχει εξίσωση : $y(x,t)=0,01\eta\mu(2\pi[1000t-x])$ (S.I.)
16. (α) Να δώσετε τον ορισμό της έντασης ενός ελαστικού κύματος. Ποιά είναι η μονάδα μέτρησης στο SI ; (β) Όταν ένα σφαιρικό κύμα διαδίδεται σε ένα ελαστικό μέσο (χωρίς

απόσβεση) να αποδείξετε πως μειώνεται η έντασή του σε συνάρτηση με την απόστασης από την πηγή. Να κάνετε τη γραφική παράσταση έντασης-απόστασης από την πηγή.

17. (α) Πως ορίζεται η στάθμη (ή επίπεδο) έντασης ενός ήχου ; (β) Ένας άνθρωπος στέκεται στο μπαλκόνι ενός κτιρίου και με τη βοήθεια κατάλληλης συσκευής μετρά τη στάθμη διαφόρων ήχων. Όταν από μπροστά του διέρχεται ένα αυτοκίνητο η συσκευή δείχνει 50db, ενώ όταν συζητούν δίπλα του δύο φίλοι του η συσκευή δείχνει 65db. Ποιά θα είναι η ένδειξη της συσκευής όταν οι φίλοι του συζητούν ενώ ταυτόχρονα περνά από μπροστά ένα αυτοκίνητο;
18. Το πέρασμα ενός αυτοκινήτου τύπου X μπροστά από το μετρητή θορύβου σε ένα δρόμο προκαλεί ένδειξη 55db. Πόση θα είναι η ένδειξη του μετρητή αν περάσουν ταυτόχρονα μπροστά του δύο αυτοκίνητα τύπου X; [Υπόδειξη : Ισχύει $\log(ab) = \log(a) + \log(b)$]
19. (α) Πως ορίζεται η στάθμη (ή επίπεδο) έντασης ενός ήχου ; (β) Πως ορίζεται η ένταση ενός κύματος; Τι μονάδες έχει στο SI; (γ) Πόσο διαφέρουν οι στάθμες δύο ήχων αν οι εντάσεις τους έχουν λόγο $J_2/J_1=100$; (δ) Ένα ηχητικό κύμα διαδίδεται στο χώρο. Να γράψετε τη σχέση έντασης-απόσταση από την πηγή και να την παραστήσετε γραφικά.
20. Η ένταση ενός ηχητικού κύματος σε απόσταση 10m από την πηγή είναι 1 kW/m^2 . Να υπολογίσετε την ισχύ της ηχητικής πηγής. Να θεωρήσετε ότι κατά τη διάδοση του κύματος δε συμβαίνει απορρόφηση ενέργειας.
21. Μια σειρήνα βρίσκεται στην κορυφή ενός στύλου και εκπέμπει ηχητικό σήμα ομοιόμορφα προς όλες τις κατευθύνσεις. Η ένταση του ήχου σε απόσταση 2,00m από το στύλο είναι $0,400 \text{ W/m}^2$. Να υπολογίσετε (α) Σε πόση απόσταση από το στύλο η ένταση θα είναι $0,100 \text{ W/m}^2$ και (β) Πόση είναι η συνολική ακουστική ισχύς που εκπέμπεται από τη σειρήνα, αν θεωρήσουμε ότι ο ήχος διαδίδεται στον αέρα με αμελητέα απορρόφηση. (γ) Πόση είναι η εκπεμπόμενη ισχύς αν συμβαίνει απορρόφηση της ηχητικής ισχύος κατά 10% για κάθε μέτρο απόστασης από την πηγή; Δίνεται εμβαδό σφαίρας $S=4\pi r^2$.
22. Σύμφωνα με τη νομοθεσία για την Υγεία και Ασφάλεια στην Εργασία (ΥΑΕ) η μέγιστη επιτρεπόμενη (σταθερή) ηχοστάθμη σε εργασιακό περιβάλλον και 8ωρη βάρδια είναι 85db. Να υπολογίσετε: (α) Πόση είναι σύμφωνα με τη νομοθεσία η μέγιστη επιτρεπόμενη ένταση θορύβου (σε W/m^2) για ένα εργαζόμενο; (β) Πόση είναι η μέγιστη ηχητική πυκνότητα ενέργειας (σε J/m^2) που δέχεται ένας εργαζόμενος κατά τη διάρκεια της βάρδιάς του; Δίνεται το κατώφλι ακοής (δηλαδή, η ένταση που αντιστοιχεί σε μηδενική ηχοστάθμη) $J_0=10^{-12} \text{ W/m}^2$. Να θεωρήσετε αμελητέα την απορρόφηση θορύβου από τον αέρα στο χώρο εργασίας.
23. Ένα σκαπτικό κομπρεσέρ δημιουργεί στάθμη θορύβου 100db. Αν το όριο πόνου του ανθρώπινου αυτιού είναι 120db, να υπολογίσετε ποιός είναι ο μέγιστος αριθμός κομπρεσερ στο θόρυβο των οποίων μπορεί να υποβληθεί το ανθρώπινο αυτί.

Στάσιμα Κύματα

24. Η χοδή μιάς κιθάρας έχει μήκος 1,2 m, μάζα 150 g και η θεμελιώδης συχνότητα που παράγει είναι 2 kHz. Πόση είναι η τείνουσα δύναμη της χορδής.
25. (α) Να αποδείξετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος για μια τεντωμένη χορδή. Να εξηγήσετε τα σύμβολα που χρησιμοποιείτε. (β) Η χορδή μιάς κιθάρας έχει μήκος 1m και η ταχύτητα του ήχου στη χορδή είναι 2000m/sec. Μπορούμε με αυτή τη χορδή να παράγουμε ήχο συχνότητας 500Hz ;
26. Μια φλογέρα έχει μήκος $d=30\text{cm}$. (α) Να υπολογίσετε τη θεμελιώδη ηχητική συχνότητα που μπορεί να παράγει (β) Ποιά είναι η αμέσως μεγαλύτερη συχνότητα που μπορεί να παράγει; Να

θεωρήσετε ότι η φλογέρα είναι ηχητικός σωλήνας ανοιχτός από τη μία μόνο πλευρά. Δίνεται η ταχύτητα του ήχου στον αέρα $c=340\text{m/s}$.

27. Η χορδή μιάς κιθάρας έχει μήκος 1m και η ταχύτητα του ήχου στη χορδή είναι 2000m/sec . (α) Ποιές συχνότητες μπορεί να παράγει η χορδή αυτή; (β) Να σχεδιάσετε τα στιγμιότυπα των στασίμων κυμάτων που αντιστοιχούν στις τρεις πρώτες αρμονικές ($f_0, 2f_0, 3f_0$). (γ) Πόσο απέχουν δύο διαδοχικοί δεσμοί σε κάθε μία από τις 3 πρώτες αρμονικές (δ) Σε πόση απόσταση από το άκρο της πρέπει να πιέσει με το δάκτυλό του ο κιθαρίστας τη χορδή ώστε η θεμελιώδης συχνότητα που παράγει να είναι 1250Hz ;
28. Σε χορδή κιθάρας μήκους $L=1\text{m}$ το ηχητικό κύμα διαδίδεται με ταχύτητα $c=2000\text{m/s}$. (α) Ποιές είναι οι συχνότητες των αρμονικών που μπορεί να παράγει η χορδή αυτή; (β) Όταν τεντώσει περισσότερο τη χορδή ο κιθαρίστας, τι παθαίνουν οι συχνότητες αυτές; Δικαιολογήστε την απάντησή σας χρησιμοποιώντας τις κατάλληλες σχέσεις.
29. Ηχητική πηγή εκπέμπει ομοιόμορφα προς όλες τις κατευθύνσεις. Σε απόσταση 2m από αυτή ένας μετρητής καταγράφει ένταση ήχου ίση με 2.5W/m^2 . Να βρείτε την ισχύ που εκπέμπει η ηχητική πηγή, αν κατά τη διάδοση του σήματος (α) δε συμβαίνει απορρόφηση της ηχητικής ισχύος, (β) συμβαίνει 5% απορρόφηση σε κάθε 1m διάδοσης.
30. Να εξετάσετε ως προς τη ορθότητά της την παρακάτω πρόταση : Σε μία χορδή μήκους $L=25\text{cm}$ μπορούν να σχηματιστούν στάσιμα κύματα με συχνότητες $f_0=2\text{kHz}$, 4kHz , 6kHz , ..., όταν η ταχύτητα του ήχου στην τεντωμένη χορδή είναι $c=2000\text{m/s}$.
31. Ένας μουσικός αυλός ανοιχτός και από τα δύο άκρα έχει διαδοχικές αρμονικές συχνότητες 240Hz και 280Hz . (α) Ποιό είναι το μήκος του αυλού; (β) Ποιάς τάξης είναι οι αρμονικές αυτές; (γ) Πόσο απέχουν μεταξύ τους δύο διαδοχικοί δεσμοί της αρμονικής με συχνότητα 240Hz ; Δίνεται η ταχύτητα του ήχου στον αέρα $c=340\text{m/s}$.
32. (α) Πόσο μήκος πρέπει να έχει ένας ηχητικός σωλήνας ανοιχτός από τη μία ακρη μόνο, ώστε σε κανονική θερμοκρασία ($T=300\text{K}$) να παράγει θεμελιώδη συχνότητα 215Hz ; Δίνεται η σχέση για την ταχύτητα του ήχου στον αέρα $C = (\gamma RT/M)^{1/2}$, όπου $\gamma = 1,4$, $R = 8,315\text{J/mol}\cdot\text{K}$, $M = 0,0288\text{g/mol}$. (β) Πόσο τοίς εκατό θα μετατοπιστεί η θεμελιώδης συχνότητα αν η θερμοκρασία του αέρα αυξηθεί σε $T'=330\text{K}$;
33. Να διορθώσετε (αν είναι λανθασμένη) ή να αντιγράψετε όπως έχει (αν είναι σωστή) καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις : (α) Ένα στάσιμο κύμα μεταφέρει ενέργεια. (β) Κατά τη διάθλαση ενός οπτικού κύματος μεταβάλλεται το μήκος κύματος. (γ) Πηγή εκπέμπει ηχητικά κύματα στο χώρο. Η ένταση του ηχητικού κύματος σε ένα σημείο του χώρου είναι αντιστρόφως ανάλογη με την απόσταση του σημείου από την πηγή του κύματος. (δ) Σε μία δοκό που έχει το ένα άκρο της ακλόνητα στερεωμένο και το άλλο ελεύθερο μπορεί να σχηματιστεί στάσιμο κύμα με ελάχιστη συχνότητα $\nu_0=c/8L$. (ε) Σε χορδή δημιουργείται στάσιμο κύμα με εξίσωση $y=20\sin(2\pi x/6)\eta\mu(2\pi t/10)$, [$y\rightarrow\text{cm}$, $x\rightarrow\text{m}$, $t\rightarrow\text{sec}$]. Η απόσταση από μία κοιλία μέχρι τον αμέσως επόμενο δεσμό είναι $1,5\text{cm}$.
34. Να διορθώσετε (αν είναι λανθασμένη) ή να αντιγράψετε όπως είναι (αν είναι σωστή) καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις : (α) Η ένταση ενός ηχητικού κύματος σε ένα σημείο του χώρου είναι ευθέως ανάλογη με το τετράγωνο του πλάτους ταλάντωσης των στοιχειωδών μαζών του αέρα. (β) Σε μία χορδή μπορεί να σχηματιστεί στάσιμο κύμα με ελάχιστη συχνότητα $f_0=c/4L$, όπου c =ταχύτητα ήχου και L =μήκος χορδής. (γ) Τα εγκάρσια σεισμικά κύματα διαδίδονται με μεγαλύτερη ταχύτητα στο φλοιό της Γης από τα διαμήκη. (δ) Σε μία χορδή μπορεί να σχηματιστεί στάσιμο κύμα με ελάχιστη συχνότητα $f_0=c/4L$ και όλα τα περιττά πολλαπλάσια της ($3f_0, 5f_0, 7f_0, \dots$) (c =ταχύτητα ήχου, L =μήκος χορδής). (ε) Αν ηχος έντασης J έχει στάθμη (επίπεδο έντασης) β , τότε ήχος έντασης $2J$ έχει στάθμη 2β .

35. Η οριζόντια χορδή του διπλανού σχήματος έχει μάζα $m=80\text{gr}$ και μήκος $L=80\text{cm}$. Το αναρτημένο σώμα έχει βάρος $B=360\text{N}$. Να υπολογίσετε τη χαμηλότερη συχνότητα που μπορεί να παράγει η χορδή.

