



ΤΜΗΜΑ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΩΝ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ ΜΟΝΙΜΟΥ ΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΣ ΣΕ ΑΣΥΓΧΡΟΝΕΣ  
ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΜΗΧΑΝΕΣ ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΟΥ ΡΕΥΜΑΤΟΣ

ΠΛΑΤΑΝΙΤΗΣ ΚΥΡΙΑΚΟΣ

ΣΤΕΡΓΙΟΥ ΑΝΑΡΓΥΡΟΣ

ΑΠΡΙΛΙΟΣ 2018

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ:

ΔΡΙΤΣΑΣ ΛΕΩΝΙΔΑΣ

## ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η παρούσα πτυχιακή εργασία εκπονείται στα πλαίσια της πενταετούς υποχρεωτικής φοίτησης στο τμήμα Εκπαιδευτικών Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Εκπαιδευτικών Ηλεκτρονικών Μηχανικών του Εκπαιδευτικού ιδρύματος Α.Σ.ΠΑΙ.Τ.Ε., και αποτελεί το επιστέγασμα αυτής. Στόχος της πτυχιακής είναι η μελέτη και ο πειραματισμός σε ασύγχρονες ηλεκτρικές μηχανές εναλλασσομένου ρεύματος και η ανάλυση τους με μαθηματικό μοντέλο.

Στο πρώτο κεφάλαιο γίνεται μια εκτενής θεωρητική αναφορά στο κομμάτι των ηλεκτρικών μηχανών και στις αρχές λειτουργίας τους. Πιο συγκεκριμένα γίνεται ανάλυση στις ασύγχρονες τριφασικές μηχανές ως κινητήρες και γεννήτριες και στα στοιχεία που τις απαρτίζουν. Παραθέτονται αναλυτικά όλοι οι μαθηματικοί τύποι που χρειάζονται και που θα χρησιμοποιηθούν στα επόμενα κεφάλαια.

Στο δεύτερο κεφάλαιο δίνονται διάφορα παραδείγματα και εφαρμογές που αφορούν τους επαγωγικούς κινητήρες. Χωρίζεται σε δυο υπό-ενότητες, η πρώτη αφορά παραδείγματα για την ροπή και την ισχύ ενώ στην δεύτερη επεξηγείται πως υπολογίζονται οι σύνθετες αντιστάσεις και πως χρησιμοποιείται το θεώρημα Thevenin.

Στο τρίτο κεφάλαιο γίνεται μελέτη σε έναν επαγωγικό κινητήρα. Ποιο συγκεκριμένα μελετάται η ολίσθηση, η ταχύτητα μέγιστης ροπής καθώς και η μέγιστη ροπή όπως και η ροπή εκκίνησης. Στην συνέχεια γίνονται υπολογισμοί στα στοιχεία που μας δίνονται για έναν ασύγχρονο τριφασικό κινητήρα δακτυλιοφόρου δρομέα και τέλος παραθέτουμε την ανάλυση του σε κώδικα Matlab.

Στη συνέχεια στο τέταρτο κεφάλαιο γίνονται υπολογισμοί ταυτοποίησης για ασύγχρονους τριφασικούς κινητήρες.

Τέλος κλείνουμε με τα συμπεράσματα και τις παρατηρήσεις για την μελέτη της πτυχιακής.

## Contents

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 .....	6
1.1 ΓΕΝΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ .....	6
1.2 ΑΡΧΕΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΤΩΝ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΟΥ ΡΕΥΜΑΤΟΣ .....	6
1.3 ΑΣΥΓΧΡΟΝΕΣ ΤΡΙΦΑΣΙΚΕΣ ΜΗΧΑΝΕΣ ΩΣ ΚΙΝΗΤΗΡΕΣ ΚΑΙ ΓΕΝΝΗΤΡΙΕΣ .....	11
1.3.1 Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΟΛΙΣΘΗΣΗΣ ΚΑΙ ΤΥΠΟΙ .....	11
1.3.2 ΤΑΣΗ ΕΞ ΕΠΑΓΩΓΗΣ .....	13
1.3.3 ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΡΟΠΗΣ ΚΑΙ ΙΣΧΥΟΣ .....	15
1.3.4 ΡΟΗ ΙΣΧΥΟΣ ΚΑΙ ΑΠΩΛΕΙΕΣ ΣΤΙΣ ΜΗΧΑΝΕΣ ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΟΥ ΡΕΥΜΑΤΟΣ .....	21
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 .....	24
2 ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΣΕ ΕΠΑΓΩΓΙΚΟΥΣ ΚΙΝΗΤΗΡΕΣ .....	24
2.1 ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΜΕ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥΣ ΡΟΠΗΣ ΚΑΙ ΙΣΧΥΟΣ .....	25
Παράδειγμα 1: .....	25
Παράδειγμα 2: .....	27
Παράδειγμα 3: .....	30
2.2 ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΜΕ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥΣ ΡΟΠΗΣ ΙΣΧΥΟΣ ΚΑΙ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΑΝΤΙΣΤΑΣΕΩΝ .....	33
Παράδειγμα 4 .....	33
Παράδειγμα 5 .....	39
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 .....	43
3.1 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ ΤΗΣ ΟΛΙΣΘΗΣΗΣ $S_{\max}$ .....	44
3.2 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ ΤΗΣ ΜΕΓΙΣΤΗΣ ΡΟΠΗΣ $n_{\max}$ .....	44
3.3 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΜΕΓΙΣΤΗΣ ΡΟΠΗΣ $\tau_{\max}$ .....	44
3.4 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΡΟΠΗΣ ΕΚΚΙΝΗΣΗΣ $\tau_{start}$ .....	45
3.5 ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ ΤΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΩΝ ΣΕ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΑΣΥΓΧΡΟΝΟΥ ΤΡΙΦΑΣΙΚΟΥ ΚΙΝΗΤΗΡΑ ΔΑΚΤΥΛΙΟΦΟΡΟΥ ΔΡΟΜΕΑ .....	45
3.6 ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΔΕΥΤΕΡΟΒΑΘΜΙΑΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ ΣΕ ΚΩΔΙΚΑ ΜΑΤΛΑΒ .....	48
3.7 ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΡΟΠΗΣ-ΣΤΡΟΦΩΝ ΓΙΑ ΔΥΟ ΤΙΜΕΣ ΤΗΣ R2 .....	66
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 .....	67
4 ΠΕΙΡΑΜΑΤΑ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ ΤΑΥΤΟΠΟΙΗΣΗΣ .....	67
4.1 ΠΕΙΡΑΜΑ ΣΕ ΑΣΥΓΧΡΟΝΟ ΤΡΙΦΑΣΙΚΟ ΚΙΝΗΤΗΡΑ .....	68
4.2 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ ΤΑΥΤΟΠΟΙΗΣΗΣ .....	69

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 .....	74
5 ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ-ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	74

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

### 1.1 ΓΕΝΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ

- Ηλεκτρική μηχανή είναι η διάταξη που μετατρέπει τη μηχανική ενέργεια σε ηλεκτρική και αντίστροφα
- Οι ηλεκτρικές μηχανές λειτουργούν ως **γεννήτριες** και **κινητήρες**.
- Σε μια γεννήτρια η μηχανική ενέργεια με κάποιες απώλειες μετατρέπονται σε ηλεκτρική ενέργεια.
- Αντίθετα στους κινητήρες η ηλεκτρική ενέργεια με κάποιες απώλειες μετατρέπονται σε μηχανική ενέργεια.
- Αξίζει να σημειωθεί πως κάθε ηλεκτρική μηχανή μπορεί να εργάζεται είτε ως γεννήτρια είτε ως κινητήρας.

### 1.2 ΑΡΧΕΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΤΩΝ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΟΥ ΡΕΥΜΑΤΟΣ

Υπάρχουν δυο βασικές κατηγορίες ηλεκτρικών μηχανών εναλλασσομένου ρεύματος είναι οι σύγχρονες και οι ασύγχρονες.

Σε οποιαδήποτε ηλεκτρική μηχανή υφίστανται ταυτόχρονα δυο μηχανισμοί, ο μηχανισμός παραγωγής ροπής και ο μηχανισμός παραγωγής τάσης, χάρη στην δράση και στην αλληλεπίδραση των οποίων βασίζεται το όλο φαινόμενο της ηλεκτρομηχανικής μετατροπής της ενέργειας. Ο μηχανισμός παραγωγής της ροπής, βασίζεται στην προσπάθεια ευθυγράμμισης των δυο μαγνητικών πεδίων που δημιουργούνται από τα τυλίγματα του στάτη και του δρομέα.

Τα μαγνητικά πεδία δημιουργούνται μέσα από κατάλληλα διαμορφωμένα τυλίγματα, στο στάτη και τον δρομέα της ηλεκτρικής μηχανής. Η παραγωγή της τάσης σε ένα τύλιγμα, σχετίζεται άμεσα με την χρονική μεταβολή της πεπλεγμένης μαγνητικής ροής που δέχεται το ίδιο το τύλιγμα. Ανεξάρτητα από το είδος λειτουργίας της ηλεκτρικής μηχανής (κινητήρας ή γεννήτρια), οι μηχανισμοί παραγωγής τάσης και ροπής συνυπάρχουν και χάρη στη συνύπαρξη αυτή καθίσταται δυνατή η ηλεκτρομηχανική μετατροπή της ενέργειας.

Για τις μηχανές εναλλασσομένου ρεύματος Α.Σ. ισχύουν τα παρακάτω.

### ΓΕΝΝΗΤΡΙΑ

$$e_{ind} = k \cdot \Phi_{max} \cdot \omega_m \cdot \sin(\omega_m \cdot t)$$

όπου

$$\omega_m = \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60} \quad \text{ή} \quad \omega_{el} = \frac{P}{2} \cdot \omega_m$$

και

$$f_m = \frac{n}{60} \quad \text{ή} \quad f_{el} = \frac{n \cdot P}{120} \text{ (Hz)}$$

Η επαγόμενη τάση  $e_{ind}$  της μηχανής έχει ημιτονοειδή μορφή και εξαρτάται από

- Τη μαγνητική ροή του πεδίου στο εσωτερικό της  $\Phi$
- την ταχύτητα περιστροφής  $\omega_m$  του δρομέα
- μια σταθερά  $K$  που εξαρτάται από τα κατασκευαστικά χαρακτηριστικά της μηχανής.

## ΚΙΝΗΤΗΡΑΣ

$$\tau_{ind} = k \cdot (B_R \cdot B_S) = K \cdot B_R \cdot B_{net} \cdot \sin \delta$$

Η ροπή  $\tau_{ind}$  της μηχανής εξαρτάται από

- τη ένταση του μαγνητικού πεδίου του δρομέα  $B_R$
- τη ένταση του μαγνητικού πεδίου του στάτη  $B_S$
- το ημίτονο της μεταξύ τους γωνίας  $\delta$
- μια σταθερά  $K$  που εξαρτάται από τα κατασκευαστικά χαρακτηριστικά της μηχανής.

## ΤΡΙΦΑΣΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΡΕΥΜΑΤΩΝ – ΤΑΣΕΩΝ (TESLA)

Ένα τριφασικό σύστημα ρευμάτων παράγει ομοιόμορφο και στρεφόμενο μαγνητικό πεδίο στο εσωτερικό του στάτη μιας μηχανής, ενώ ένα ομοιόμορφο και στρεφόμενο μαγνητικό πεδίο μπορεί να παράγει τριφασικό σύστημα τάσεων σε ένα τέτοιο στάτη.

$$i_{aa'}(t) = I_M \sin(\omega \cdot t) \quad A$$

$$i_{bb'}(t) = I_M \sin(\omega \cdot t - 120^\circ) \quad A$$

$$i_{cc'}(t) = I_M \sin(\omega \cdot t - 240^\circ) \quad A$$

$$B_{net}(t) = (1.5 \cdot B_M \cdot \sin(\omega t))x - (1.5 \cdot B_M \cdot \cos(\omega t))y$$



Η αντιμετάθεση των ρευμάτων στα δύο από τα τρία τυλίγματα του στάτη αντιστρέφει τη φορά περιστροφής του μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό του.

$$\begin{aligned}e_{aa'}(t) &= K \cdot \Phi \cdot \omega \cdot \sin(\omega t) & V \\e_{bb'}(t) &= K \cdot \Phi \cdot \omega \cdot \sin(\omega t - 120^\circ) & V \\e_{cc'}(t) &= K \cdot \Phi \cdot \omega \cdot \sin(\omega t - 240^\circ) & V\end{aligned}$$

Η ισχύς (ηλεκτρική ή μηχανική) που μετατρέπεται στο διάκενο της μηχανής δίνεται ως:

$$P_{conv} = \tau_{ind} \cdot \omega_m$$

Όπου  $\tau_{ind}$  η ροπή εισόδου της μηχανής και  $\omega_m$  η ταχύτητα περιστροφής του δρομέα.

**Στις γεννήτριες έχουμε:**

$$P_{in} = \tau_{app} \cdot \omega_m$$

$$\text{και } P_{out} = \sqrt{3} \cdot V_L \cdot I_L \cdot \cos \theta$$

**Στους κινητήρες έχουμε:**

$$P_{in} = \sqrt{3} \cdot V_L \cdot I_L \cdot \cos \theta$$

$$P_{out} = \tau_{load} \cdot \omega_m$$

Οι τύποι ισχύουν και για ασύγχρονους τριφασικούς κινητήρες.

## 1.3 ΑΣΥΓΧΡΟΝΕΣ ΤΡΙΦΑΣΙΚΕΣ ΜΗΧΑΝΕΣ ΩΣ ΚΙΝΗΤΗΡΕΣ ΚΑΙ ΓΕΝΝΗΤΡΙΕΣ

### 1.3.1 Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΟΛΙΣΘΗΣΗΣ ΚΑΙ ΤΥΠΟΙ

Ονομάζουμε ολίσθηση (slip), το λόγο της σχετικής ταχύτητας του περιστρεφόμενου μαγνητικού πεδίου ως προς τον δρομέα προς την σύγχρονη ταχύτητα δηλαδή

$$\acute{\eta} \quad s = \frac{n_{sync} - n_m}{n_{sync}} \cdot 100\%$$

Η σύγχρονη ταχύτητα του πεδίου στάτη  $B_s$  εκφράζεται από την σχέση:

$$n_{sync} = \frac{120 f_{el}}{P}$$

Η ταχύτητα ολίσθησης ορίζεται ως η διαφορά της ταχύτητας του δρομέα από την σύγχρονη ταχύτητα

$$n_{slip} = n_{sync} - n_m$$

Όπου  $n_{slip}$  η ταχύτητα ολίσθησης της μηχανής.

Όπου  $n_{sync}$  η ταχύτητα των μαγνητικών πεδίων.

Όπου  $n_m$  η μηχανική ταχύτητα του άξονα της μηχανής.

Από τους δυο τύπους των εξισώσεων της ολίσθησης προκύπτουν οι παρακάτω τύποι:

$$n_m = (1 - s) \cdot n_{sync} \quad \acute{\eta} \quad \omega_m = (1 - s) \cdot \omega_{sync}$$

Στην σύγχρονη ταχύτητα ισχύει:

$$n_m = n_{sync} \quad s = 0 \quad f_r = 0$$

Το  $f_r$  είναι η συχνότητα στον δρομέα.

Αν ο δρομέας της μηχανής είναι ακίνητος τότε η συχνότητά του είναι ίση με την συχνότητα του στάτη:

$$n_m = 0 \quad s = 1 \quad f_r = f_e$$

Όπου  $f_e$  είναι η συχνότητα στον στάτη.

Σύμφωνα με τον τύπο της ολίσθησης η συχνότητα στον δρομέα είναι δυνατόν να γραφτεί ως  $f_r = s \cdot f_e$ .

Η παραπάνω εξίσωση μπορεί να πάρει διάφορες μορφές, μια από αυτές είναι:

$$f_r = s \cdot f_e \quad \text{ή} \quad f_r = \frac{P}{120} \cdot (n_{sync} - n_m)$$

### 1.3.2 ΤΑΣΗ ΕΞ ΕΠΑΓΩΓΗΣ

Όπως ακριβώς ένα τριφασικό σύστημα ρευμάτων, όταν εφαρμοστεί στο στάτη μιας μηχανής, παράγει στρεφόμενο μαγνητικό πεδίο στο εσωτερικό της, έτσι και η εφαρμογή ενός στρεφόμενου μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό της μηχανής παράγει σύστημα τριφασικών τάσεων εξ επαγωγής στα τυλίγματα του στάτη.

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η παραγωγή τριφασικής τάσης στα άκρα ενός στάτη με συστάδες που απέχουν 120 μοίρες μεταξύ τους.

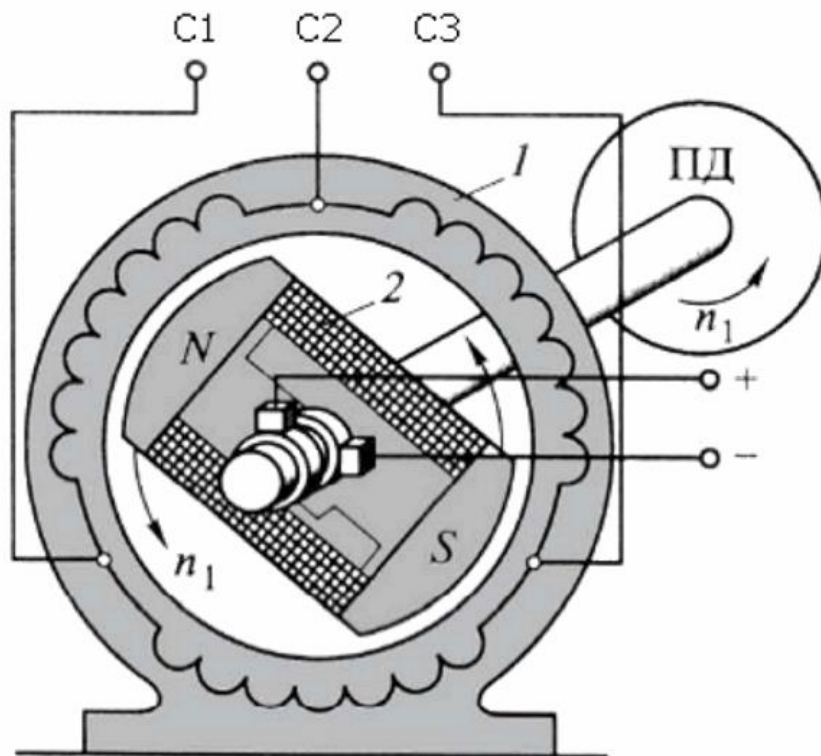


Figure 1

Αν γύρω από το μαγνητικό πεδίο του παραπάνω δρομέα τοποθετηθούν τρία αγωγίμα πλαίσια το καθένα από τα οποία διαθέτει η αγωγούς οι τάσεις εξ επαγωγής στα άκρα όλων των πλαισίων θα έχουν ημιτονοειδείς το ίδιο πλάτος, ενώ οι φάσεις τους θα διαφέρουν κατά 120 μοίρες.

### 1.3.3 ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΡΟΠΗΣ ΚΑΙ ΙΣΧΥΟΣ

Στη διάρκεια της κανονικής λειτουργίας μιας μηχανής εναλλασσομένου ρεύματος υφίστανται στο εσωτερικό της δυο μαγνητικά πεδία:

- Το μαγνητικό πεδίο του κυκλώματος του δρομέα
- Το μαγνητικό πεδίο του κυκλώματος του στάτη

Η αλληλεπίδραση αυτών των δυο πεδίων παράγει την ροπή εξόδου της μηχανής.

Η ανάπτυξη ροπής οφείλεται στην προσπάθεια ευθυγράμμισης των δυο μαγνητικών πεδίων στάτη και δρομέα. Για λειτουργία κινητήρα ανεξάρτητα του είδους της μηχανής, το μαγνητικό πεδίο προηγείται πάντα του πεδίου του δρομέα. Για να έχουμε κίνηση, δηλαδή μέση παραγόμενη ροπή διάφορη από το μηδέν, θα πρέπει να μην υπάρχει σχετική κίνηση μεταξύ των δυο αυτών πεδίων. Δηλαδή θα πρέπει ή τα δυο πεδία να περιστρέφονται με την ίδια ταχύτητα (μηχανές Ε.Ρ.) ή και τα δυο να είναι ακίνητα στο χώρο (μηχανές Σ.Ρ.).

Οι σχέσεις για την ισχύ και την ροπή των επαγωγικών κινητήρων είναι διαφορετικές από αυτές των σύγχρονων μηχανών επειδή η επαγωγικοί κινητήρες είναι μηχανές απλής διέγερσης. Ο επαγωγικός κινητήρας λειτουργεί ως στρεφόμενος μετασχηματιστής, η είσοδος του είναι ένα τριφασικό σύστημα ρευμάτων, όπου το δευτερεύον τύλιγμα (ο δρομέας) είναι βραχυκυκλωμένο και έτσι δεν εμφανίζεται ηλεκτρική ισχύς στην έξοδο της μηχανής. Αντίθετα η ισχύς εξόδου του κινητήρα είναι μηχανική. Η σχέση ανάμεσα στην ηλεκτρική ισχύ εισόδου και στην μηχανική ισχύ εξόδου ενός επαγωγικού κινητήρα παρουσιάζεται στο παρακάτω διάγραμμα ροής ισχύος.

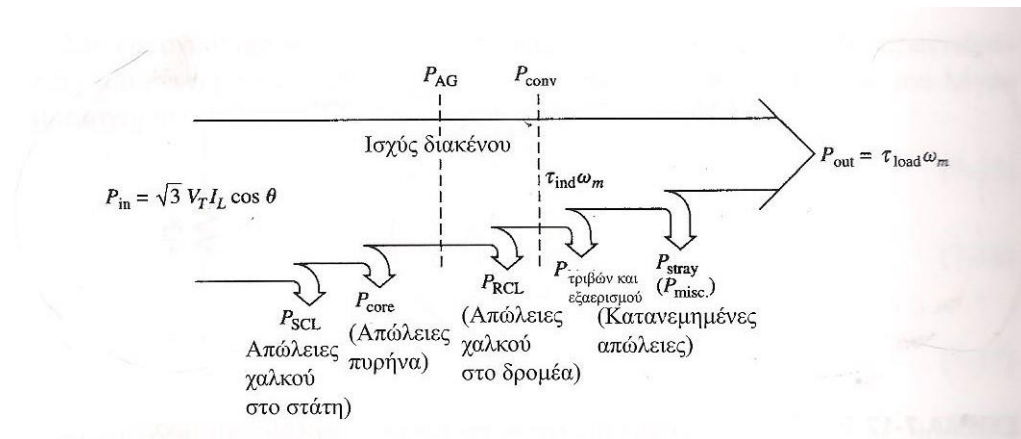


Figure 2 Διάγραμμα ροής ισχύος κινητήρα

Η ηλεκτρική ισχύς εισόδου στον κινητήρα  $P_{in}$  έχει την μορφή τριφασικού συστήματος τάσεων και ρευμάτων.

Οι τύποι που ισχύουν είναι οι παρακάτω:

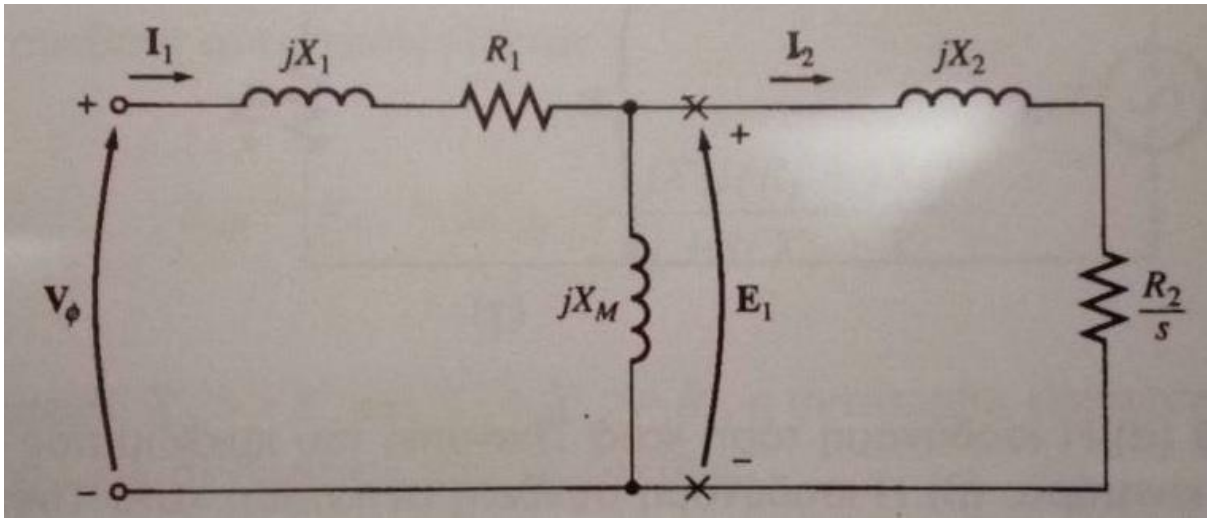
$$P_{in} = \sqrt{3} \cdot V_{\varphi} \cdot I_{\varphi} \cdot \cos \theta$$

Η ισχύς διακένου είναι: Το τμήμα της ηλεκτρικής ισχύος  $P_{in}$  που «περνάει απέναντι» μέσω επαγωγικού φαινομένου και είναι έτοιμη να μετατραπεί σε μηχανικά KW.

$$P_{AG} = P_{in} - P_{SCL} - P_{core}$$

Το ισοδύναμο κύκλωμα ενός επαγωγικού κινητήρα κατά thevenin είναι:





Επειδή η μοναδική κυκλωματική συνιστώσα που καταναλώνει την ενεργό ισχύ  $P_{AG}$  είναι ο αντιστάτης  $R_{\tau/s}$  συνεπώς:

$$P_{AG} = 3 \cdot I_2^2 \cdot \frac{R_2}{s}$$

Η αναπτυσσόμενη μηχανική ισχύς  $P_{conv}$  δηλαδή η ισχύς που τελικά θα μετατραπεί σε μηχανικά KW είναι:

$$P_{conv} = P_{AG} - P_{RCL} = 3 \cdot I_2^2 \cdot \frac{R_2}{s} - 3 \cdot I_2^2 \cdot R_2 = 3 \cdot I_2^2 \cdot R_2 \cdot \frac{1-s}{s} = (1-s) \cdot P_{AG}$$

Άρα η αναπτυσσόμενη ροπή είναι :

$$\tau_{ind} = \frac{P_{conv}}{\omega_m} = \frac{(1-s) \cdot P_{AG}}{(1-s) \cdot \omega_{sync}} = \frac{P_{AG}}{\omega_{sync}}$$

Λόγω του ότι έχουμε απώλειες περιστροφής (τριβής, ανεμισμού και κατανεμημένου φορτίου) η ισχύς εξόδου είναι:

$$P_{out} = P_{conv} - P_{F\&W} - P_{misc}$$

Για την μηχανική ροπή εξόδου έχουμε:

$$\tau_{load} = \frac{P_{out}}{\omega_m}$$

Σύμφωνα με το θεώρημα thevenin κάθε γραμμικό κύκλωμα που μπορεί να χωριστεί σε δυο σημεία από το υπόλοιπο σύστημα, είναι δυνατό να αντικατασταθεί από μια πηγή τάσης σε σειρά με μια σύνθετη αντίσταση.

Επομένως έχουμε:

$$V_{TH} = V_{\phi} \frac{jX_m}{R_1 + j(X_1 + X_m)}$$

$$Z_{TH} = R_{TH} + jX_{TH} = \frac{jX_m (R_1 + jX_1)}{R_1 + j \cdot (X_1 + X_m)}$$

Επειδή  $X_m \gg X_1$  και  $X_m + X_1 \gg R_1$

$$R_{TH} \approx R_1 \left( \frac{X_m}{X_1 + X_m} \right)^2 \quad X_{TH} \approx X_1$$

$$I_2 = \frac{V_{TH}}{Z_{TH} + Z_2} = \frac{V_{TH}}{R_{TH} + R_2/s + j(X_{TH} + X_2)}$$

Έτσι, με βάση το απλοποιημένο ισοδύναμο κύκλωμα THEVENIN του επαγωγικού κινητήρα, το μέτρο της τάσης Thevenin δίνεται ως:

$$|V_{TH}| = V_\phi \frac{X_m}{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + X_m)^2}}$$

Και το μέτρο του ρεύματος είναι

$$|I_2| = \frac{|V_{TH}|}{\sqrt{(R_{TH} + R_2/s)^2 + (X_{TH} + X_2)^2}}$$

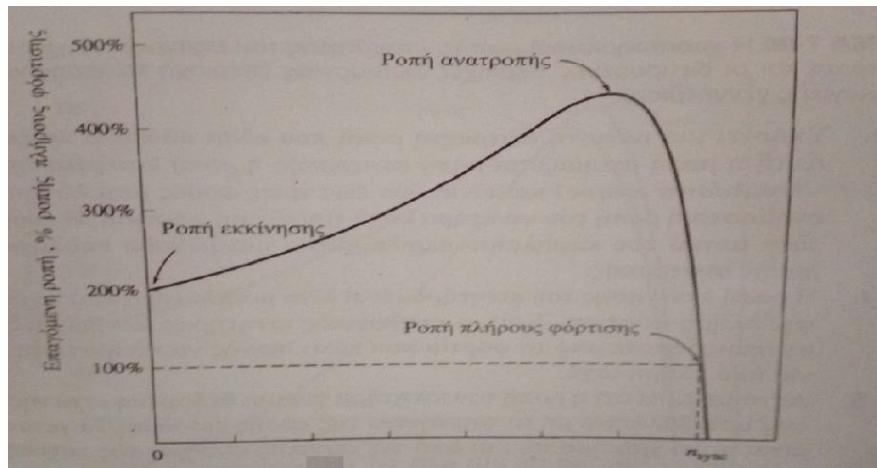
Επομένως, η ισχύς διακένου δίνεται από τη σχέση:

$$P_{AG} = 3 I_2^2 \frac{R_2}{s} = \frac{3 V_{TH}^2 R_2/s}{(R_{TH} + R_2/s)^2 + (X_{TH} + X_2)^2}$$

Και η επαγόμενη ή αναπτυσσόμενη ροπή δίνεται από τη σχέση

$$\tau_{(s)} = \frac{P_{AG}}{\omega_{sync}} = \frac{3 V_{TH}^2 R_2/s}{\omega_{sync} \left[ (R_{TH} + R_2/s)^2 + (X_{TH} + X_2)^2 \right]}$$

Το διάγραμμα ροπής στροφών δίνεται από την παρακάτω χαρακτηριστική.



Για  $s = 1$  τη στιγμή της εκκίνησης δίνεται η ροπή εκκίνησης από τη σχέση

$$\tau_{εκκ.} = \frac{3 V_{TH}^2 R_2}{\omega_{sync} \left[ (R_{TH} + R_2)^2 + (X_{TH} + X_2)^2 \right]}$$

### ΜΕΓΙΣΤΗ ΡΟΠΗ

Η μέγιστη ροπή ή ροπή ανατροπής εμφανίζεται όταν η ισχύς διακένου  $P_{AG}$  γίνει μέγιστη, δηλαδή όταν είναι μέγιστη η ισχύς που μεταφέρεται στην  $R_2/s$ .

Σύμφωνα με το Θεώρημα της μέγιστης μεταφερόμενης ισχύος αυτό ισχύει όταν

$$\frac{R_2}{s_{\max}} = \sqrt{R_{TH}^2 + (X_{TH} + X_2)^2}$$

όπου  $s_{\max}$  η ολίσθηση στην οποία ο κινητήρας αναπτύσσει τη μέγιστη ροπή (ροπή ανατροπής).

$$s_{\max} = \frac{R_2}{\sqrt{R_{TH}^2 + (X_{TH} + X_2)^2}}$$

Με αντικατάσταση της σχέσης για την μέγιστη ολίσθηση  $s_{\max}$  στην σχέση της αναπτυσσόμενης ροπής, προκύπτει ότι η τιμή της μέγιστης ροπής ή ροπής ανατροπής δίνεται από τη σχέση:

$$\tau_{\max} = \frac{3 V_{TH}^2}{2 \omega_{\text{sync}} \left[ R_{TH} + \sqrt{R_{TH}^2 + (X_{TH} + X_2)^2} \right]}$$

### 1.3.4 ΡΟΗ ΙΣΧΥΟΣ ΚΑΙ ΑΠΩΛΕΙΕΣ ΣΤΙΣ ΜΗΧΑΝΕΣ ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΟΥ ΡΕΥΜΑΤΟΣ

Οι γεννήτριες εναλλασσομένου ρεύματος καταναλώνουν μηχανική ισχύ και παράγουν ηλεκτρική, ενώ οι κινητήρες

εναλλασσομένου ρεύματος καταναλώνουν ηλεκτρική ισχύ και παράγουν μηχανική. Και στις δυο περιπτώσεις, η μηχανή δεν μετατρέπει όλη την λαμβανόμενη ισχύ σε ωφέλιμη μορφή στο άλλο άκρο – πάντα έχουμε κάποιες απώλειες κατά την διαδικασία αυτή. Η μελέτη και η διερεύνηση της επίδρασης των παραγόντων που συμβάλουν στις απώλειες των ηλεκτρικών μηχανών και κατά επέκταση διαμορφώνουν τον βαθμό απόδοσης, είναι βασικής σημασίας από τεχνικής αλλά και από οικονομικής πλευράς.

Κύριος στόχος κατά την σχεδίαση μιας ηλεκτρικής μηχανής είναι η όσο το δυνατόν μεγαλύτερη μείωση των απωλειών, αφενός μεν γιατί το κόστος της ισχύος αυτής είναι το ίδιο με εκείνο της ωφέλιμης ισχύος και αφετέρου διότι η ισχύς αυτή μπορεί να προκαλέσει έντονα προβλήματα υπερθέρμανσης με συνεπακόλουθα ενδεχόμενα λειτουργικά προβλήματα, όπως μείωση του ρυθμού και του χρονικού διαστήματος φόρτισης ή την ανάγκη λήψης πρόσθετων μέτρων ψύξης και προστασίας.

Η απόδοση μιας μηχανής εναλλασσομένου ρεύματος ορίζεται από την εξίσωση

$$n = \frac{P_{out}}{P_{in}} \cdot 100\%$$

Η διαφορά μεταξύ τις ισχύος εισόδου και τις ισχύος εξόδου μιας μηχανής είναι οι απώλειες που εμφανίζονται στο εσωτερικό της επομένως

$$n = \frac{P_{in} - P_{loss}}{P_{in}} \cdot 100\%$$

Οι απώλειες που εμφανίζονται στις μηχανές εναλλασσομένου ρεύματος χωρίζονται σε τέσσερις βασικές κατηγορίες:

- Ηλεκτρικές απώλειες ή απώλειες χαλκού

Οι απώλειες χαλκού είναι οι ωμικές απώλειες που εμφανίζονται στα τυλίγματα του στάτη και του δρομέα στην μηχανή. Οι απώλειες χαλκού του στάτη σε μια τριφασική μηχανή εναλλασσομένου ρεύματος δίνονται από την εξίσωση

$$P_{SCL} = 3 \cdot I_1^2 \cdot R_1^2$$

Όπου  $I_1$  το ρεύμα που ρέει σε κάθε φάση του σπλισμού και  $R_1$  η αντίσταση κάθε φάσης σπλισμού.

Οι απώλειες χαλκού του δρομέα σε μια σύγχρονη τριφασική μηχανή εναλλασσομένου ρεύματος δίνονται από την εξίσωση

$$P_{RCL} = 3 \cdot I_1^2 \cdot R_1^2$$

Όπου  $I_1$  το ρεύμα στο τύλιγμα της διέγερσης και  $R_1$  η αντίσταση του τυλίγματος διέγερσης.

- Απώλειες πυρήνα

Οι απώλειες πυρήνα είναι οι απώλειες υστέρησης και δινορρευμάτων που εμφανίζονται στα μεταλλικά μέρη του κινητήρα. Οι απώλειες πυρήνα δίνονται από την εξίσωση:

$$P_{core} = 3 \cdot E_1^2 \cdot G_C$$

Όπου  $E_1$  η μαγνητική ροή και  $G_C$  η δύναμη της ταχύτητας περιστροφής των μαγνητικών πεδίων.

- Μηχανικές απώλειες

Οι μηχανικές απώλειες είναι οι απώλειες που σχετίζονται με τα μηχανικά φαινόμενα. Υπάρχουν δυο είδη η **τριβή** και ο **εξαερισμός**. Οι απώλειες τριβής προκαλούνται από την τριβή στην μηχανή, ενώ οι απώλειες εξαερισμού προκαλούνται από την τριβή μεταξύ των κινούμενων μερών της μηχανής και του αέρα στο εσωτερικό του κινητήρα.

- Κατανεμημένες απώλειες

Είναι οι απώλειες που δεν υπάγονται σε καμία από της προηγούμενες κατηγορίες.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

### 2 ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΣΕ ΕΠΑΓΩΓΙΚΟΥΣ ΚΙΝΗΤΗΡΕΣ

Στο προηγούμενο κεφάλαιο ασχοληθήκαμε με την εισαγωγή και την ανάπτυξη εννοιών που αφορούν ασύγχρονους τριφασικούς κινητήρες και γεννήτριες. Έγινε αναφορά και ανάλυση σε τύπους και θεωρία που θα χρησιμοποιήσουμε στα παρακάτω παραδείγματα.



## 2.1 ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΜΕ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥΣ ΡΟΠΗΣ ΚΑΙ ΙΣΧΥΟΣ

### Παράδειγμα1:

Ενας επαγωγικός κινητήρας τεσσάρων πόλων έχει ονομαστική τάση, ισχύ και συχνότητα 208 V, 10 hp και 60 Hz, αντίστοιχα. Ο κινητήρας συνδέεται σε αστέρα και η ολίσθησή του στην πλήρη φόρτιση είναι 5 %.

- Ποια είναι η σύγχρονη ταχύτητα του κινητήρα;
- Ποια είναι η ταχύτητα περιστροφής του δρομέα κατά την λειτουργία με ονομαστικό φορτίο;
- Ποια είναι η συχνότητα στο δρομέα κατά τη λειτουργία με ονομαστικό φορτίο;
- Ποια είναι η ροπή που ασκείται στον άξονα του κινητήρα κατά τη λειτουργία με ονομαστικό φορτίο;

### Τυπολόγιο:

$$n_{sync} = \frac{120 f_e}{p}$$

$$n_m = (1 - s)n_{sync}$$

$$f_r = s f_e \quad f_r = \frac{p}{120(n_{sync} - n_m)}$$

$$\tau_{load} = \frac{P_{out}}{\omega_m}$$

### Μαθηματική επίλυση:

a) Η σύγχρονη ταχύτητα του κινητήρα είναι

$$n_{sync} = \frac{120 f_e}{P}$$
$$= \frac{120(60Hz)}{4πολοι} = 1800r / \text{min}$$

b) Η ταχύτητα περιστροφής του κινητήρα δίνεται από τη σχέση

$$n_m = (1 - s)n_{sync}$$
$$= (1 - 0,05)(1800r / \text{min}) = 1710r / \text{min}$$

c) Η συχνότητα στο δρομέα του κινητήρα δίνεται από τη σχέση  $f_r = s f_e = (0,05)(60Hz) = 3Hz$

Η συχνότητα στο δρομέα μπορεί, επίσης, να υπολογιστεί από την παρακάτω εξίσωση

$$f_r = \frac{P}{120} (n_{sync} - n_m)$$
$$= \frac{4}{120} (1800r / \text{min} - 1710r / \text{min}) = 3Hz$$

d) Η ροπή που αναπτύσσεται στον άξονα του δρομέα δίνεται από τη σχέση

$$\tau_{load} = \frac{P_{out}}{\omega_m}$$
$$= \frac{(10hp)(746W / hp)}{(1710r / \text{min})(2\pi rad / r)(1 \text{min} / 60s)} = 41,7N \cdot m$$

Η ροπή φορτίου του άξονα σε Αγγλικές μονάδες δίνεται από την παρακάτω εξίσωση

$$\tau_{load} = \frac{5252P}{n}$$

Όπου η  $\tau$  υπολογίζεται σε round-feet, η  $P$  σε ιπποδύναμη και η  $n_m$  σε στροφές ανά λεπτό. Επομένως,

$$\tau_{load} = \frac{5252(10hp)}{1710r / \text{min}} = 30,7lb \cdot ft$$

### Παράδειγμα 2:

Ενας τριφασικός επαγωγικός επαγωγικός κινητήρας με ονομαστική τάση, συχνότητα και ισχύ 480V, 60Hz, και 50 hp, αντίστοιχα, λειτουργεί με ρεύμα 60 A και με συντελεστή ισχύος 0,85 επαγωγικό. Οι απώλειες χαλκού στο στάτη είναι 2kW και οι απώλειες χαλκού στο δρομέα 700W. Οι απώλειες τριβής και εξαερισμού είναι 600W, οι απώλειες πυρήνα 1800W, ενώ οι κατανεμημένες απώλειες θεωρούνται αμελητέες.

Με τα παραπάνω δεδομένα θα μελετηθούν και θα υπολογιστούν οι παρακάτω ποσότητες:

- I. Η ισχύς διακένου **P<sub>AG</sub>**
- II. Η ισχύς που μετατρέπεται από ηλεκτρική σε μηχανική μορφή **P<sub>conv</sub>**
- III. Η ισχύς εξόδου **P<sub>out</sub>**
- IV. Η απόδοση του κινητήρα.

Τυπολόγιο:

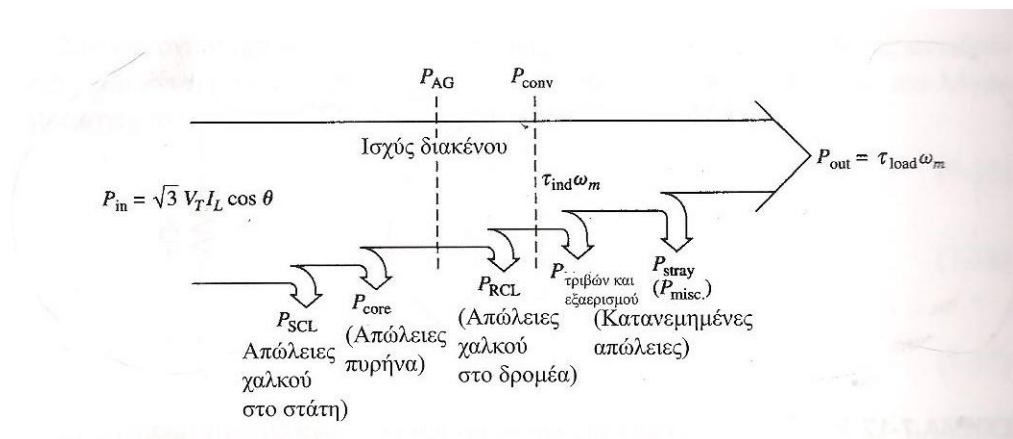
$$P_{in} = \sqrt{3}V_T I_L \cos \theta \quad P_{AG} = P_{in} - P_{SCL} - P_{core}$$

$$P_{conv} = P_{AG} - P_{RCL} \quad P_{out} = P_{conv} - P_{f\&w} - P_{misc}$$

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} 100\%$$

### Μαθηματική επίλυση:

Η απάντηση στα ερωτήματα θα δοθεί με τη βοήθεια του διαγράμματος ροής ισχύος που έχουμε παρακάτω



- I. Η ισχύς διακένου είναι ίση με την ισχύ εισόδου μείον τις απώλειες χαλκού στο στάτη. Η ισχύς εισόδου δίνεται από τη σχέση

$$P_{in} = \sqrt{3}V_T I_L \cos \theta$$

$$= \sqrt{3}(480V)(60A)(0,85) = 42,4kW$$

Από το διάγραμμα ροής ισχύος, η ισχύς διακένου είναι

$$\begin{aligned}P_{AG} &= P_{in} - P_{SCL} - P_{core} \\ &= 42,4kW - 2kW - 1,8kW = 38,6kW\end{aligned}$$

II. Από το διάγραμμα ροής ισχύος, η ισχύς που μετατρέπεται από ηλεκτρική σε μηχανική μορφή είναι

$$\begin{aligned}P_{con} &= P_{AG} - P_{RCL} \\ &= 36,8kW - 700W = 37,9kW\end{aligned}$$

III. Από το διάγραμμα ροής ισχύος, η ισχύς εξόδου του κινητήρα είναι

$$\begin{aligned}P_{out} &= P_{conv} - P_{F\&W} - P_{misc} \\ &= 37,9kW - 600W - 0W = 37,3kW\end{aligned}$$

Και σε ίππους

$$P_{out} = (37,3kW) \frac{1hp}{0,746kW} = 50hp$$

IV. Τελικά, η απόδοση του παραπάνω επαγωγικού κινητήρα είναι

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} \cdot 100\%$$

$$= \frac{37,3kW}{42,4kW} \cdot 100\% = 88\%$$

### Παράδειγμα 3:

Ενας επαγωγικός κινητήρας δύο πόλων λειτουργεί στα 50Hz και τροφοδοτεί με ισχύ 15kW το φορτίο του, που περιστρέφεται με ταχύτητα 2950 r/min

- Ποια είναι η τιμή της ολίσθησης του κινητήρα;
- Ποια είναι η τιμή της επαγόμενης ροπής στον κινητήρα;
- Ποια είναι η ταχύτητα λειτουργίας του κινητήρα, αν διπλασιαστεί η ροπή του;
- Πόση ισχύ θα παράγει ο κινητήρας, αν διπλασιαστεί η ροπή του;

Τυπολόγιο:

$$n = \frac{120}{P} f_e \quad S = \frac{n_{sync} - n_m}{n_{sync}} (100\%)$$

$$Z_{in} = \frac{P_{conv}}{\omega_m} \quad n_m = (1 - S)n_{sync}$$

$$P_{conv} = t_{ind} \omega_m$$

### Μαθηματική επίλυση:

- Η σύγχρονη ταχύτητα του κινητήρα είναι

$$n_{sync} = \frac{120 f_e}{P} = \frac{120(50Hz)}{2\pi \text{πολοί}} = 3000r / \text{min}$$

Οπότε η ολίσθηση του κινητήρα είναι

$$\begin{aligned} s &= \frac{n_{sync} - n_m}{n_{sync}} (100\%) \\ &= \frac{3000r / \text{min} - 2950r / \text{min}}{3000r / \text{min}} (100\%) \\ &= 0,0167 \text{ ή } 1,67\% \end{aligned}$$

- b) Επειδή στο πρόβλημα δε δόθηκε τιμή για τις μηχανικές απώλειες του κινητήρα, θεωρείται ότι η επαγόμενη ροπή είναι ίση με τη ροπή του φορτίου ή αλλιώς η ισχύς  $P_{conv}$  είναι ίση με την  $P_{load}$ . Έτσι η ροπή έχει τιμή

$$\begin{aligned} \tau_{ind} &= \frac{P_{conv}}{\omega_m} \\ &= \frac{15kW}{(2950r / \text{min})(2\pi \text{rad} / r)(1 \text{min} / 60s)} \\ &= 48,6N \bullet m \end{aligned}$$

- c) Στην περιοχή χαμηλής ολίσθησης η καμπύλη ροπής-ταχύτητας είναι γραμμική ως προς την ολίσθηση και η επαγόμενη ροπή είναι ανάλογη της ολίσθησης. Δηλαδή, αν η ροπή διπλασιαστεί, η νέα τιμή της ολίσθησης θα είναι 3,33%. Η ταχύτητα λειτουργίας σε αυτή την περίπτωση θα είναι

$$n_m = (1 - s)n_{sync} = (1 - 0,0333)(3000r / \text{min}) = 2900r / \text{min}$$

d) Η ισχύς που προσφέρει στο φορτίο του ο κινητήρας θα είναι

$$\begin{aligned} P_{conv} &= \tau_{ind} \omega_m \\ &= (97,2N \cdot m)(2900r / \text{min})(2\pi \text{rad} / r)(1 \text{min} / 60s) \\ &= 29,5kW \end{aligned}$$



## 2.2 ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΜΕ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥΣ ΡΟΠΗΣ ΙΣΧΥΟΣ ΚΑΙ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΑΝΤΙΣΤΑΣΕΩΝ

### Παράδειγμα 4

Ενας επαγωγικός κινητήρας συνδεδεμένος σε αστέρα, διαθέτει τέσσερις πόλους και έχει ονομαστική τάση, ισχύ και συχνότητα 460V, 25hp και 60Hz, αντίστοιχα. Οι σύνθετες αντιστάσεις στο ισοδύναμο μονοφασικό κύκλωμα του κινητήρα, που δίνονται παρακάτω, αναφέρονται στο στάτη της μηχανής

$$R_1 = 0,641\Omega$$

$$R_2 = 0,332\Omega$$

$$X_1 = 1,106\Omega$$

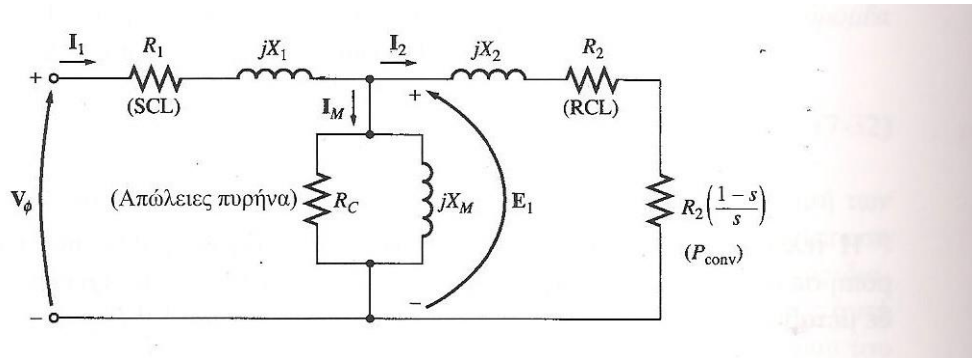
$$X_2 = 0,464\Omega$$

$$X_M = 26,3\Omega$$

Οι συνολικές απώλειες περιστροφής έχουν τιμή 1100W και θεωρούνται σταθερές. Οι απώλειες πυρήνα περιλαμβάνονται στις απώλειες περιστροφής. Αν η ολίσθηση του δρομέα είναι 2,2% στη λειτουργία με ονομαστική τάση και συχνότητα. Σε αυτές τις συνθήκες θα μελετηθούν και θα υπολογιστούν οι παρακάτω ποσότητες για τον κινητήρα

- Η ταχύτητα του
- Το ρεύμα του στάτη
- Ο συντελεστής ισχύος
- Οι  $P_{con}$  και  $P_{out}$
- Οι  $t_{ind}$  και  $t_{load}$
- Η απόδοση

Ισοδύναμο μονοφασικό κύκλωμα του κινητήρα, όπου έχουν χωριστεί μεταξύ τους οι απώλειες δρομέα και η  $P_{conv}$



### Τυπολόγιο:

$$n_{sync} = \frac{120 f_e}{P} \quad n_m = (1 - S)n_{sync} \quad Z_2 = \frac{R_2}{S} + jX_2$$

$$Z_f = \frac{1}{\left( \frac{1}{jX_M} + \frac{1}{Z_2} \right)} \quad Z_{tot} = Z_{stat} + Z_f \quad I_1 = \frac{V_\phi}{Z_{tot}}$$

$$P_{in} = \sqrt{3} V_T I_L \cos \theta \quad P_{SCL} = 3 I_1^2 R_1 \quad P_{AG} = P_{in} - P_{SCL}$$

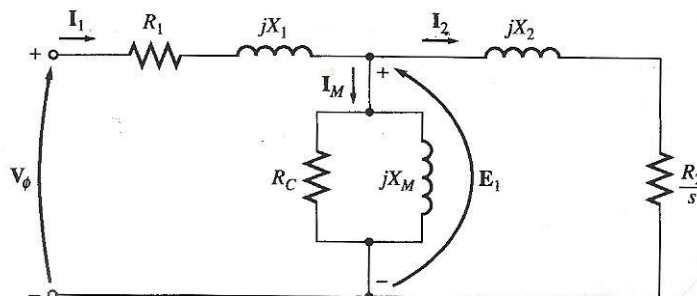
$$P_{out} = P_{conv} - P_{tot} \quad \tau_{load} = \frac{P_{in}}{\omega_M} \quad \tau_{load} = \frac{P_{out}}{\omega_M}$$

$$n = \frac{P_{out}}{P_{in}} 100\%$$

### Μαθηματική επίλυση:

Το ισοδύναμο μονοφασικό κύκλωμα του κινητήρα, φαίνεται στο σχήμα 1, ενώ το διάγραμμα ροής ισχύος δίνεται στο σχήμα 2 που έχουμε παρακάτω. Επειδή οι απώλειες πυρήνα του κινητήρα δίνονται μαζί με τις απώλειες τριβής, εξαερισμού και τις κατανεμημένες απώλειες, θα θεωρηθούν ως μηχανικές απώλειες και θα αφαιρεθούν μετά την  $P_{conv}$  στο διάγραμμα ροής ισχύος.

Σχήμα 1



a) Η σύγχρονη ταχύτητα έχει τιμή

$$n_{sync} = \frac{120 f_e}{P} = \frac{120(60Hz)}{4\text{πολοί}} = 1800r / \text{min}$$

Ή

$$\omega_{sync} = (1800r / \text{min}) \left( \frac{2\pi rad}{1r} \right) \left( \frac{1 \text{min}}{60s} \right) = 188,5 rad / s$$

Η ταχύτητα περιστροφής του άξονα της μηχανής είναι

$$\begin{aligned}
 n_m &= (1-s)n_{sync} \\
 &= (1-0,022)(1800r / \text{min}) = 1760r / \text{min}
 \end{aligned}$$

Ή

$$\begin{aligned}
 \omega_m &= (1-s)\omega_{sync} \\
 (1-0,022)(188,5rad / s) &= 184,4rad / s
 \end{aligned}$$

b) Το ρεύμα του στάτη υπολογίζεται αφού προσδιοριστεί η ισοδύναμη σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος. Αρχικά, υπολογίζεται η αντίσταση που προκύπτει από τον παραλληλισμό της ανακλώμενης σύνθετης αντίστασης με τον κλάδο μαγνήτισης. Κατόπιν, στην παραπάνω αντίσταση προστίθεται η αντίσταση του στάτη. Η ανακλώμενη σύνθετη αντίσταση του δρομέα έχει τιμή

$$\begin{aligned}
 Z_2 &= \frac{R_2}{s} + jX_2 \\
 &= \frac{0,332}{0,022} + j0,464 \\
 &= 15,09 + j0,464\Omega = 15,10\angle 1,76^\circ\Omega
 \end{aligned}$$

Ο συνδυασμός των σύνθετων αντιστάσεων του δρομέα και του κλάδου μαγνήτισης έχει τιμή

$$\begin{aligned}
Z_f &= \frac{1}{1/jX_M + 1/Z_2} \\
&= \frac{1}{-j0,038 + 0,0662 \angle -1,76^\circ \Omega} \\
&= \frac{1}{0,0773 \angle -31,1^\circ} = 12,94 \angle 31,1^\circ \Omega
\end{aligned}$$

Έτσι η συνολική σύνθετη αντίσταση έχει τιμή

$$\begin{aligned}
Z_{tot} &= Z_{stat} + Z_f \\
&= 0,641 + j1,106 + 12,94 \angle 31,1^\circ \Omega \\
&= 11,72 + j7,79 = 14,07 \angle 33,6^\circ \Omega
\end{aligned}$$

Το ρεύμα του στάτη είναι

$$\begin{aligned}
I_1 &= \frac{V_\varphi}{Z_{tot}} \\
&= \frac{266 \angle 0^\circ \text{V}}{14,07 \angle 33,6^\circ \Omega} = 18,88 \angle -33,6^\circ \text{A}
\end{aligned}$$

c) Ο συντελεστής ισχύος του κινητήρα έχει τιμή

$$PF = \cos 33,6^\circ = 0,833 \text{επαγωγικός}$$

d) Η ισχύς εισόδου στον κινητήρα έχει τιμή

$$\begin{aligned}
P_{in} &= \sqrt{3} V_T I_L \cos \theta \\
&= \sqrt{3} (460 \text{V}) (18,88 \text{A}) (0,833) = 12530 \text{W}
\end{aligned}$$

Οι απώλειες χαλκού στο στάτη της μηχανής είναι

$$\begin{aligned} P_{SCL} &= 3I_1^2 R_1 \\ &= 3(18,88A)^2 (0,641\Omega) = 685W \end{aligned}$$

Η ισχύς διακένου δίνεται από τη σχέση

$$P_{AG} = P_{in} - P_{SCL} = 12530W - 685W = 11845W$$

Έτσι, η ποσότητα της ισχύος που μετατρέπεται από ηλεκτρική σε μηχανική μορφή δίνεται από τη σχέση

$$P_{conv} = (1 - s)P_{AG} = (1 - 0,022)(11845W) = 11585W$$

Η ισχύς  $P_{out}$  είναι:

$$\begin{aligned} P_{out} &= P_{conv} - P_{rot} = 11585W - 1100W = 10485W \\ &= 10485 \left( \frac{1hp}{746W} \right) = 14,1hp \end{aligned}$$

e) Η επαγόμενη ροπή δίνεται από τη σχέση:

$$\begin{aligned} \tau_{load} &= \frac{P_{out}}{\omega_m} \\ &= \frac{11845W}{188,5rad/s} = 62,8N \cdot m \end{aligned}$$

Και η ροπή εξόδου είναι:

$$\begin{aligned}\tau_{load} &= \frac{P_{out}}{\omega_m} \\ &= \frac{10485W}{184,4rad/s} = 56,9N \cdot m\end{aligned}$$

f) Η απόδοση του κινητήρα στις συγκεκριμένες συνθήκες λειτουργίας είναι:

$$\begin{aligned}\eta &= \frac{P_{out}}{P_{in}} \cdot 100\% \\ &= \frac{10485W}{12530W} \cdot 100\% = 83,7\%\end{aligned}$$

### Παράδειγμα 5

Ενας επαγωγικός κινητήρας συνδεδεμένος σε αστέρα, διαθέτει τέσσερις πόλους και έχει ονομαστική τάση, ισχύ και συχνότητα 460V, 25hp και 60hz, αντίστοιχα. Οι σύνθετες αντιστάσεις στο ισοδύναμο μονοφασικό κύκλωμα του κινητήρα, που δίνονται παρακάτω, αναφέρονται στο στάτη της μηχανής

$$R_1 = 0,641\Omega \quad R_2 = 0,332\Omega$$

$$X_1 = 1,106\Omega \quad X_2 = 0,464\Omega \quad X_M = 26,3\Omega$$

- a) Ποια είναι η μέγιστη ροπή του κινητήρα; Σε ποια τιμή της ταχύτητας και της ολίσθησης εμφανίζεται αυτή η ροπή;
- b) Ποια είναι η ροπή εκκίνησης του κινητήρα;
- c) Όταν η αντίσταση στο δρομέα διπλασιαστεί, ποια θα είναι η νέα ταχύτητα στην οποία θα εμφανίζεται η μέγιστη ροπή; Ποια είναι η νέα ροπή εκκίνησης του κινητήρα;
- d) Υπολογίστε και παρουσιάστε γραφικά την χαρακτηριστική καμπύλη ροπής-ταχύτητας για τον συγκεκριμένο κινητήρα και με την αρχική αντίσταση του δρομέα και με την αντίστασή του διπλασιασμένη.

### Μαθηματική επίλυση:

Η τάση Thevenin του κινητήρα έχει τιμή

$$V_{TH} = V_{\phi} \frac{X_M}{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + X_M)^2}}$$

$$= \frac{(266V)(26,3\Omega)}{\sqrt{(0,641\Omega)^2 + (1,106\Omega + 26,3\Omega)^2}} = 255,2V$$

Η αντίσταση Thevenin έχει προσεγγιστική τιμή

$$R_{TH} \approx R_1 \left( \frac{X_M}{X_1 + X_M} \right)^2$$

$$\approx (0,641\Omega) \left( \frac{26,3\Omega}{1,106\Omega + 26,3\Omega} \right)^2 = 0,590\Omega$$



Η αντίσταση Thevenin είναι προσεγγιστικά

$$X_{TH} \approx X_1 = 1,106\Omega$$

a) Η ολίσθηση στην οποία εμφανίζεται η μέγιστη ροπή δίνεται από την παρακάτω εξίσωση

$$\begin{aligned} s_{\max} &= \frac{R_2}{\sqrt{R_{TH}^2 + (X_{TH} + X_2)^2}} \\ &= \frac{0,332\Omega}{\sqrt{(0,590\Omega)^2 + (1,106\Omega + 0,464\Omega)^2}} = 0,198 \end{aligned}$$

Αυτή η ολίσθηση αντιστοιχεί σε ταχύτητα περιστροφής

$$n_m = (1 - s)n_{sync} = (1 - 0,198)(1800r / \text{min}) = 1444r / \text{min}$$

Η ροπή στη συγκεκριμένη ταχύτητα είναι

$$\begin{aligned} \tau_{\max} &= \frac{3V_{TH}^2}{2\omega_{sync} \left[ R_{TH} + \sqrt{R_{TH}^2 + (X_{TH} + X_2)^2} \right]} \\ &= \frac{3(255,2V)^2}{2(188,5\text{rad} / \text{s}) \left[ 0,590\Omega + \sqrt{(0,590\Omega)^2 + (1,106\Omega + 0,464\Omega)^2} \right]} \\ &= 229\text{N} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

b) Η ροπή εκκίνησης του κινητήρα βρίσκεται εάν θέσουμε  $s=1$  σύμφωνα με την παρακάτω εξίσωση έχουμε

$$\begin{aligned}\tau_{start} &= \frac{3V_{TH}^2 R_2}{\omega_{sync} \left[ (R_{TH} + R_2)^2 + (X_{TH} + X_2)^2 \right]} \\ &= \frac{3(255,2V)^2 (0,332\Omega)}{(188,5rad / s) \left[ (0,590\Omega + 0,332\Omega)^2 + (1,106\Omega + 0,464\Omega)^2 \right]} \\ &= 104N \cdot m\end{aligned}$$

c) Αν η αντίσταση του δρομέα διπλασιαστεί, τότε και η ολίσθηση που αντιστοιχεί στη μέγιστη ροπή διπλασιάζεται επίσης. Έτσι

$$s_{max} = 0,396$$

Και η ταχύτητα στο σημείο της μέγιστης ροπής γίνεται

$$n_m = (1 - s)n_{sync} = (1 - 0,396)(1800r / \text{min}) = 1087r / \text{min}$$

Η μέγιστη ροπή παραμένει σταθερή και ίση με

$$\tau_{max} = 229N \cdot m$$

Τώρα η ροπή εκκίνησης είναι

$$\begin{aligned}\tau_{start} &= \frac{3(255,2V)^2 (0,664\Omega)}{(188,5rad / s) \left[ (0,590\Omega + 0,664\Omega)^2 + (1,106\Omega + 0,464\Omega)^2 \right]} \\ &= 170N \cdot m\end{aligned}$$

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

Έχουμε έναν ασύγχρονο τριφασικό (επαγωγικό) κινητήρα συνδεδεμένος σε αστέρα. Ο οποίος διαθέτει τέσσερις πόλους και έχει ονομαστική τάση, ισχύ και συχνότητα 400V, 7,5kWatt και 50Hz αντίστοιχα.

Τα παραπάνω στοιχεία αναγράφονται στο ταμπελάκι του κινητήρα.

Αντίθετα οι τιμές των αντιστάσεων στο ισοδύναμο μονοφασικό κύκλωμα του κινητήρα αναφέρονται στον στάτη της μηχανής και είναι οι εξής:

$$R_1 = 1\Omega \quad R_2 = 1\Omega \quad X_1 = 1\Omega \quad X_2 = 1\Omega \quad X_m = 50\Omega$$

Τα κατά Thevenin ισοδύναμα τάσης και σύνθετης αντίστασης υπολογίστηκαν και βρέθηκαν να είναι:

$$V_{TH,phasor} = 226.3 + 4.4e + 00i = 226.3 \angle 1.12^\circ V$$

Οι κατά Thevenin σύνθετες αντιστάσεις υπολογίστηκαν:

$$Z_{TH} = 0.96 + 0.99i \quad R_{TH} = 0.96\Omega \quad X_{TH} = 0.99\Omega$$

$$\{R_{TH,approx} = 0.96\Omega, \quad X_{TH,approx} = 1\Omega\}$$

Στην λειτουργία του κινητήρα μας με ονομαστική τάση και συχνότητα η ολίσθηση του δρομέα είναι  $s = 5\%$

Υπολογίζουμε σε αυτές τις συνθήκες φόρτισης τις παρακάτω ποσότητες

- $n_s = \frac{120f_e}{P} = \frac{120 \cdot 50}{4} = 1500rpm$
- $\omega_s = \frac{2\pi n_s}{50} = \frac{2\pi \cdot 1500}{50} = 157.07rad / s$
- $n_m = (1 - s)n_s = (1 - 5\%) \cdot 1500rpm = 1425rpm$

- $\omega_m = \frac{2\pi}{60} n_m = \frac{2 \cdot 3.14}{60} \cdot 1425 = 149 \text{ rad / sec}$

$$F_r = s \times F_s = 5\% \cdot 50 = 2.5 \text{ Hz}$$

### 3.1 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ ΤΗΣ ΟΛΙΣΘΗΣΗΣ $s_{\max}$

Υπολογίζουμε την τιμή ολίσθησης. Η τιμή ολίσθησης βρίσκεται από τον παρακάτω τύπο με βάση τα δεδομένα που έχουμε:

$$s_{\max} = \frac{R_2}{\sqrt{R_{TH}^2 + (X_{TH} + X_2)^2}} = \frac{1}{\sqrt{0.96^2 + (0.99 + 1)^2}} = 0.45$$

### 3.2 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ ΤΗΣ ΜΕΓΙΣΤΗΣ ΡΟΠΗΣ

$n_{\max}$

Υπολογίζουμε την ταχύτητα μέγιστης ροπής  $s_{\max}$  με τον παρακάτω τύπο παίρνοντας σαν δεδομένα την τιμή ολίσθησης και την σύγχρονη ταχύτητα της μηχανής  $n_s$

$$n_{\max} = (1 - s_{\max}) \cdot n_s = (1 - 0.45) \cdot 1500 = 825 \text{ rpm}$$

### 3.3 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΜΕΓΙΣΤΗΣ ΡΟΠΗΣ $\tau_{\max}$

Υπολογίζουμε την μέγιστη ροπή  $\tau_{\max}$ .

$$\begin{aligned}
\tau_{\max} &= \frac{3V_{TH}^2}{2\omega_{sync} \left[ R_{TH} + \sqrt{R_{TH}^2 + (X_{TH} + X_2)^2} \right]} \\
&= \frac{3(226.3V)^2}{2(157.07rad / s) \left[ 0.96\Omega + \sqrt{(0.96)^2 + (0.99\Omega + 1\Omega)^2} \right]} \\
&= 153.8Nm
\end{aligned}$$

### 3.4 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΡΟΠΗΣ ΕΚΚΙΝΗΣΗΣ $\tau_{start}$

Στην συνέχεια θα υπολογίσουμε την ροπή εκκίνησης του κινητήρα από τα γνωστά δεδομένα που έχουμε παραπάνω.

$$\begin{aligned}
\tau_{start} &= \frac{3V_{TH}^2 R_2}{\omega_{sync} \left[ (R_{TH} + R_2)^2 + (X_{TH} + X_2)^2 \right]} \\
&= \frac{3(226.3V)^2 (1\Omega)}{(157.07rad / s) \times \left[ (0.96\Omega + 1\Omega)^2 + (0.99\Omega + 1\Omega)^2 \right]} \\
&= 125Nm
\end{aligned}$$

### 3.5 ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ ΤΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΩΝ ΣΕ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΑΣΥΓΧΡΟΝΟΥ ΤΡΙΦΑΣΙΚΟΥ ΚΙΝΗΤΗΡΑ ΔΑΚΤΥΛΙΟΦΟΡΟΥ ΔΡΟΜΕΑ

Σε περίπτωση που ο κινητήρας είναι δακτυλιοφόρος («slip-ring») και θεωρώντας δεδομένη την ισοδύναμη ανά φάση αντίσταση του δρομέα ( $R_{2\_old} = 1\Omega$ ) θα βρούμε ποια είναι η τιμή της «επιπλέον» εξωτερικής αντίστασης  $\Delta R_2$  ανά φάση. Στην συνέχεια θα βρούμε που πρέπει να συνδέσουμε εν σειρά με το

τύλιγμα του δρομέα, ώστε να επιτύχουμε την εμφάνιση της μέγιστης ροπής του κατά την εκκίνηση.

Θα πάρουμε τον ακόλουθο τύπο:

$$T_{start,new} = \frac{3V_{TH}^2}{\omega_s} \times \frac{R_{2new}}{[(R_{TH} + R_{2new})^2 + (X_{TH} + X_2)^2]}$$

θα θέσουμε τα εξής:

$$\begin{aligned} T_{start,new} &= \tau'_{st} & R_{2new} &= R'_2 \\ X_{TH} + X_2 &= X_{22} \end{aligned}$$

Οπότε έχουμε:

$$\frac{R'_2}{(R_{TH} + R'_2)^2 + X_{22}^2} = \frac{\tau'_{st} \times \omega_s}{3V_{Th}^2}$$

Το δεύτερο μέρος της εξίσωσης που έχουμε είναι σταθερό οπότε θα το έχουμε ως σταθερά Κ

$$\frac{\tau'_{st} \times \omega_s}{3V_{Th}^2} = k = \text{σταθερά}$$

Η μαθηματική μας εξίσωση γίνεται

$$(R_{TH} + R_2')^2 + X_{22}^2 = \frac{1}{k} \cdot R_2'$$

$$(R_2')^2 + R_{TH}^2 + 2 \cdot R_2' \cdot R_{TH} + X_{22}^2 - \frac{1}{k} \cdot R_2' = \emptyset$$

$$1 \cdot (R_2')^2 + R_2' \cdot (2 \cdot R_{TH} - \frac{1}{k}) + (R_{TH}^2 + X_{22}^2) = \emptyset$$

$$\{C_1 \cdot x^2\} + \{C_2 \cdot x^1\} + \{C_3\} = \emptyset$$

$$\alpha x^2 + \beta x + \gamma = \emptyset$$

Καταλήξαμε σε μια δευτεροβάθμια εξίσωση η οποία θα λυθεί με κώδικα Matlab.

### 3.6 ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΔΕΥΤΕΡΟΒΑΘΜΙΑΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ ΣΕ ΚΩΔΙΚΑ MATLAB

```
% LDRI myNov14_TakeHome_Induction_400V50Hz
% LDRI 08/Dec/2014
clc; clear all; close all %; disp(date)
disp(' === LDRI Last Touch 23Nov2017 + 10Nov16 23-June-2016 ===
')%disp(date)

% See I or J to enter complex numbers
% real(X) is the real part of X ;
% imag(X) is the imaginary part of X ;
% conj(X) is the complex conjugate of X
% For a complex X, conj(X) = REAL(X) - i*IMAG(X)
% abs(X) is the absolute value of the elements of X.
% When X is complex, abs(X) is the complex modulus (magnitude) of
the elements of X.
% P = angle(Z) returns the phase angles, in radians, for each element of
complex array Z. The angles lie between  $\pm \pi$ 

deg2rad = pi/180;
rad2deg = 180/pi;
%=====
hp2kW = 0.7456999 ;
hp2W = 746 ;
```



```

%=====
% Induction Motor - Y connected
%=====
% %===== DATA SET #1 = CHAPMAN ex 7.3 =
460V/25hp/60Hz
% DataSet=1
% machine_poles = 4
% slip = 2.2/100
% Power_hp = 25
% Power_kW = Power_hp*hp2kW % 18.6425
% Power_W = Power_hp*hp2W %
% Prot_loss = 1100 % Total Rotational Losses
% %===== USA Network
% f_el = 60 %-- El Freq
% V_terminal = 460
% V_phase_mag = V_terminal/sqrt(3)
% V_phase = V_phase_mag + j*0
% %=== EQUIV CIRCUIT#1
% R1 = 0.641
% X1 = 1.106
% R2 = 0.332
% X2 = 0.464
% Xm = 26.3

```

```

% %=== Data Set #5 = Febr-2015 Final ====
% disp(' Data Set #5 = 12Sep17 + 10Nov16 + 03Feb-2016 Final
HLEKTROLOGOI XEIMERINO 2015 - 2016 ')
% DataSet= 5 %== DATA SET #4
% machine_poles = 4
% V_terminal = 400 %V_polar = 400
% f_el = 50 % 60 %-- El Freq == EUROPEAN Network
% %===
% disp(' NOTE: this time Power in kW P = 30kW = 40 hp')
% % Power_hp = 40 %10
% % Power_kW = Power_hp*hp2kW ;Power_W = Power_hp*hp2W
% Power_kW = 11 %30
% Power_W = 1000*Power_kW;
% %===
% V_phase_mag = V_terminal/sqrt(3) % 230.9401
% disp('V_phase = V_phase_mag + j*0 IT IS A PHASOR !!!!')
% V_phase = V_phase_mag + j*0 ;
% %=== EQUIV CIRCUIT
% disp(' Note that the equivalent circuit R1, R2, X1, X2, Xm is needed
for PART#2 ')
% R1 = 1.0
% X1 = 1.0
% R2 = 1.0 %0.5 ;
% X2 = 1.0 %0.5

```

```

% Xm = 25 ; %22 %21 %16 %17 %18 %19 %20.0
% %===
% Prot_loss = 500 % kW Total Rotational Losses
% %=== slip
% slip = 4/100

%=== Data Set #6 = Take Home Nov17 =====
disp(' Data Set #6 = 22-NOVEMBER-2017 Take Home Hlektrologoi ')
DataSet= 6 %== DATA SET #6
machine_poles = 4
f_el = 50 % 60 %-- El Freq == EUROPEAN Network
%=== Power
% Power_hp = 25 %10
% Power_kW = Power_hp*hp2kW ; % 18.6425
% Power_W = Power_hp*hp2W
Power_kW = 7.5
Power_W = 1000*Power_kW;
%=== Voltage
V_terminal = 400 %V_polar = 400
V_phase_mag = V_terminal/sqrt(3) % 230.9401
disp('V_phase = V_phase_mag + j*0 IT IS A PHASOR !!!')
V_phase = V_phase_mag + j*0 ;
%=== EQUIV CIRCUIT
disp(' Note that the equivalent circuit R1, R2, X1, X2, Xm is needed for
PART#2 ')

```

```

R1 = 1.0 ;
X1 = 1.0 ;
R2 = 1.0 ;
X2 = 1.0 ;
Xm = 50 ; %22 %21 %16 %17 %18 %19 %20.0
%===
Prot_loss = 100 % Total Rotational Losses
%=== slip
slip = 5/100

```

```

fprintf('\n\n\n');
disp('*** SOLUTION STARTS - Press any key to proceed with Q#1 =
Nsenc, Nm '); pause
%=====
% (1.1) = Angular Speed (rpm & rad/s)
%=====
%=== Synchronous speed RPM
disp('=== Nsenc = Synchronous speed RPM ')
Nsenc = 120*f_el/machine_poles% 1500
%=== Synchron speed rad/s
disp('=== Wsync = Synchronous speed rad/s ')
Wsync = Nsenc*(2*pi/60) % 157.07966 rad/s
%=== Asynchronous speed RPM
disp('=== Nm = Asynchronous speed RPM ')

```

```

Nm = (1 - slip)*Nsync% 1470 rpm
%==== Asynchronous speed rad/s
disp('==== Wm = Asynchronous speed rad/s ')
Wm = (1 - slip)*Wsync% 153.9380 rad/s

%==== fr = rotor frequency
disp('==== fr = rotor frequency = s*fs ')
f_stator = f_el ;
f_rotor = slip*f_stator

fprintf('\n\n\n');
disp('*** Press any key to proceed with Q#2 = Pout/ Torque '); pause
disp(' Note that the equivalent circuit R1, R2, X1, X2, Xm are NOT
needed up to this point ')

%===== Torque
Pout = Power_W
Tmotor2load = Pout/Wm

fprintf('\n\n\n');
disp('*** Press any key to proceed with Q#3 Zf = rotor impedance Z2 in
parallel with jXm Magnetization '); pause
%=====
% (1.2)=Zf, Ztot
%=====

```

```
disp('==== Z2(s) = rotor impedance (function of slip) =====')
```

```
Z2 = R2/slip + j*X2 % 10.0000 + 1.0000i
```

```
disp('==== Z2_polar =====')
```

```
disp('Z2 magnitude= '); disp(abs(Z2)) % 10.0499
```

```
disp('Z2 arg (deg)= '); disp( angle(Z2)*rad2deg ) % 5.7106
```

```
fprintf('\n\n')
```

```
disp('==== Zf = rotor impedance Z2 in parallel with jXm Magnetization  
Circuit ')
```

```
Zf = 1/( 1/(j*Xm) + 1/Z2 ) % 7.8254 + 4.2189i
```

```
disp('==== Zf_polar =====')
```

```
disp('Zf_magnitude= '); disp(abs(Zf)) % 8.8903
```

```
disp('Zf_arg (deg)= '); disp( angle(Zf)*rad2deg ) % 28.3305
```

```
fprintf('\n\n')
```

```
disp('==== Zstat = R1 + j*X1')
```

```
Zstat = R1 + j*X1 % 1.0000 + 1.0000i
```

```
disp('==== Ztot = Zf + Zstat')
```

```
Ztot = Zf + Zstat % 8.8254 + 5.2189i
```

```
disp('==== Ztot_polar =====')
```

```
disp('Ztot_magnitude = '); disp(abs(Ztot)) % 10.2531
```

```
disp('Ztot_arg (deg)= '); disp( angle(Ztot)*rad2deg )
```

```
fprintf('\n\n\n');
```

```
disp('*** Press any key to proceed with Q#4 = I1 = phasor of Istator '); pause
```

```
%=====
```

```
% (1.3) phasor I1 = Istator _phasor
```

```
%=====
```

```
disp('==== phasor I1 = Istator (Line) =====')
```

```
I1_phasor = V_phase/Ztot % 19.3877 -11.4650i
```

```
disp('==== Istat_polar =====')
```

```
disp('Istat_magnitude = '); disp( abs(I1_phasor) ) % 22.5240
```

```
disp('Istat_arg (deg) = '); disp( angle(I1_phasor)*rad2deg ) % -30.5980
```

```
fprintf('\n\n\n');
```

```
disp('*** Press any key to proceed with Q#5 = Power_Factor(PF) '); pause
```

```
%=====
```

```
% (1.4) Power_Factor(PF)
```

```
%=====
```

```
disp('==== Power_Factor(PF) =');
```

```
PF=cos( angle(I1_phasor) ) % 0.8608
```

```
fprintf('\n\n\n');
```

```
disp('*** Press any key to proceed with Q#6 = 3PHASE Sin Pin Qin absorbed by motor '); pause
```

```
%=====
```

```
% (1.5) Sin Pin Qin absorbed by motor
```

```

%=====
Sin = 3*V_phase*conj(I1_phasor) % 1.3432e+04 + 7.9432e+03i
Pin = real(Sin) % 1.3432e+04
Qin = imag(Sin) % 7.9432e+03

%=====
% (1.5) Sin = 3*V_phase*I1 & Pin = Real(Sin)
%=====
disp('==== Pin_test = sqrt(3)*V_terminal*I_line*cosPHI with
V_terminal=460, I_line= abs(I1) ');
I_line = abs(I1_phasor) % = Istat magnitude = 22.5240
Pin_test = sqrt(3)*V_terminal*I_line*PF % 1.3432e+04
disp(' == Pin - Pin_test SHOULD be zero (i.e. Pin = Pin_test) '); Pin -
Pin_test

disp(' == Sin_apparent = sqrt(Pin^2 + Qin^2 ) ==')
Sin_apparent_test = sqrt(Pin^2 + Qin^2 )
Sin_apparent = abs(Sin)

fprintf('\n\n\n');
disp('*** Press any key to proceed with Q#7 = Pscl, Pag, Pconv, Pout ');
); pause
%=====
% (1.6) PsclPagPconv Pout
%=====

```



```

disp('==== Pscl = Stator Copper Loss = 3*I1^2*R1 ')
Pscl = 3*I_line^2*R1 % 1.5220e+03
disp('==== Pag = Air Gap Power = Pin - Pscl ')
Pag = Pin - Pscl % 1.1910e+04
disp('==== Pconv = (1 - slip)*Pag ')
Pconv = (1 - slip)*Pag % 1.1553e+04 W
disp('==== Pout = Pconv - P_FW -Pmisc = Pconv - Prot_loss ')
Pout = Pconv - Prot_loss% 1.0953e+04 W

%=====
%(1.7) Torques torque_ind and torque_load (Motor-to-Load)
%=====
disp('==== Tind = Pag/Wsync = ')
Tind = Pag/Wsync % 75.8228 Nm
disp('==== Tm2Load = Pout/Wm = ')
Tm2Load = Pout/Wm % 71.88 Nm

fprintf('\n\n\n');
disp('*** Press any key to proceed with Q#8 = eta = efficiency '); pause
%=====
%(1.8) Efficiency
%=====
disp('==== Efficiency eta = Pout/Pin*100 ')
eta = Pout/Pin*100 %

```

```

fprintf('\n\n\n');
disp('*** Press any key to proceed with Q#9 = THEVENIN '); pause
%=====
%(1.9) Thevenin % PARADEIGMA 7.5 Chapman page 501
%=====
=====
%=== V_Thevenin (7-41a)
V_th_phasor = V_phase*( j*Xm / ( R1 + j*(X1+Xm) ) ) % 2.1945e+02 +
1.0450e+01i
V_th_mag = V_phase_mag*( Xm / sqrt( R1^2 + (X1+Xm)^2 ) ) %
219.6940
V_th_mag_test = abs(V_th_phasor) % 219.6940
V_th_angle_rad = angle(V_th_phasor) % 0.0250 rad
V_th_angle_deg = V_th_angle_rad * rad2deg %
%=== Z_Thevenin (7-43)
Z_th = ( (j*Xm)*(R1 + j*X1) ) / (R1 + j*(X1 + Xm)) % 0.9050 + 0.9955i
R_th = real(Z_th) % 0.9050
X_th = imag(Z_th) % 0.9955
fprintf('\n\n\n'); disp('*** R_Thevenin approximate (7-44) **** ')
%=== R_Thevenin approximate (7-44)
R_th_approx = R1*( Xm / (X1+Xm))^2 % 0.9070

```

```
X_th_approx = X1 % 1.0
```

```
fprintf('\n\n\n');
```

```
disp('*** Press any key to proceed with Q#10 = slip_max '); pause
```

```
%=====
```

```
% % (1.10) & (1.11) = slip_max from (7.53) &Tmax
```

```
%=====
```

```
%===== (1.10) = slip_max from (7.53)
```

```
disp('=== slip_max from (7.53) both ACCURATE & APPROX ')
```

```
slip_max = R2 / ( sqrt(R_th^2 + (X_th + X2)^2) ) % 0.2860
```

```
slip_max_approx = R2 / ( sqrt(R_th_approx^2 + (X_th_approx + X2)^2) )
```

```
%=== ... corresponding to a speed of
```

```
disp('=== ... corresponding to a speed of N_slip_max = (1 -  
slip_max)*Nsync ')
```

```
N_slip_max = (1 - slip_max)*Nsync % 1.0709e+003
```

```
N_slip_max_approx = (1 - slip_max_approx)*Nsync
```

```
fprintf('\n\n\n');
```

```
disp('*** Press any key to proceed with Q#11 = Tmax, Tstart '); pause
```

```
%===== (1.11) Tmax from (7.54)
```

```
disp('=== Tmax from (7.54) ')
```

```
Tmax = 3*V_th_mag^2 / ( 2*Wsync*( R_th + sqrt(R_th^2 + (X_th + X2)^2 ) ) ) % 173.7312 Nm
```

```
Tmax_approx = 3*V_th_mag^2 / ( 2*Wsync*( R_th_approx + sqrt(R_th_approx^2 + (X_th_approx + X2)^2 ) ) )
```

```
%=====
=====
```

```
% (1.12) for Tstartset s = 1 at EQN (7-50)
```

```
%=====
=====
```

```
disp('=== Tstart from (7....) ')
```

```
Tstart = 3*V_th_mag^2*R2 / ( Wsync*((R_th + R2)^2 + (X_th + X2)^2 ) )
% 109.4671 Nm
```

```
Tstart_approx = 3*V_th_mag^2*R2 / (Wsync*((R_th_approx + R2)^2 + (X_th_approx + X2)^2 ) )
```

```
%===== Q#12 = Doubling the induced torque
```

```
fprintf('\n\n\n'); disp('NOTE: Doubling the induced torque the slip is also doubled .... '); % pause
```

```
disp('*** Press any key to proceed with Q#12 = Doubling the induced torque.... '); pause
```

```
slip_new_torque = 2*slip
```

```
disp('=== Nm_new_torque/Wm_new_torque = NEW Asynchronous speed in RPM/radpersecond ')
```

```
%===== Asynchronous speed RPM
```

```
Nm_new_torque = (1 - slip_new_torque)*Nsync % 641.8660
```

```
%===== Asynchronous speed rad/s
```

```

disp('=== Wm = Asynchronous speed in rad/s ')
Wm_new_torque = (1 - slip_new_torque)*Wsync % ); pause
%=====

disp('=== Pconv_new when doubling the induced torque Pconv =
Tind*Wm === ')

Pconv_new_torque = (2*Tind)* Wm_new_torque

%===== Q#13 = Doubling R2

fprintf('\n\n\n');

disp('*** Press any key to proceed with Q#13 = Doubling R2 ... ');
pause

%=====
=====

% (1.13) new_slip_max = 2*slip_max for R2_new = 2*R2_old

%=====
=====

disp('=== new_slip_max = 2*slip_max DUE TO THE LINEARITY OF
THE TORQUE-SPEED CURVE ')

new_R2 = 2*R2 % 1
new_slip_max = 2*slip_max% 0.5721
new_N_slip_max = (1 - new_slip_max)*Nsync % 641.8660

%=====
=====

% (1.14) new_Tmax = old Tmax

```

```
%=====
=====
```

```
disp('=== Tmax is independent of R2 (depends on slip_max) ')
```

```
fprintf('\n\n');
```

```
%=====
=====
```

```
% (1.15) new_Tstart depends on R2
```

```
%=====
=====
```

```
disp('=== Tstart depends on R2 - Note that R2 appears on nominator  
AND denominator ')
```

```
new_Tstart = 3*V_th_mag^2*new_R2 / (Wsync*((R_th + new_R2)^2 +  
(X_th + X2)^2 )) % 157.1598
```

```
fprintf('\n\n\n');
```

```
disp('*** Press any key to proceed with Q#14 a & b = Compute the extra  
delta_R2 so that...' ); pause
```

```
%=====
=====
```

```
% (1.14a) find extra delta_R2 so that Tmax appears during start
```

```
%=====
=====
```

```
disp('*** extra delta_R2 so that Tmax appears during start : Press any  
key *** '); pause
```

```
% fromnew_smax =1 ...
```

```
delta_R2_TmaxBecomesTstart = sqrt( R_th^2 + (X_th + X2)^2 ) - R2
```

```

%=====
=====
% (1.14b) find extra delta_R2 so that new_Tstart = 140 Nm
%=====
=====

disp('*** extra delta_R2 so that motor generates a given Tstart : Press
any key *** '); pause

des_Tstart= 140 %135

K = (des_Tstart*Wsync)/(3*V_th_mag^2)

% roots Find polynomial roots.
% roots(C) computes the roots of the polynomial whose coefficients
% are the elements of the vector C. If C has N+1 components,
% the polynomial is C(1)*X^N + ... + C(N)*X + C(N+1).
poly_des_R2 = [ 1 2*R_th - 1/K R_th^2 + (X_th + X2)^2 ]

des_R2 = roots(poly_des_R2) % 2.8964 1.0549
delta_R2 = des_R2 - R2 % 2.3964 0.5549

fprintf('\n\n\n');

disp('*** Press any key to proceed with torque-speed plot for R2_new =
2*R2 ..... '); pause

%===== plot for R2_new = 2*R2

s= (0:1:50)/50 ; % slip

```

```

s(1) = 0.001 ;
Wm = (1-s)*Wsync;
for ii = 1:51 % ii = count_torque
    % Calculate torque for original rotor resistance
Tind1(ii) = (3*V_th_mag^2*R2/s(ii))/ ...
    (Wsync*( (R_th + R2/s(ii))^2 + (X_th + X2)^2 ) ) ;
    % Calculate torque for doubled rotor resistance
Tind2(ii) = (3*V_th_mag^2*2*R2/s(ii))/ ...
    (Wsync*( (R_th + 2*R2/s(ii))^2 + (X_th + X2)^2 ) ) ;
end
%== plot the torque - speed curve
plot(Wm, Tind1, 'r','LineWidth',2.0 ) % plot(Wm, Tind1,
'Color','r','LineWidth',2.0 )
hold on ;
plot(Wm, Tind2, 'b--','LineWidth',2.0) % plot(Wm, Tind2, 'Color','b--
','LineWidth',2.0, 'LineStyle','-.' )
title('(Dritsas 2014-2017) Induction Motor torque-speed curve
','Fontweight','Bold')
xlabel('\omega_{m}$~[rad/s]', 'Interpreter','latex', 'FontName', 'Times
New Roman','fontsize',12) % xlabel('\omega_{m} [rad/s]', 'Fontweight',
'Bold')
ylabel('\tau_{ind}$~[Nm]', 'Interpreter','latex', 'FontName', 'Times New
Roman','fontsize',12) % ylabel('\tau_{ind} [Nm]', 'Fontweight', 'Bold')

hh=legend ('Single-Cage Design $R_{2}$','Double-Cage Design
$2*R_{2}$');

```



```

%hh=legend('$\omega_{m1}(t)\sim Original R_{2}$'
,$\omega_{m2}(t)\sim Doubled R_{2}$ ', 12)

set(hh,'Interpreter','latex','FontName','Times New Roman','fontsize',12)

grid on

holdoff

%----- print -depsec

%print -depsec Draitsas_InductionMotor_23Nov17 %.eps

print -djpeg -r600 Draitsas_InductionMotor_23Nov17

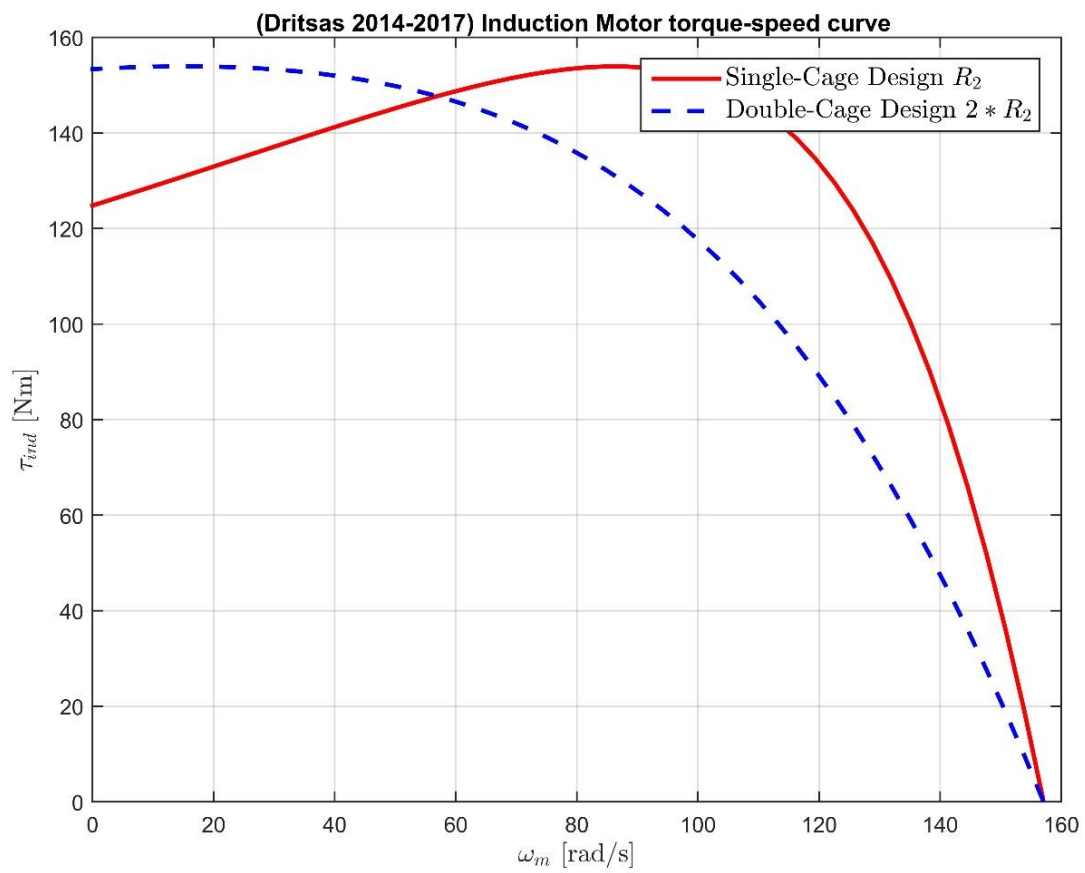
disp(' ==== 23Nov17 + 10Nov2016 - End of Computation === ')

Xm

DataSet

```

### 3.7 ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΡΟΠΗΣ-ΣΤΡΟΦΩΝ ΓΙΑ ΔΥΟ ΤΙΜΕΣ ΤΗΣ R2



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

### 4 ΠΕΙΡΑΜΑΤΑ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ ΤΑΥΤΟΠΟΙΗΣΗΣ

Έχουμε έναν επαγωγικό κινητήρα τεσσάρων πόλων, κλάσης A, ο οποίος είναι συνδεδεμένος σε αστέρα και διαθέτει ονομαστική ισχύ 7,5 Hp, τάση 208 Volt, συχνότητα 60 Hz και ρεύμα 28 A.

	$X_1$ and $X_2$ as functions of $X_{LR}$	
Rotor Design	$X_1$	$X_2$
Wound rotor	$0.5 X_{LR}$	$0.5 X_{LR}$
Design A	$0.5 X_{LR}$	$0.5 X_{LR}$
Design B	$0.4 X_{LR}$	$0.6 X_{LR}$
Design C	$0.3 X_{LR}$	$0.7 X_{LR}$
Design D	$0.5 X_{LR}$	$0.5 X_{LR}$

Παραπάνω έχουμε τους εμπειρικούς κανόνες για το διαχωρισμό της αντίδρασης του δρομέα από την αντίδραση του στάτη.

## 4.1 ΠΕΙΡΑΜΑ ΣΕ ΑΣΥΓΧΡΟΝΟ ΤΡΙΦΑΣΙΚΟ ΚΙΝΗΤΗΡΑ

Δεδομένα πειράματος συνεχούς ρεύματος:

$$V_{DC} = 13.6V \quad I_{DC} = 28A$$

Δεδομένα πειράματος χωρίς φορτίο:(NL=no load)

$$V_T = 208V \quad f = 60Hz$$

$$I_A = 8.12A \quad P_{in} = 420W$$

$$I_B = 8.2A$$

$$I_C = 8,18A$$

Δεδομένα πειράματος ακινητοποιημένου δρομέα:(LR=Locked Rotor)

$$V_T = 25V \quad f = 15Hz$$

$$I_A = 28.1A \quad P_{in} = 920W$$

$$I_B = 28A$$

$$I_C = 27.6A$$

## 4.2 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ ΤΑΥΤΟΠΟΙΗΣΗΣ

Θα σχεδιάσουμε το ισοδύναμο μονοφασικό κύκλωμα του κινητήρα και θα βρούμε την ολίσθηση που αντιστοιχεί στη ροπή ανατροπής και θα υπολογίσουμε την ίδια την ροπή ανατροπής.

- Από το πείραμα συνεχούς ρεύματος προκύπτει:

$$R_1 = \frac{V_{DC}}{2 \cdot I_{DC}} = \frac{13.6V}{2 \cdot (28A)} = 0.243\Omega$$

- Από το πείραμα χωρίς φορτίο προκύπτει:

$$I_{L,av} = \frac{8.12A + 8.2A + 8.18A}{3} = 8.17A$$

$$V_{\varphi, nl} = \frac{208V}{\sqrt{3}} = 120V$$

$$\text{Έτσι} \quad |Z_{nl}| = \frac{120V}{8.17A} = 14.7\Omega = X_1 + X_M$$

Όταν οι  $X_1$  είναι γνωστή τότε και η  $X_M$  είναι δυνατό να υπολογιστεί. Οι απώλειες χαλκού στο στάτη είναι:

$$P_{SCL} = 3 \cdot I_1^2 \cdot R_1 = 3 \cdot (8.17A)^2 \cdot (0.243\Omega) = 48.7W$$

Οι απώλειες περιστροφής στη λειτουργία χωρίς φορτίο είναι:

$$P_{rot} = P_{in,cl} - P_{scl,nl} = 420W - 48.7W = 371.3W$$

Από το πείραμα ακινητοποιημένου δρομέα προκύπτει:

$$I_{L,av} = \frac{28.1A + 28A + 27.6A}{3} = 27.9A$$

Η σύνθετη αντίσταση ακινητοποιημένου δρομέα θα είναι:

$$|Z_{LR}| = \frac{V_{\phi}}{I_A} = \frac{V_T}{\sqrt{3} \cdot I_A} = \frac{25V}{\sqrt{3} \cdot (27.9A)} = 0.517\Omega$$

Οπότε η γωνία  $\theta$  της σύνθετης αντίστασης θα είναι:

$$\begin{aligned} \theta &= \cos^{-1} \frac{P_{in}}{\sqrt{3} \cdot V_T \cdot I_L} = \\ &= \cos^{-1} \frac{920W}{\sqrt{3} \cdot (25V) \cdot (27.9A)} = \\ &= \cos^{-1} 0.762 = 40.4^\circ \end{aligned}$$

Έτσι,  $R_{LR} = 0.517 \cdot \cos 40.4^\circ = 0.394\Omega = R_1 + R_2$ . Όμως επειδή  $R_1 = 0.243\Omega$ , η  $R_2$  θα πρέπει να είναι ίση με  $0.151\Omega$ . Η αντίδραση στα 15Hz είναι:

$$X'_{LR} = 0.517 \cdot \sin 40.4^\circ = 0.335\Omega$$

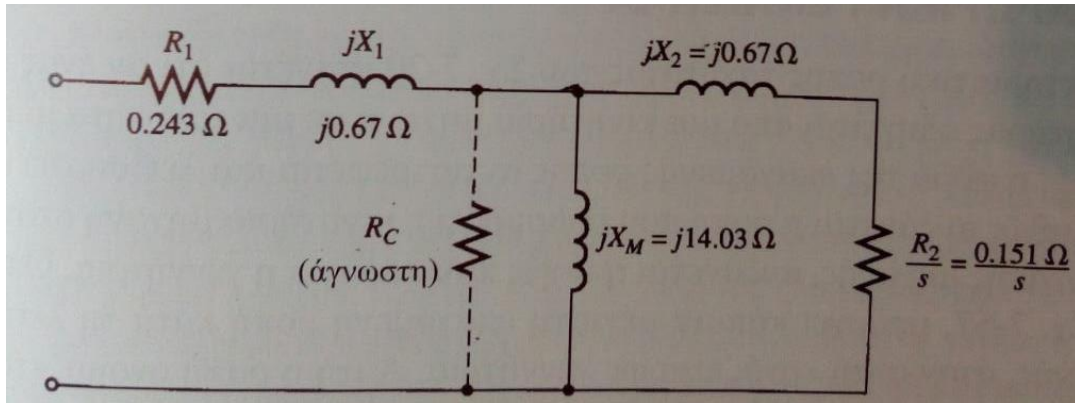
Η ισοδύναμη αντίσταση στα 60Hz είναι:

$$X_{LR} = \frac{f_{rated}}{f_{test}} \cdot X'_{LR} = \left( \frac{60Hz}{15Hz} \right) \cdot 0.335\Omega = 1.34\Omega$$

Στους επαγωγικούς κινητήρες κλάσης A υποτίθεται ότι η αντίδραση μοιράζεται εξίσου στο στάτη και στο δρομέα. Οπότε:

$$X_1 = X_2 = \frac{X_{LR}}{2} = 0.67\Omega \quad \text{και}$$

$$X_M = |Z_{nl}| - X_1 = 14.7\Omega - 0.67\Omega = 14.03\Omega$$



Παραπάνω φαίνεται το ισοδύναμο μονοφασικό κύκλωμα για τον κινητήρα που έχουμε.

- Από τις προηγούμενες εξισώσεις που χρησιμοποιήσαμε υπολογίζονται οι ποσότητες του ισοδύναμου Thevenin για το προηγούμενο κύκλωμα.

$$V_{Th} = 114.6V \quad R_{Th} = 0.221\Omega \quad X_{Th} = 0.67\Omega$$

Έτσι η ολίσθηση που αντιστοιχεί στη ροπή ανατροπής έχει τιμή:

$$\begin{aligned}
 S_{\max} &= \frac{R_2}{\sqrt{R_{Th}^2 + (X_{Th} + X_2)^2}} \\
 &= \frac{0.151\Omega}{\sqrt{(0.243\Omega)^2 + (0.67\Omega + 0.67\Omega)^2}} = 0.111\Omega = 11.1\%
 \end{aligned}$$



Η μέγιστη ροπή του συγκεκριμένου κινητήρα δίνεται από την σχέση:

$$\begin{aligned}\tau_{\max} &= \frac{3 \cdot V_{Th}^2}{2 \cdot \omega_{sync} \cdot \left[ R_{Th} + \sqrt{R_{Th}^2 + (X_{Th} + X_2)^2} \right]} \\ &= \frac{3 \cdot (114.6V)^2}{2 \cdot (188.5 \text{ rad / sec}) \cdot \left[ 0.221\Omega + \sqrt{(0.221\Omega)^2 + (0.67\Omega + 0.67\Omega)^2} \right]} \\ &= 66.2 \text{ N} \cdot \text{m}\end{aligned}$$

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

### 5 ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ-ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Κλείνοντας την εργασία παραθέτουμε κάποια συμπεράσματα- παρατηρήσεις που αποκομίσαμε.

Συμπεράναμε ότι ο επαγωγικός κινητήρας είναι ο πιο κοινός τύπος κινητήρα λόγω της απλής κατασκευής και της ευκολίας που παρουσιάζει στην λειτουργία του. Στην ουσία ο επαγωγικός κινητήρας είναι ένας στρεφόμενος μετασχηματιστής.

Αρχικά είδαμε την συμπεριφορά μιας ηλεκτρικής μηχανής ως γεννήτρια και ως κινητήρας.

Στα επόμενα κεφάλαια μελετήσαμε την ροπή, την ισχύ, την ολίσθηση και την ταχύτητα ενός επαγωγικού κινητήρα και συμπεράναμε τα παρακάτω:

- Η τιμή της μέγιστης ροπής  $S_{\max} \tau_{\max}$  είναι ανεξάρτητη από την αντίσταση  $R_2$  του δρομέα, αλλά η ολίσθηση  $S_{\max}$  στην οποία εμφανίζεται η  $\tau_{\max}$  είναι αύξουσα συνάρτηση της  $R_2$
- Αν η αντίσταση του δρομέα έχει μεγάλη τιμή, η ταχύτητα στην οποία εμφανίζεται η μέγιστη ροπή είναι μικρή, με αποτέλεσμα να είναι αυξημένη η ροπή εκκίνησης του κινητήρα.
- Αν μπει πρόσθετη αντίσταση στο κύκλωμα του στάτη η μέγιστη ροπή εμφανίζεται κατά την εκκίνηση και έχουμε νέα ταχύτητα.
- Είδαμε τι ενέργειες πρέπει να κάνουμε στους επαγωγικούς κινητήρες για την βελτίωση της απόδοσής τους.

- Είδαμε με ποιό τρόπο η διαφορετικές χαρακτηριστικές τάσης-συχνότητας ενός επαγωγικού κινητήρα επηρεάζουν τις χαρακτηριστικές ροπής-ταχύτητας.
- Όταν μεταβάλλονται οι αριθμοί των πόλων μιας μηχανής ρυθμίζεται αντίστοιχα και η ταχύτητα περιστροφής ενός επαγωγικού κινητήρα.
- Σε περίπτωση που έχουμε κινητήρα δακτυλιοφόρου δρομέα (Slipring) είναι απαραίτητη η χρήση εξωτερικής αντίστασης ανά φάση η οποία συνδέεται εν σειρά με το τύλιγμα του δρομέα για να επιτευχθεί εμφάνιση μέγιστης ροπής κατά την εκκίνηση.
- Για ομαλή εκκίνηση συνδέουμε τα τυλίγματα του δρομέα σε αστέρα και κατά την διάρκεια της εκκίνησης αντικαταστούμε της συνδέσεις σε τρίγωνο μόλις ο κινητήρας αποκτήσει ταχύτητα.

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] StephenJ. Charman, “Ηλεκτρικές Μηχανές AC-DC”, Εκδόσεις Τζιόλα 2010
- [2] Παντελής Μαλατέστας, “Ηλεκτρικές Μηχανές 2<sup>η</sup> Έκδοση”, Εκδόσεις Τζιόλα 2013
- [3] Δημοκριτειο Πανεπιστήμιο Θράκης “Σημειώσεις για το μάθημα Ηλεκτρικές Μηχανές Διδάσκων Καρακατσάνης Σ. Θεόκλητος” Ξάνθη 2004

Timestamp 15Apr2018 20.59