**Ένας αποστολέας μεταδίδει το μήνυμα M = 10101010 και χρησιμοποιεί ως προκαθορισμένη ακολουθία την G = 110101. Να δημιουργήσετε την ακολουθία που θα μεταδώσει ο αποστολέας χρησιμοποιώντας αλγόριθμο κυκλικού κώδικα. Εάν κατά την μετάδοση συμβεί λάθος στον τρίτο από δεξιά χαρακτήρα (δηλαδή ο παραλήπτης θα λάβει M = 10101110). Τι ενέργειες θα κάνει ο παραλήπτης για να διαπιστώσει την ορθότητα του μηνύματος;**

**Λύση**

Από την εκφώνηση έχουμε:

Μήνυμα M = 10101010

Προκαθορισμένη ακολουθία την G = 110101 k=5. Για την εφαρμογή του αλγορίθμου κυκλικού κώδικα ακολουθούμε τα βήματα:

ΒΗΜΑ1: M × 25 → 1010101000000

ΒΗΜΑ2: Διαίρεση του M × 25 με το G. Εφαρμόζουμε διαδοχικά exclusive –OR μεταξύ του M × 25 και του G

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | ← M × 25  |
| G →**⊕** | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |  |  |  |  |  |  |  |
| **⊕** |  | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |  |  |  |  |  |
| **⊕** |  |  |  | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |  |  |  |  |
| **⊕** |  |  |  |  | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |  |  |
| **⊕** |  |  |  |  |  |  | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | ←R |

Το υπόλοιπο της διαίρεσης είναι R = 10010.

ΒΗΜΑ4: Το υπόλοιπο της διαίρεσης 10010 προστίθεται στο τέλος του M × 25.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| M × 25→ | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| R → + |  |  |  |  |  |  |  |  | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| T → | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |

Ο αποστολέας θα μεταδώσει την ακολουθία Τ = 1010101010010

Ο παραλήπτης θα παραλάβει Τ1 = 1010111010010

Ο παραλήπτης διαιρεί το Τ1 με το G. Εφαρμόζουμε διαδοχικά exclusive–OR μεταξύ του Τ1 και του G.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | ← M × 25  |
| G → **⊕** | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |  |  |  |  |  |  |  |
| **⊕** |  | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |  |  |  |  |  |
| **⊕** |  |  |  | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |  |  |  |  |
| **⊕** |  |  |  |  | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |  |  |  |
| **⊕** |  |  |  |  |  | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |  |
| **⊕** |  |  |  |  |  |  |  | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | ←R |

Ο παραλήπτης βρίσκει υπόλοιπο R = 00110 ≠ 0 γεγονός που τον οδηγεί στο συμπέρασμα ότι υπάρχει σφάλμα στην ακολουθία που έλαβε.

**Ένας αποστολέας μεταδίδει το μήνυμα M = 11000001 και χρησιμοποιεί ως προκαθορισμένη ακολουθία την G = 110111. Να δημιουργήσετε την ακολουθία που θα μεταδώσει ο αποστολέας χρησιμοποιώντας αλγόριθμο κυκλικού κώδικα με χρήση πολυωνύμων. Εάν κατά την μετάδοση δεν συμβεί λάθος. Τι ενέργειες θα κάνει ο παραλήπτης για να διαπιστώσει την ορθότητα του μηνύματος;**

**Λύση**

Από την εκφώνηση έχουμε:

M = 11000001, η ακολουθία αυτή των 8 bits εκφράζεται ως πολυώνυμο 7ου βαθμού μιας πλασματικής μεταβλητής x

Μήνυμα M(x) = x7 +x6 + 1

Προκαθορισμένη ακολουθία G = 110111, η ακολουθία αυτή των 6 bits εκφράζεται ως πολυώνυμο 5ου βαθμού μιας πλασματικής μεταβλητής x.

 G(x) = x5 + x4 + x2 + x +1, άρα k=5.

Για την εφαρμογή του αλγορίθμου κυκλικού κώδικα ακολουθούμε τα βήματα:

ΒΗΜΑ1: M(x) × x5 → x12 + x11 + x5

ΒΗΜΑ2: Διαίρεση του M(x) × x5 με το G(x) με χρήση κλασική διαίρεση πολυωνύμων. Το πολυώνυμο που αφαιρείται **κάθε φορά** προκύπτει από πολλαπλασιασμό του G(x) επί το πηλίκο των μεγιστοβάθμιων όρων των

M(x) × x5 και G(x) δηλαδή

(x5 + x4 + x2 + x +1) × ( x12/ x5) =

(x5 + x4 + x2 + x + 1) × ( x7) =

x12 + x11 + x9 + x8 + x7

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | x12 | x11 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | x5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | ← M(x) × x5  |
| Gx) → – | x12 | x11 | 0 | x9 | x8 | x7 |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  | x9 | x8 | x7 | 0 | x5 | 0 |  |  |  |  |  |
| – |  |  |  | x9 | x8 | 0 | x6 | x5 | x4 |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  | x7 | x6 | 0 | x4 | 0 | 0 |  |  |  |
| – |  |  |  |  |  | x7 | x6 | 0 | x4 | x3 | x2 |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | x3 | x2 | 0 | 0 | ←R(x) |

Το υπόλοιπο της διαίρεσης είναι R(x) = x3 + x2.

ΒΗΜΑ4: Το υπόλοιπο της διαίρεσης x προστίθεται στο τέλος του M(x) × x5.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| M(x) × x5→ | x12 | x11 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | x5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| R(x) → + |  |  |  |  |  |  |  |  |  | x3 | x2 | 0 | 0 |
| T(x) → | x12 | x11 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | x5 | 0 | x3 | x2 | 0 | 0 |

Ο αποστολέας θα μεταδώσει την ακολουθία

Τ(x) = x12 + x11 + x5 + x3 + x2

Ο παραλήπτης θα παραλάβει Τ1(x) = x12 + x11 + x5 + x3 + x2

Ο παραλήπτης διαιρεί το Τ1(x) με το G(x) με χρήση κλασική διαίρεση πολυωνύμων. Το πολυώνυμο που αφαιρείται **κάθε φορά** προκύπτει από πολλαπλασιασμό του G(x) επί το πηλίκο των μεγιστοβάθμιων όρων των

M(x) × x5 και G(x) δηλαδή

(x5 + x4 + x2 + x +1) × ( x12/ x5) =

(x5 + x4 + x2 + x) × ( x7) =

x12 + x11 + x9 + x8 + x7

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | x12 | x11 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | x5 | 0 | x3 | x2 | 0 | 0 | ← M(x) × x5  |
| G(x) → – | x12 | x11 | 0 | x9 | x8 | x7 |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  | x9 | x8 | x7 | 0 | x5 | 0 |  |  |  |  |  |
| – |  |  |  | x9 | x8 | 0 | x6 | x5 | x4 |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  | x7 | x6 | 0 | x4 | x3 | x2 |  |  |  |
| – |  |  |  |  |  | x7 | x6 | 0 | x4 | x3 | x2 |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 | 0 | 0 | 0 | ←R(x) |

Ο παραλήπτης βρίσκει υπόλοιπο R(x) = 0 γεγονός που τον οδηγεί στο συμπέρασμα ότι δεν υπάρχει σφάλμα στην ακολουθία που έλαβε.