**ΠΡΟΒΛΗΜΑ**

Μία επιχείρηση παράγει αντιστάσεις και πυκνωτές χρησιμοποιώντας δύο διαδικασίες Α και Β. Η μέγιστη διαθεσιμότητα για τη διαδικασία Α είναι 6 ώρες την ημέρα και για τη διαδικασία Β 8 ώρες την ημέρα. Για την παραγωγή μίας χιλιάδας αντιστάσεων απαιτούνται 1 ώρα στη διαδικασία Α και 2 ώρες στη διαδικασία Β, ενώ για την παραγωγή μίας χιλιάδας πυκνωτών απαιτούνται 2 ώρες στη διαδικασία Α και 1 ώρα στη διαδικασία Β.

Μια έρευνα αγοράς έχει δείξει ότι η μηνιαία απαίτηση για πυκνωτές δεν πρέπει να υπερβαίνει την απαίτηση για αντιστάσεις περισσότερο από μία χιλιάδα. Επίσης η έρευνα έδειξε ότι η μέγιστη απαίτηση για πυκνωτές είναι το πολύ 2 χιλιάδες την ημέρα.

Η τιμή πώλησης είναι 3000 ευρώ η χιλιάδα για τις αντιστάσεις και 2000 ευρώ η χιλιάδα για τους πυκνωτές.

Τι ποσότητες αντιστάσεων και πυκνωτών πρέπει να παράγει η επιχείρηση ώστε να μεγιστοποιεί το ημερήσιο κέρδος της;

**ΛΥΣΗ**

Έστω x1 οι χιλιάδες αντιστάσεων και x2 οι χιλιάδες πυκνωτών που παράγονται ανά μέρα.

Τότε το μαθηματικό μοντέλο του προβλήματος θα έχει την παρακάτω μορφή: max z = 3000x1 + 2000x2

με περιορισμούς

x1 + 2x2 ≤ 6

2x1 + x2 ≤ 8

x2 ≤ 1 + x1

x2 ≤ 2

x1, x2 ≥ 0

**Γραφική επίλυση του προβλήματος:**

Για τον περιορισμός x1 + 2x2 ≤ 6 χαράσσω την ευθεία της x1 + 2x2 = 6, αν

x1=0 τότε x2=3 και

x2=0 τότε x1=6

εντοπίζουμε τα σημεία (0,3) και (6,0) και χαράσσουμε την ευθεία.

Τα σημεία για τα οποία ισχύει η ανισότητα x1 + 2x2 ≤ 6 βρίσκονται πάνω στην ευθεία x1 + 2x2 = 6 ή αριστερά από αυτή. Αντίθετα, κάθε σημείο δεξιά από το ευθύγραμμο τμήμα x1 + 2x2 = 6 παύει να ισχύει η ανισότητα.

Για τον περιορισμός 2x1 + x2 ≤ 8 χαράσσω την ευθεία της 2x1 + x2 = 8 αν

x1=0 τότε x2=8 και

x2=0 τότε x1=4

εντοπίζουμε τα σημεία (0,8) και (4,0) και χαράσσουμε την ευθεία.

Τα σημεία για τα οποία ισχύει η ανισότητα 2x1 + x2 ≤ 8 βρίσκονται πάνω στην ευθεία 2x1 + x2 = 8 ή αριστερά από αυτή. Αντίθετα, κάθε σημείο δεξιά από το ευθύγραμμο τμήμα 2x1 + x2 = 8 παύει να ισχύει η ανισότητα.

Για τον περιορισμός x2 ≤ 1+ x1 χαράσσω την ευθεία της x2 - x1= 1 αν

x1=0 τότε x2=1 και

x2=0 τότε x1=-1

εντοπίζουμε τα σημεία (0,1) και (-1,0) και χαράσσουμε την ευθεία.

Τα σημεία για τα οποία ισχύει η ανισότητα x2 ≤ 1+ x1 βρίσκονται πάνω στην ευθεία x2 - x1 = 1 ή αριστερά από αυτή. Αντίθετα, κάθε σημείο δεξιά από το ευθύγραμμο τμήμα x2 - x1 = 1 παύει να ισχύει η ανισότητα.

Ο περιορισμός x2 ≤ 2 σημαίνει ότι τα (x1, x2) δεν μπορεί να βρίσκονται πάνω από το ευθύγραμμο τμήμα x2 = 2

Η περιοχή όλων των επιτρεπτών τιμών των (x1, x2) είναι η σκιαγραφημένη περιοχή του σχήματος



Το τελευταίο βήμα είναι η εύρεση του σημείου της περιοχής των επιτρεπτών τιμών που μεγιστοποιεί την z = 3000x1 + 2000x2.

Το σημείο αυτό θα βρίσκεται σε μια από τις κορυφές του πολυγώνου των εφικτών λύσεων. Υπολογίζουμε την τιμή της z σε κάθε κορυφή.

Α(0,0) z = 3000\*0 + 2000\*0=**0**

Β(4,0) z = 3000\*4 + 2000\*0=**12000**

Για να βρω τις συντεταγμένες του σημείου Γ πρέπει να λύσω το σύστημα των εξισώσεων

x1 + 2x2 =6 -2x1-4x2=-12

2x1 + x2 = 8 2x1+x2=8 για x2=1,33 2x1=8-1,33=6,66

Προσθέτω κατά μέλη -3x2=-4 x2=4/3=1,33 x1=3,33

Γ(3,33, 1,33) z = 3000\*3,33 + 2000\*1,33=**12650**

Για να βρω τις συντεταγμένες του σημείου Δ πρέπει να λύσω το σύστημα των εξισώσεων

x1 + 2x2 =6

x2=2 άρα x1=2

Δ(2,2) z = 3000\*2 + 2000\*2=**10000**

Για να βρω τις συντεταγμένες του σημείου Ε πρέπει να λύσω το σύστημα των εξισώσεων

x2 = 1 + x1

x2 = 2 άρα x1=1

E(1,2) z = 3000\*1 + 2000\*2=**7000**

Z(0,1) z = 3000\*0 + 2000\*1=**2000**

Για παραγωγή 3300 αντιστάσεων και 1330 πυκνωτών θα έχω το μέγιστο ημερήσιο κέρδος 12650 ευρώ.