

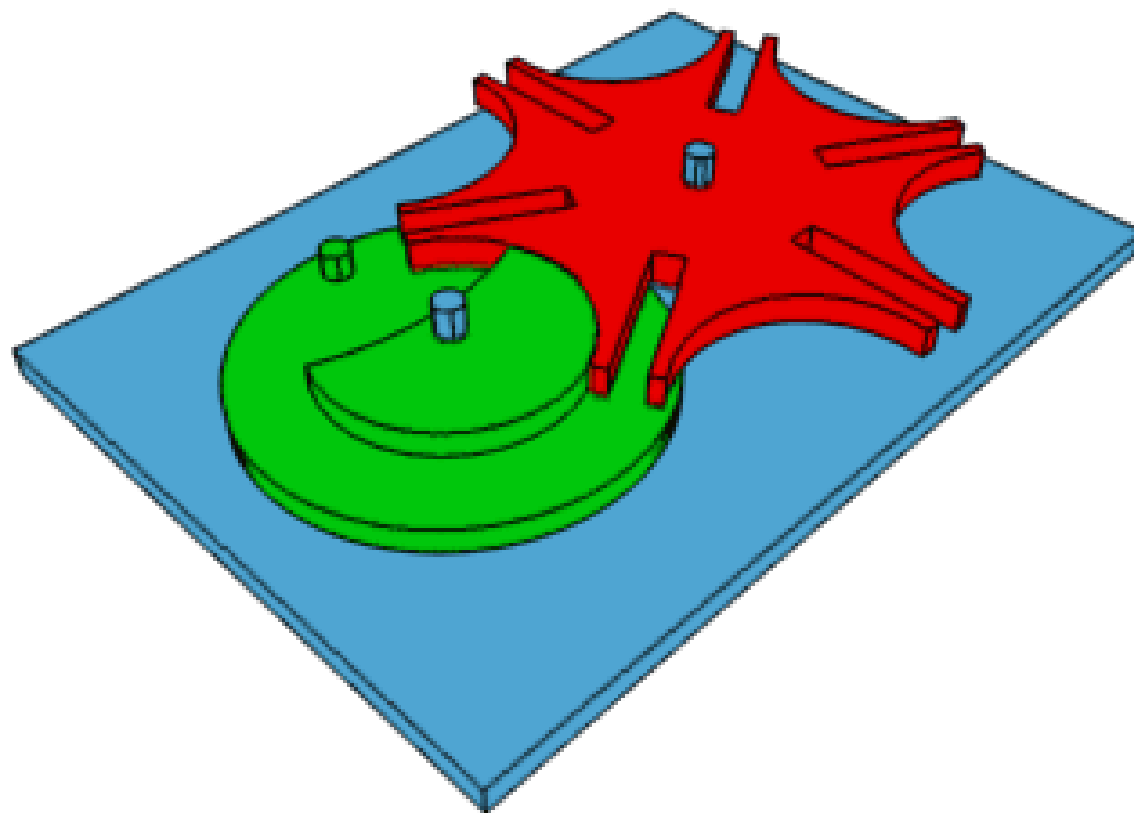
ΜΗΧΑΝΙΣΜΟΙ

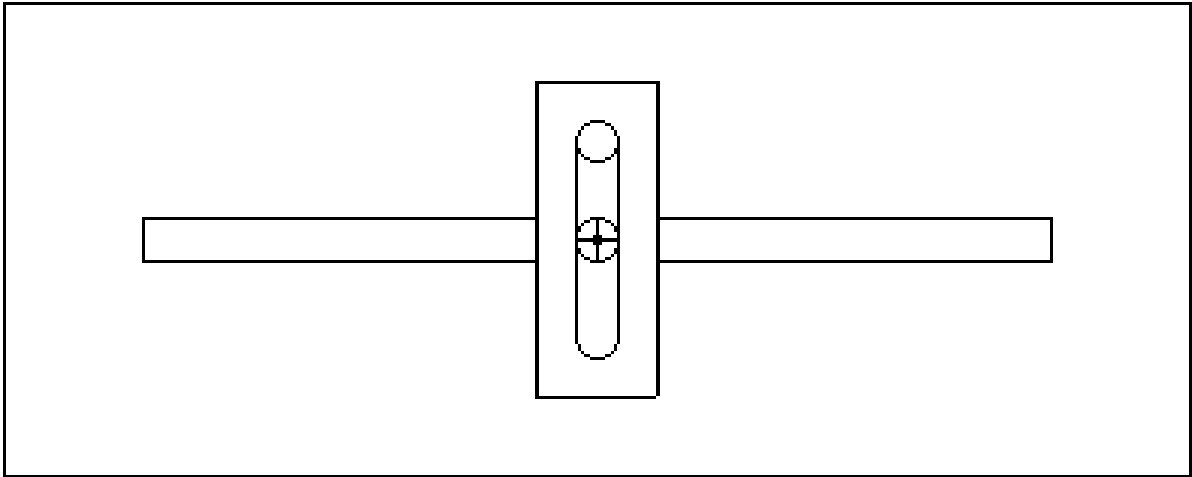
Μηχανισμός Αντικυθήρων

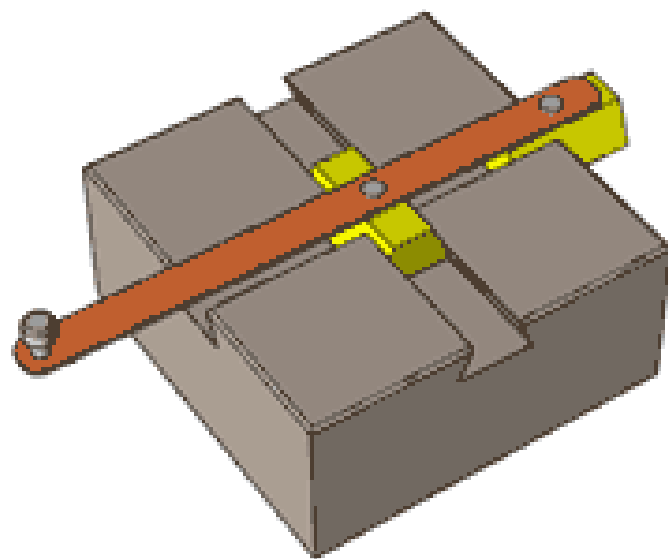


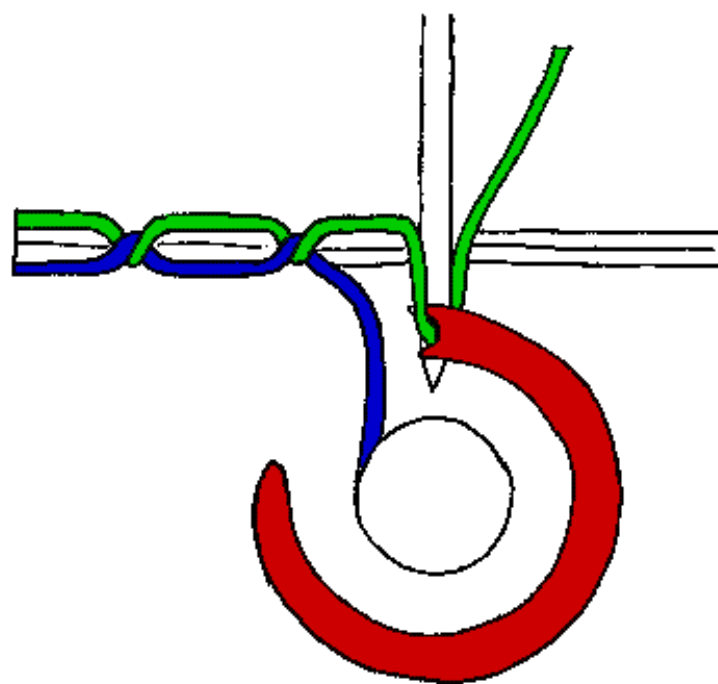
Μηχανισμός Αντικυθήρων



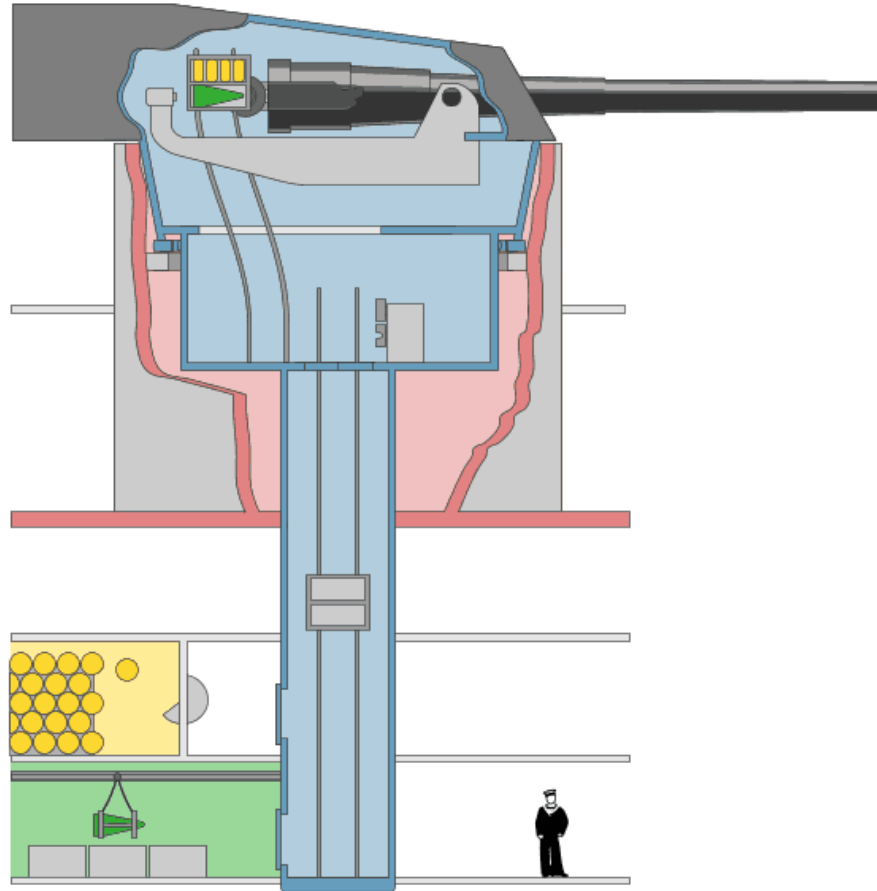


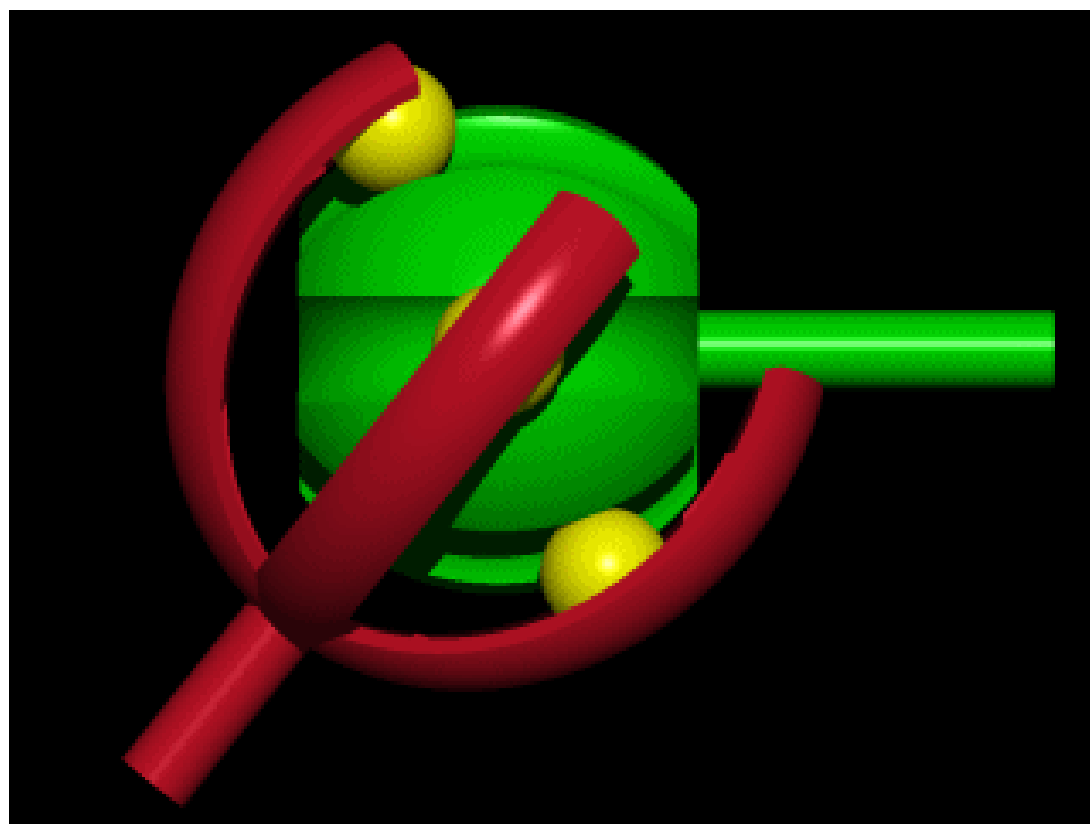


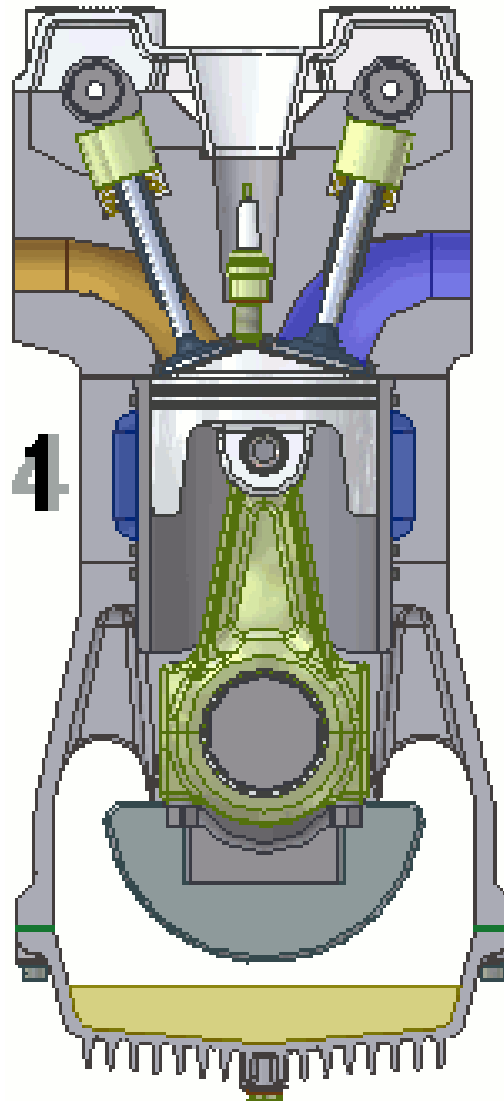


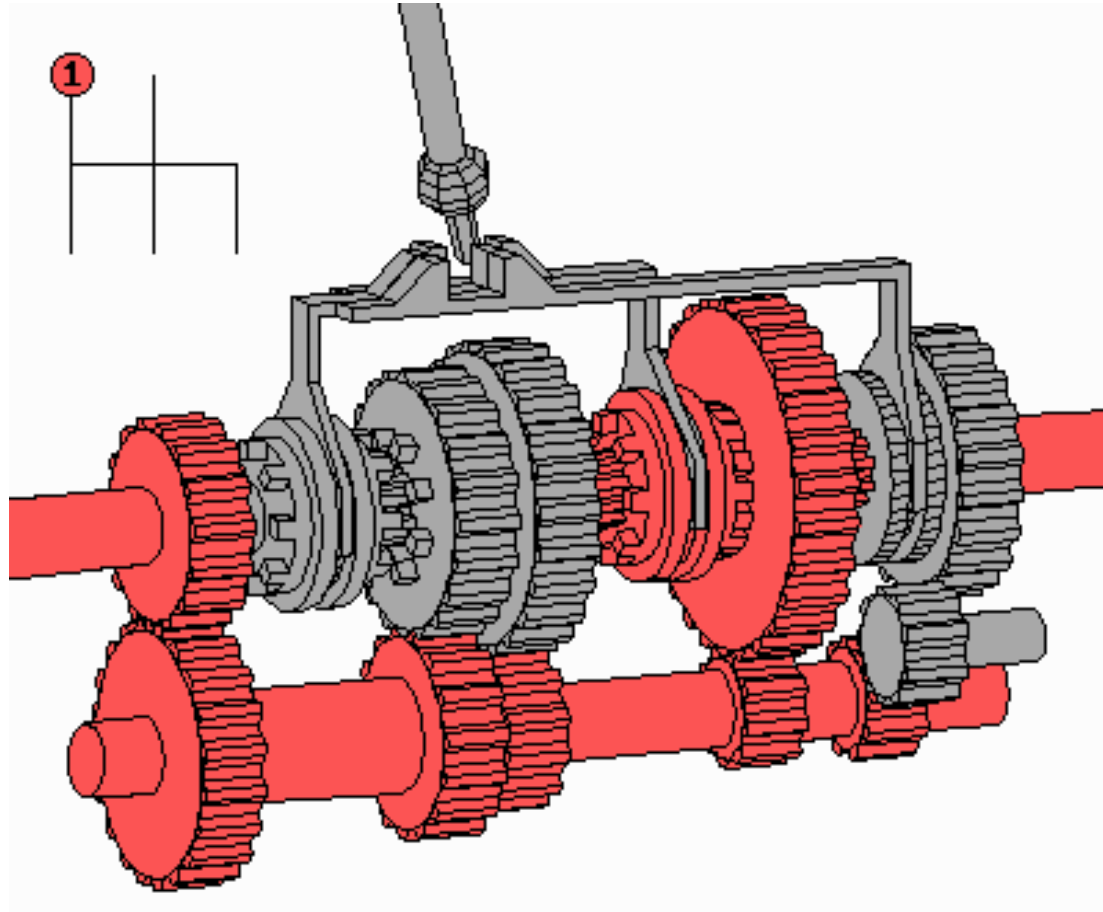


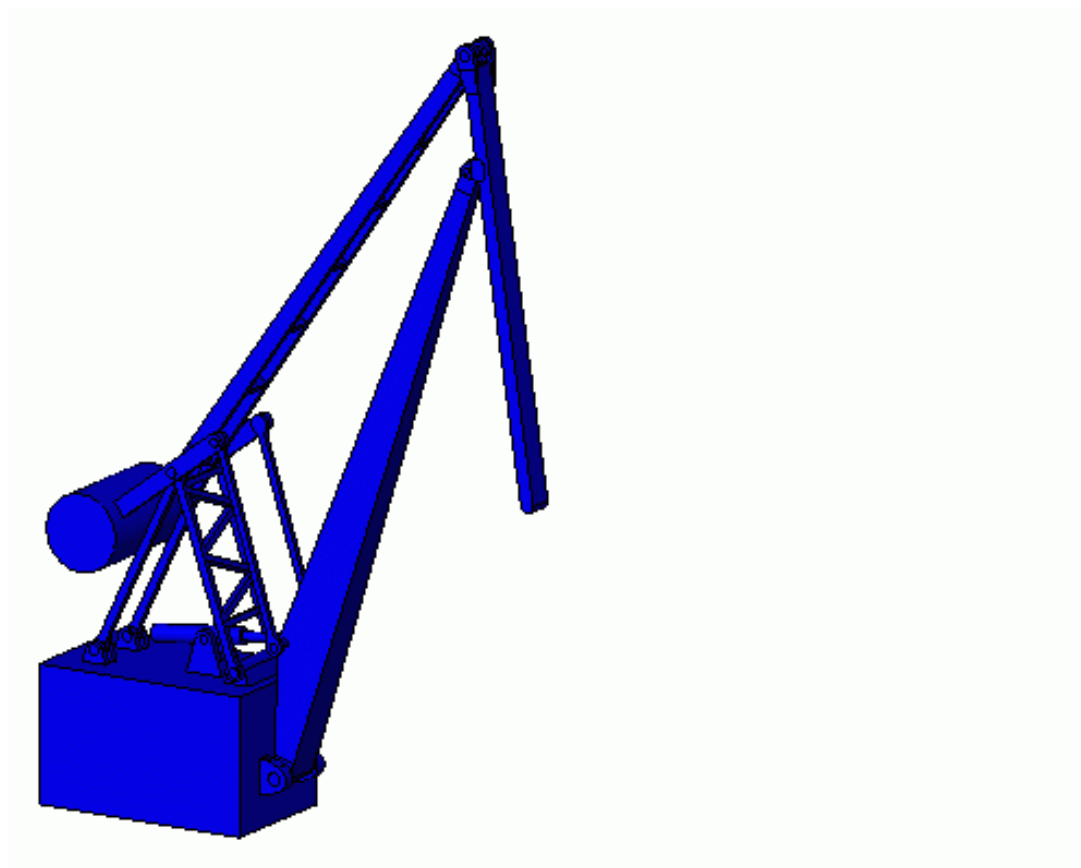


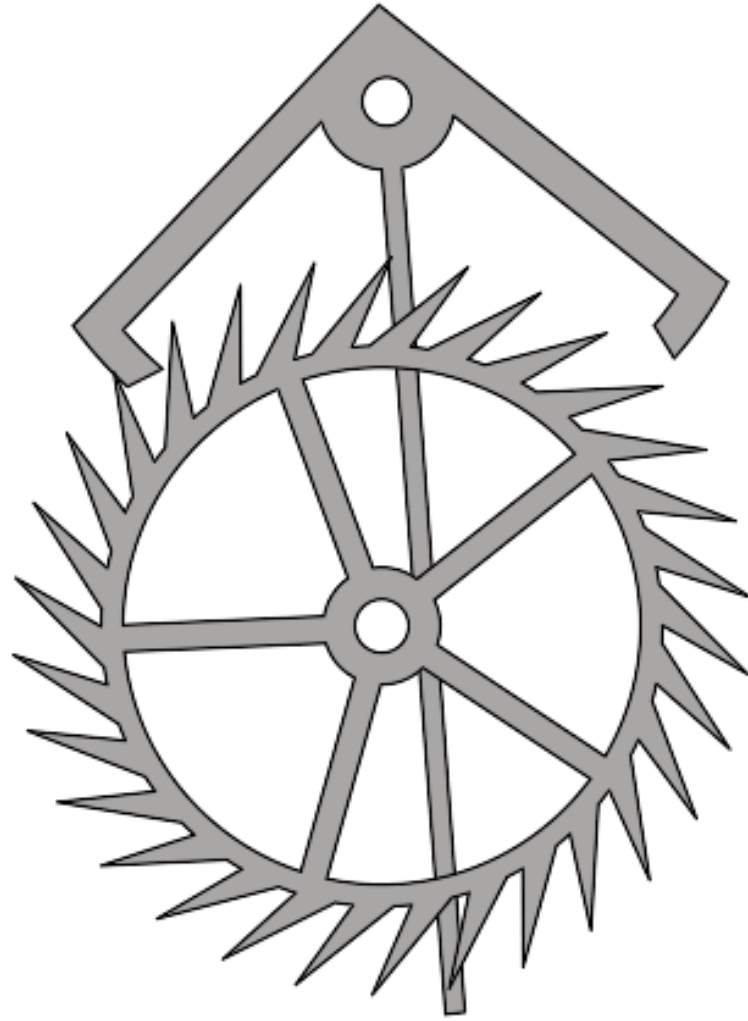


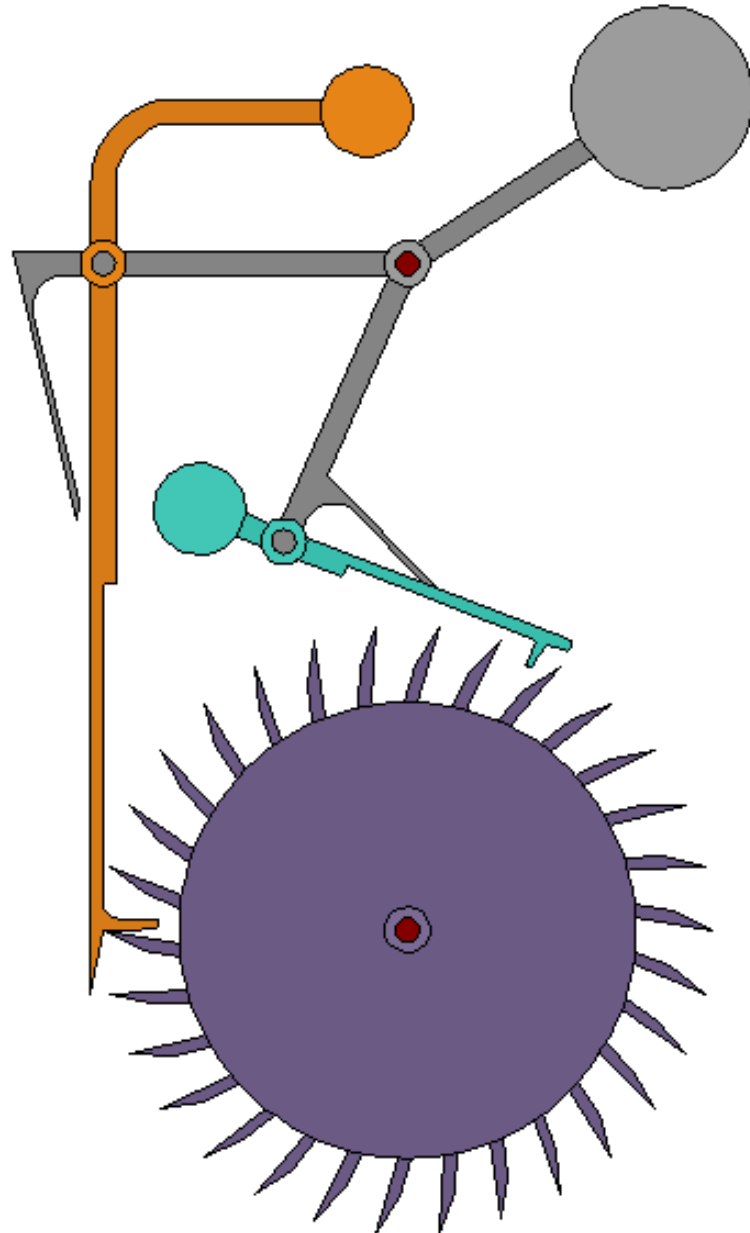


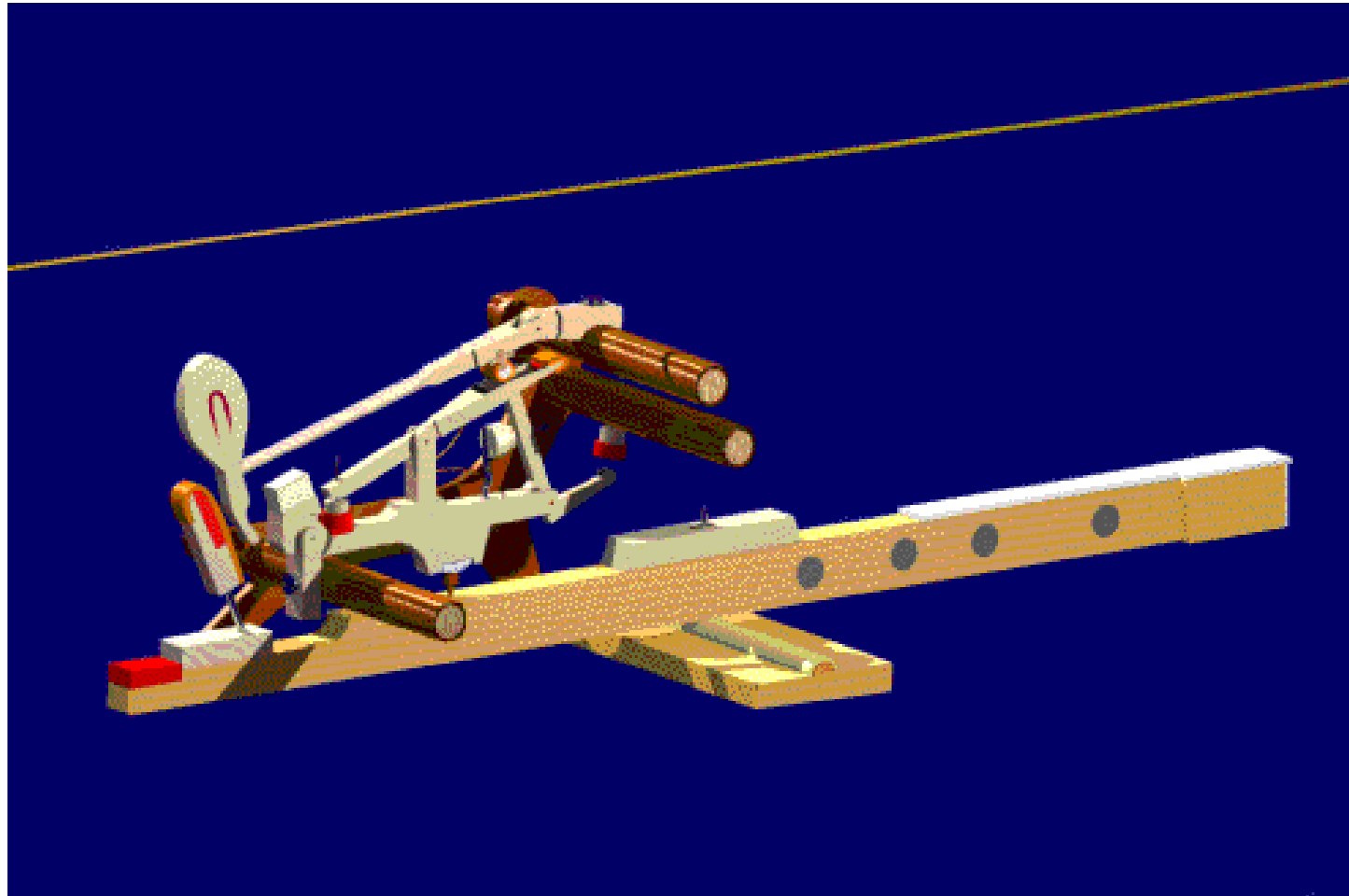


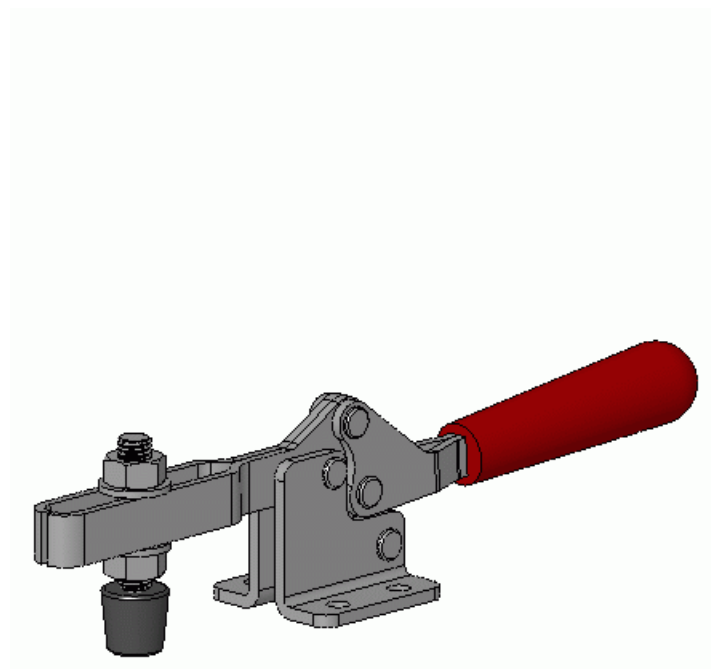


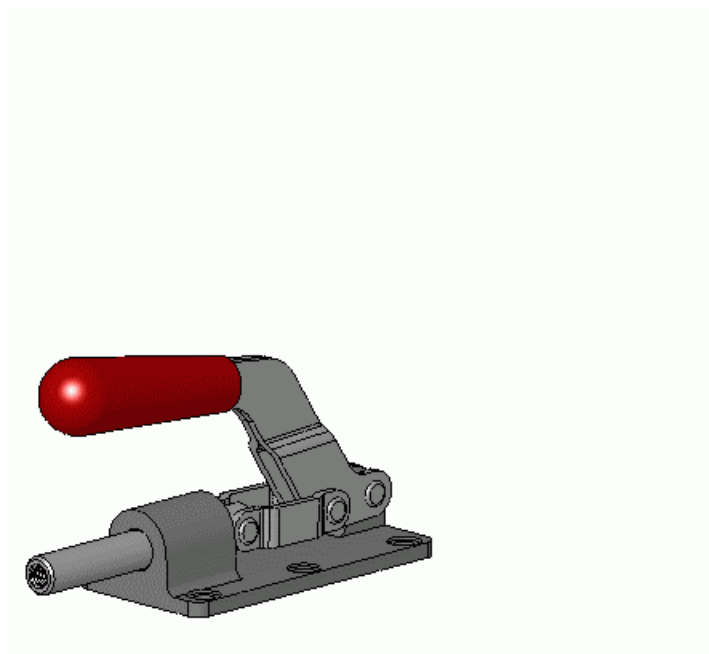


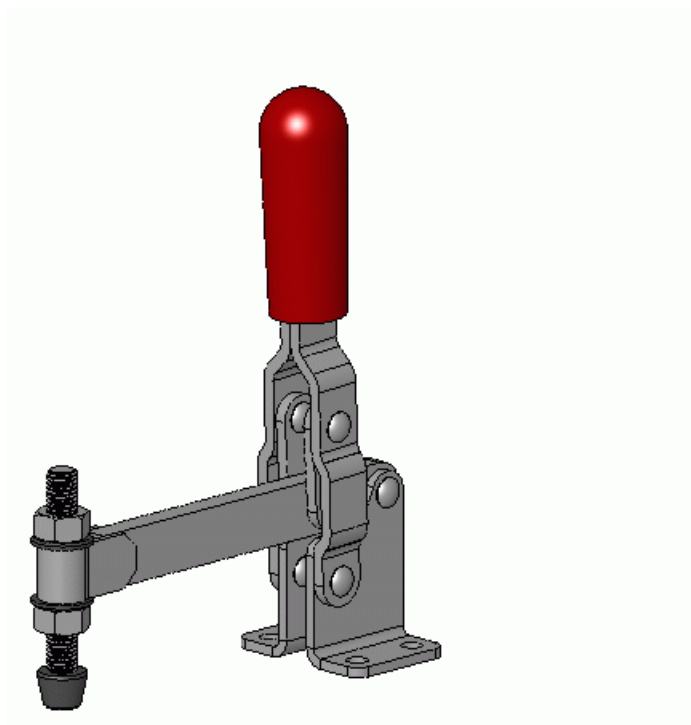


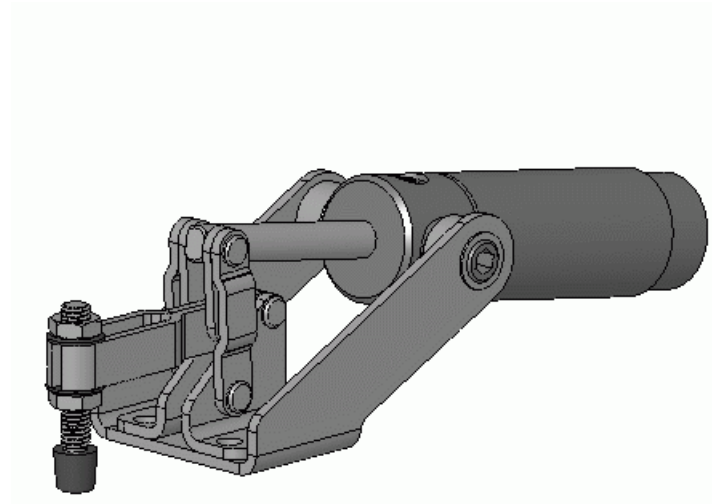




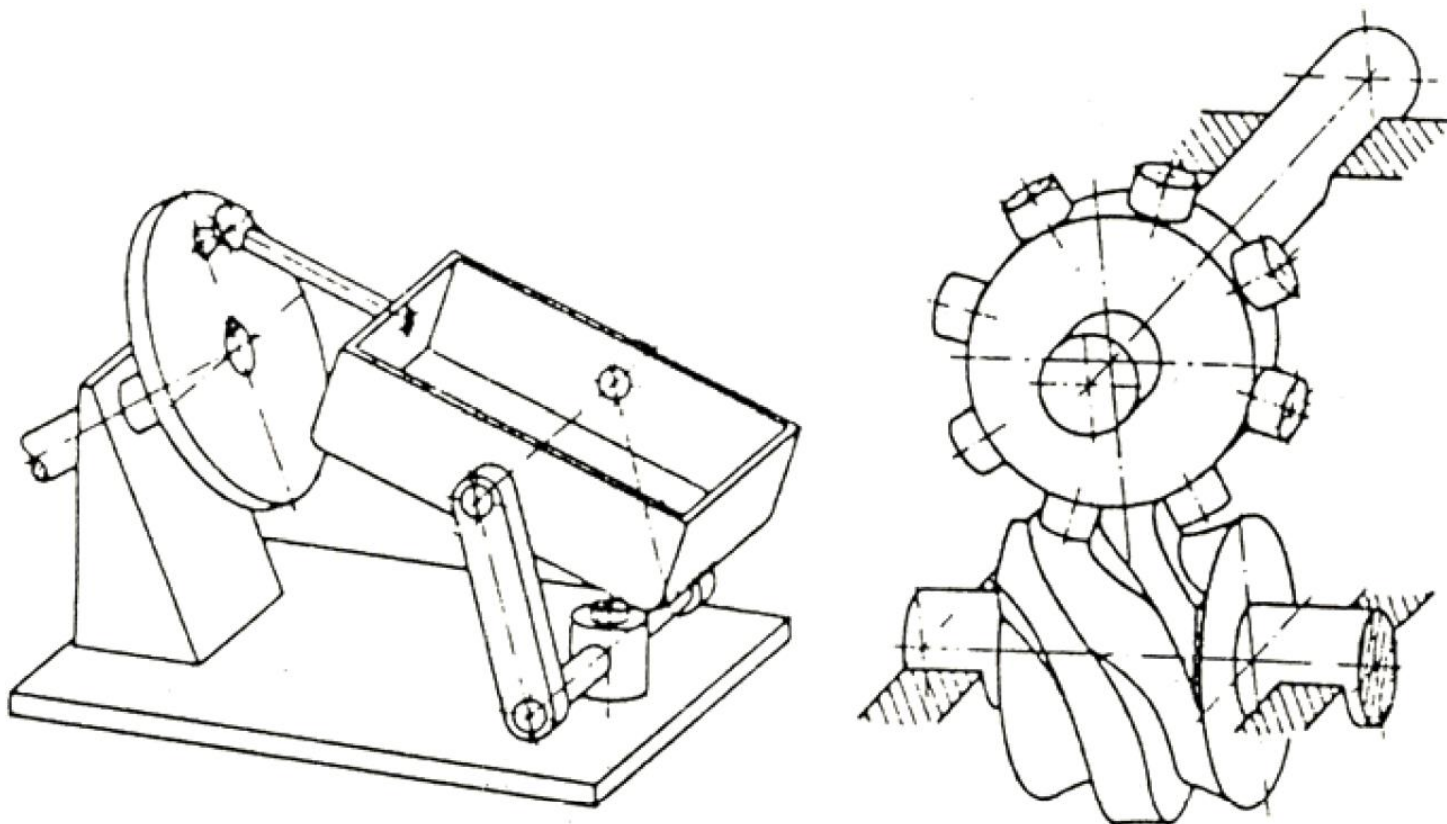




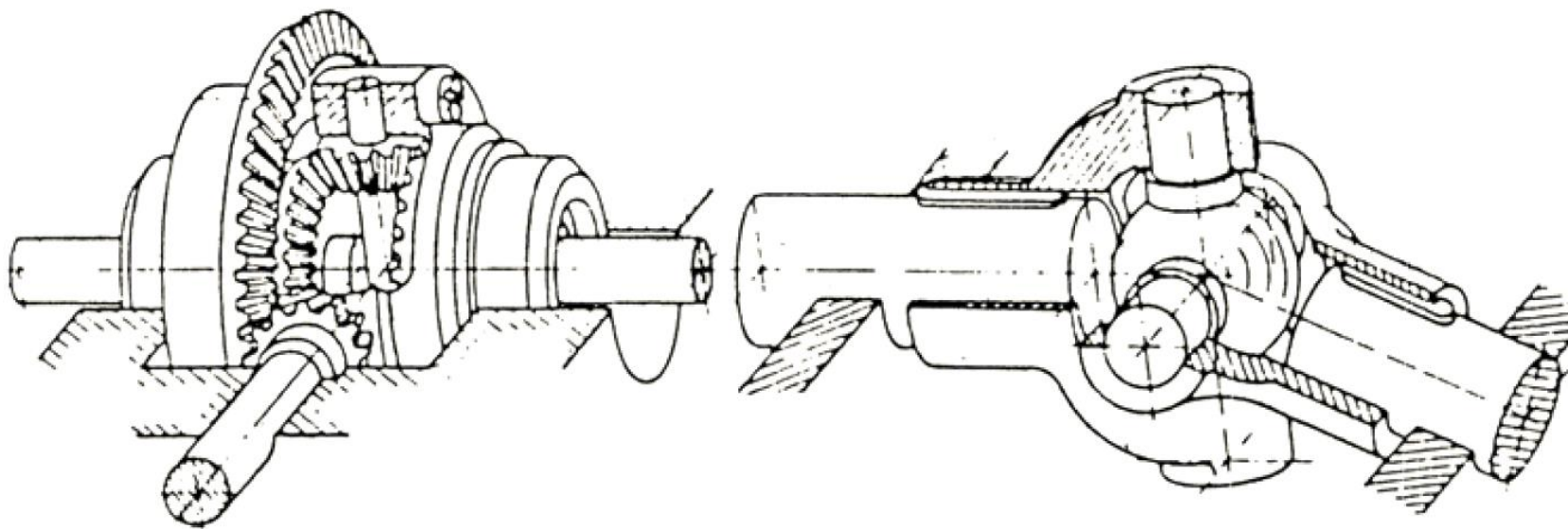




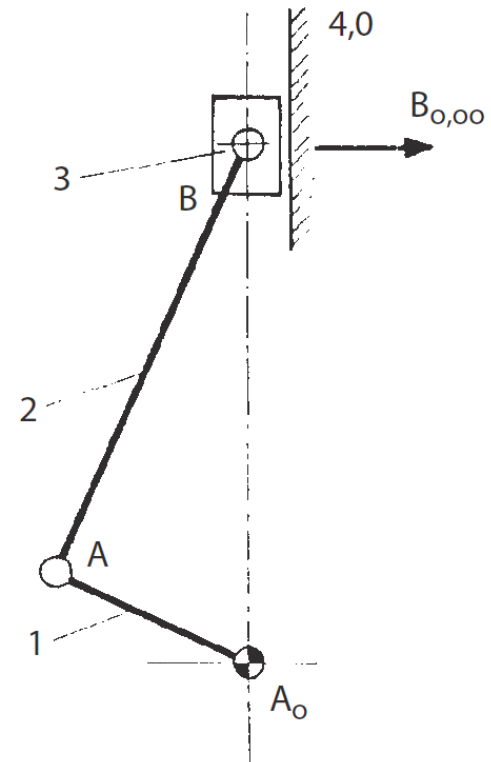
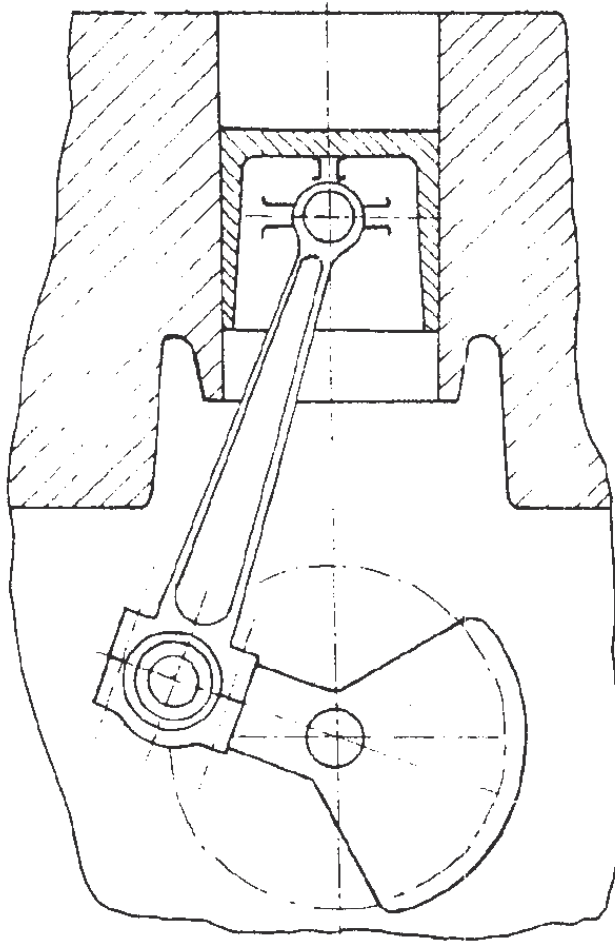
Χωρικοί Μηχανισμοί



Σφαιρικοί Μηχανισμοί



Επίπεδοι Μηχανισμοί

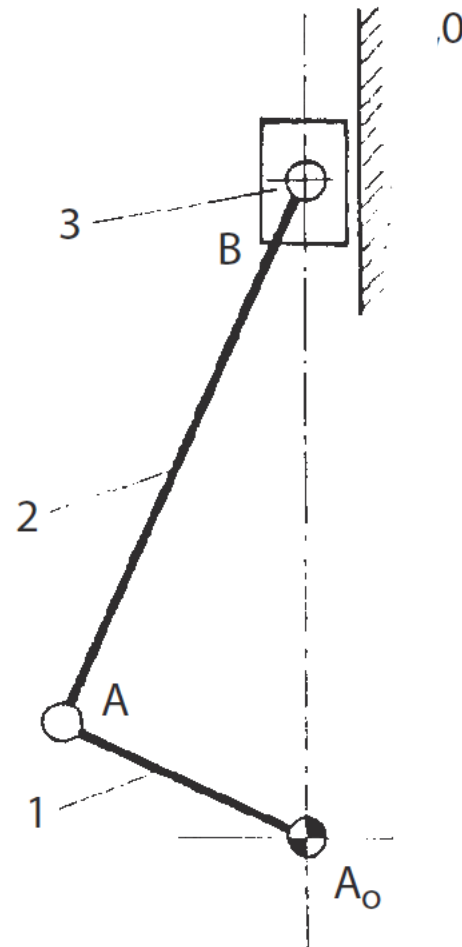


Συμβολισμοί Μηχανισμών

- Με αριθμούς τα μέλη του μηχανισμού.

0,1,2,3

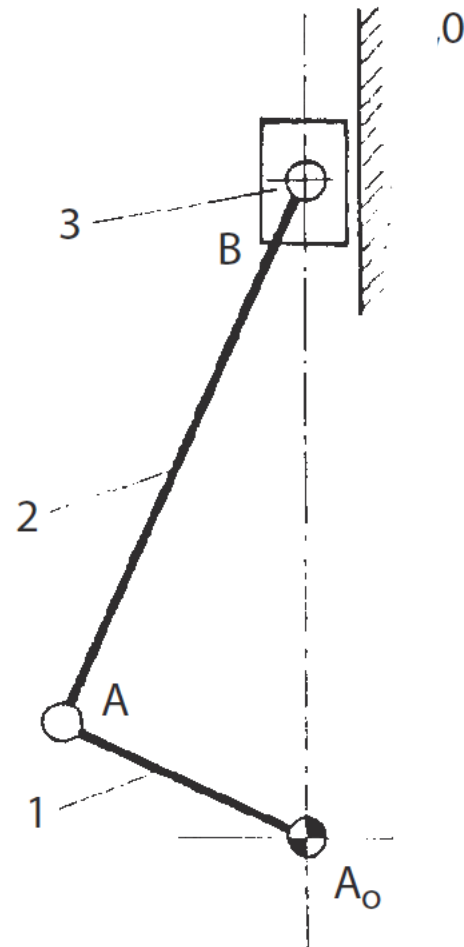
- Με 0 συνήθως συμβολίζουμε το πλαίσιο του μηχανισμού.



Συμβολισμοί Μηχανισμών

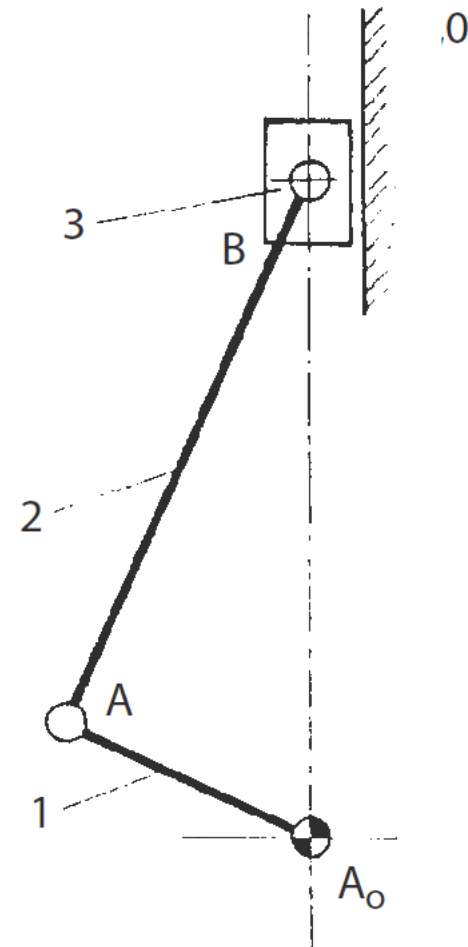
- Με γράμματα οι σύνδεσμοι του μηχανισμού.

A_o, A, B

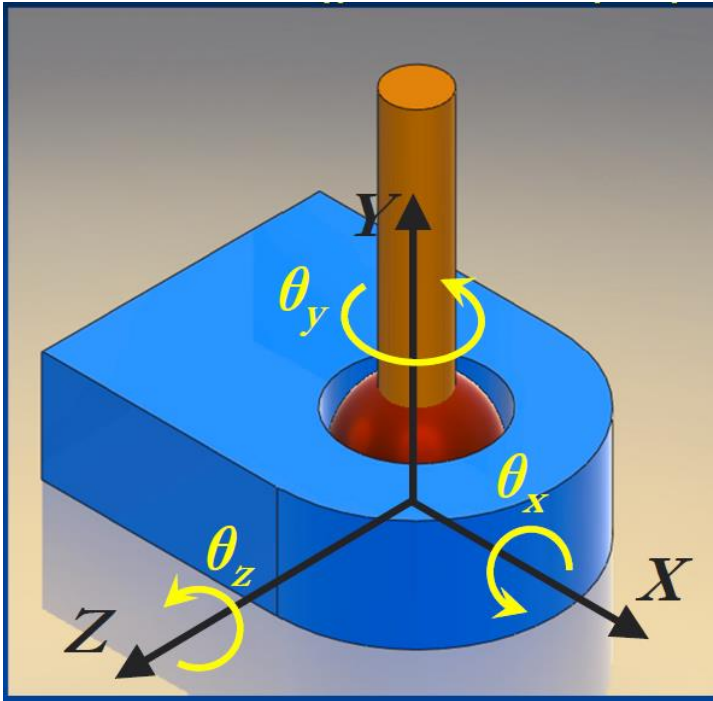


Συμβολισμοί Μηχανισμών

- Με  συμβολίζουμε την κινητήρια άρθρωση:

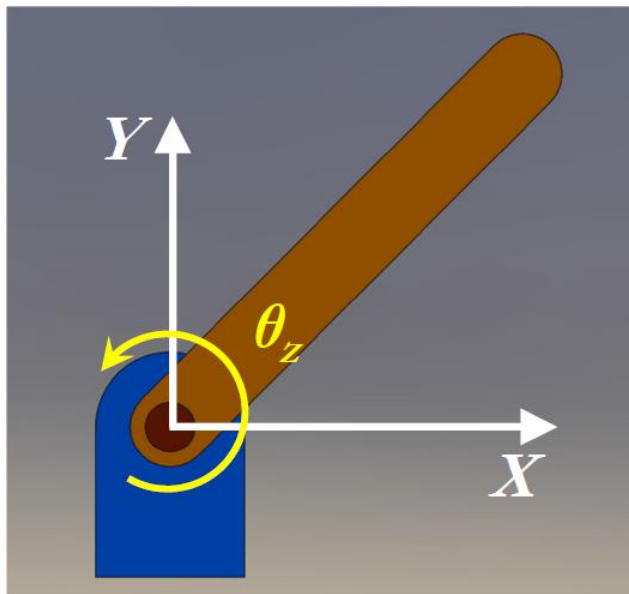


Σφαιρική Άρθρωση



- Εμποδίζονται οι μετακινήσεις κατά x, y, z (δεσμεύονται 3 β.ε.)
- Επιτρέπονται περιστροφές περί τους x, y, z άξονες
- Βαθμοί Ελευθερίας στο χώρο : **3**

Άρθρωση

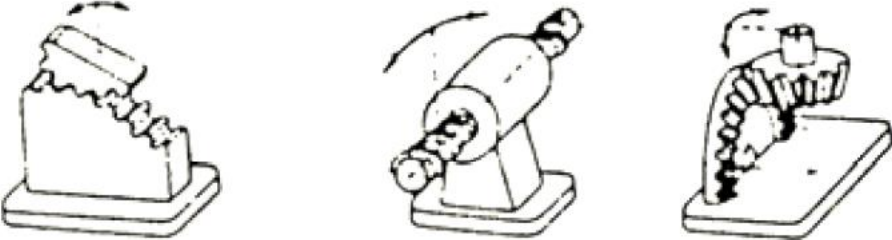


- Εμποδίζονται οι μετακινήσεις κατά x, y (δεσμεύονται 2 β.ε.)
- Επιτρέπεται η περιστροφή περί τον z άξονα
- Βαθμοί Ελευθερίας στο επίπεδο : **1**

Σύνδεσμοι μελών μηχανισμού.

Είδος Συνδέσμου	Σχηματική παράσταση	Βαθμός ελευθερίας
περιστροφής		1
ολισθήσεως		1
περιστροφής - ολισθήσεως		2

Σύνδεσμοι μελών μηχανισμού.

Είδος Συνδέσμου	Σχηματική παράσταση	Βαθμός ελευθερίας
με οδηγητικές καμπύλες		2
με οδοντώσεις		1
σφαιρική		3

Βαθμοί Ελευθερίας Επίπεδου Μηχανισμού

Ο βαθμός ελευθερίας επιπέδου μηχανισμού προσδιορίζεται από την εξίσωση:

$$F = 3(n - 1) - 3g + \sum_{i=1}^g f_i$$

Στην παραπάνω σχέση, τα διάφορα σύμβολα υποδηλώνουν:

n : τον αριθμό των μελών

g : τον αριθμό των αρθρώσεων(συνδέσμων)

f_i : το βαθμό ελευθερίας της αρθρώσεως i . (συνδέσμου i)

Εξίσωση Kutzbach

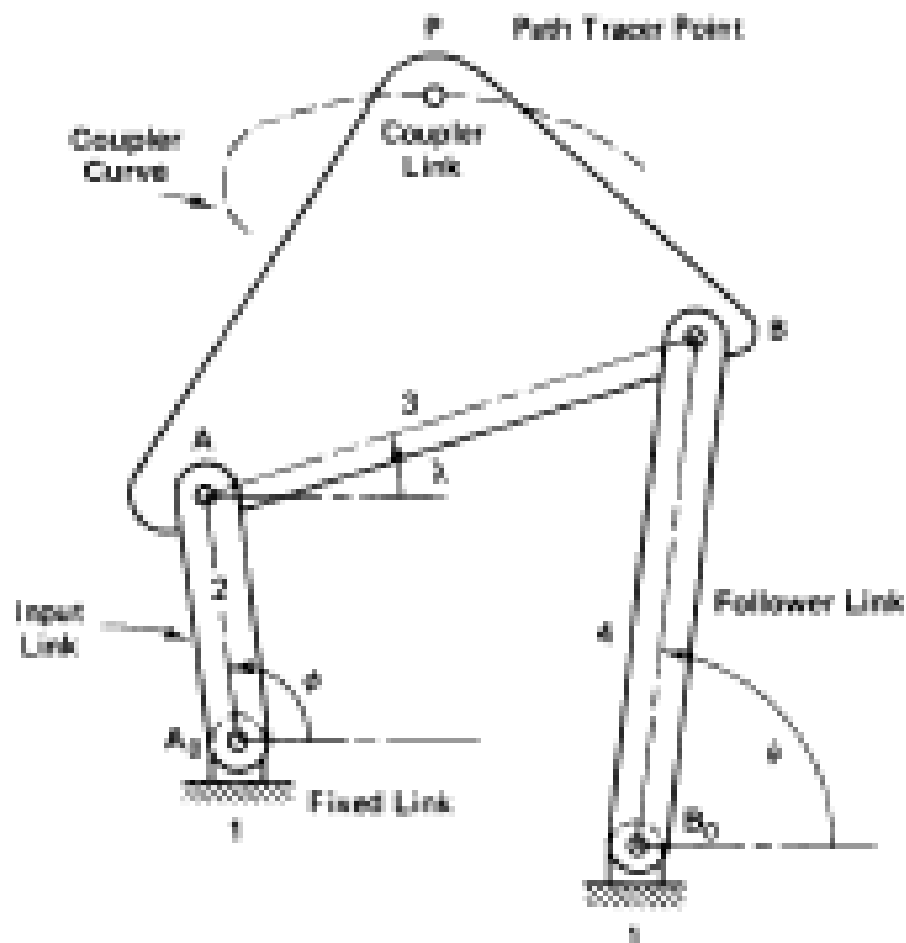
$$\text{DOF} = 3(L - 1) - 2J_1 - J_2$$

DOF = degree of freedom or mobility

L = number of links, including ground link

J_1 = number of 1 DOF joints (full joints)

J_2 = number of 2 DOF joints (half joints)

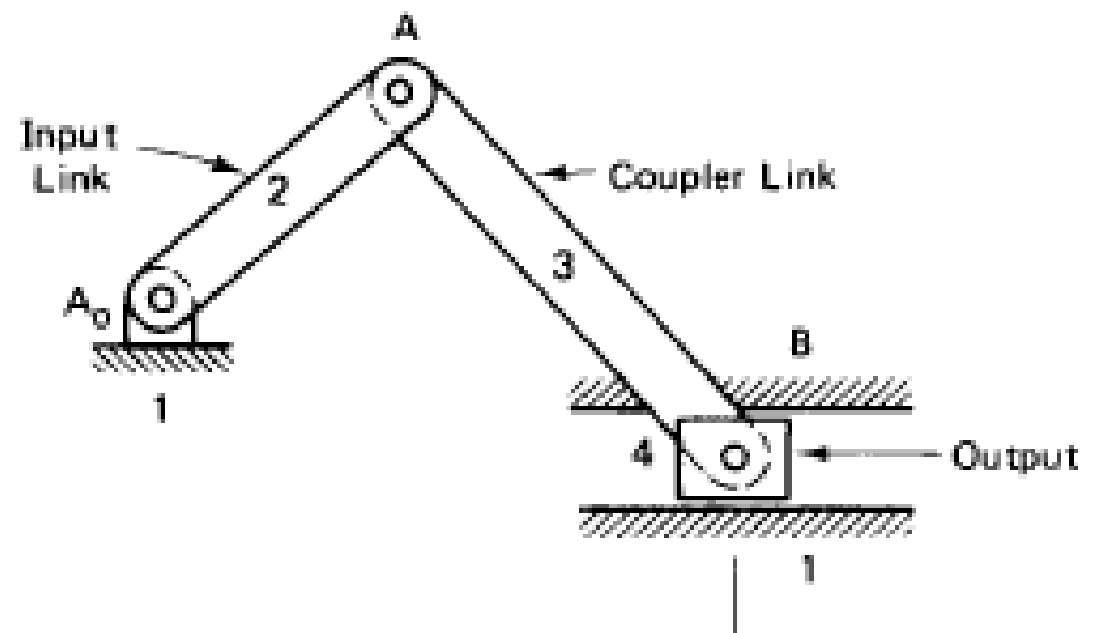


Four Bar mechanism

$L = 4$, $J_1 = 4$ pin connections, $J_2 = 0$

$$\text{DOF} = 3(L - 1) - 2J_1 - J_2$$

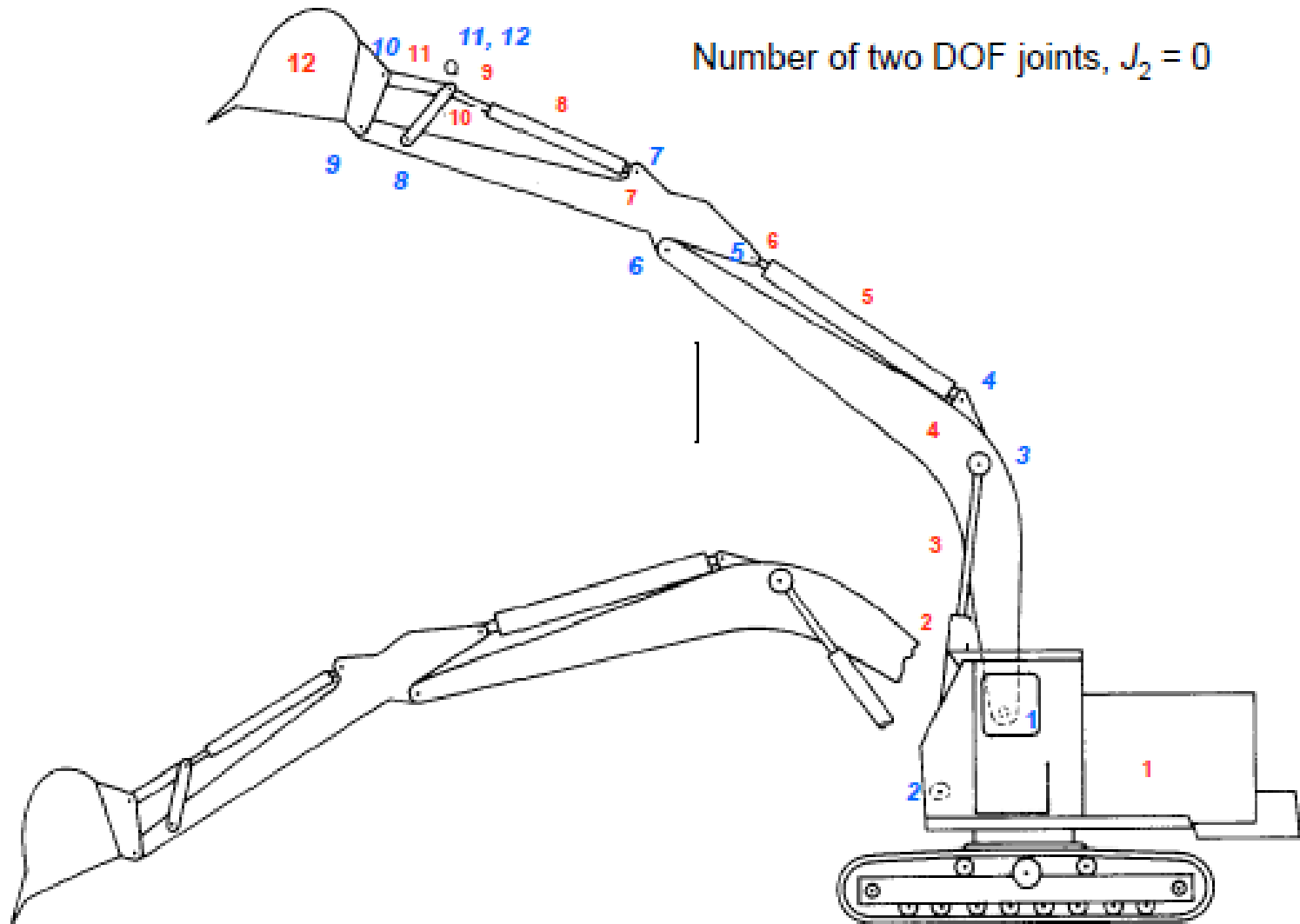
$L = 4$, $J_1 = 3$ pin connections + 1 slider = 4
 $J_2 = 0$



Degrees of Freedom (DOF) – trench hoe

Number of links, $L = 12$, Number of one DOF joints, $J_1 = 12$ (pins) + 3 (slider) = 15,

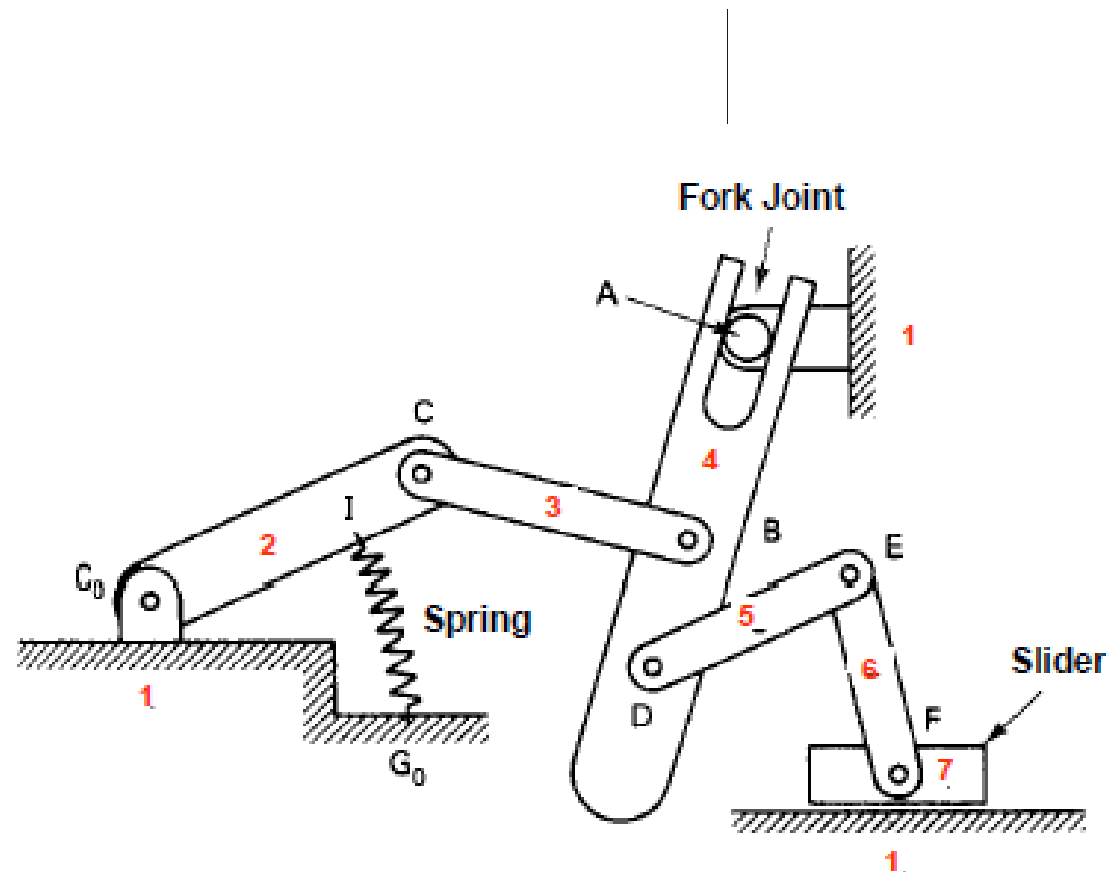
Number of two DOF joints, $J_2 = 0$



Number of links, $L = 7$,

Number of one DOF joints, $J_1 = 6$ (pins) + 1 (slider) = 7,

Number of two DOF joints, $J_2 = 1$ (fork joint)

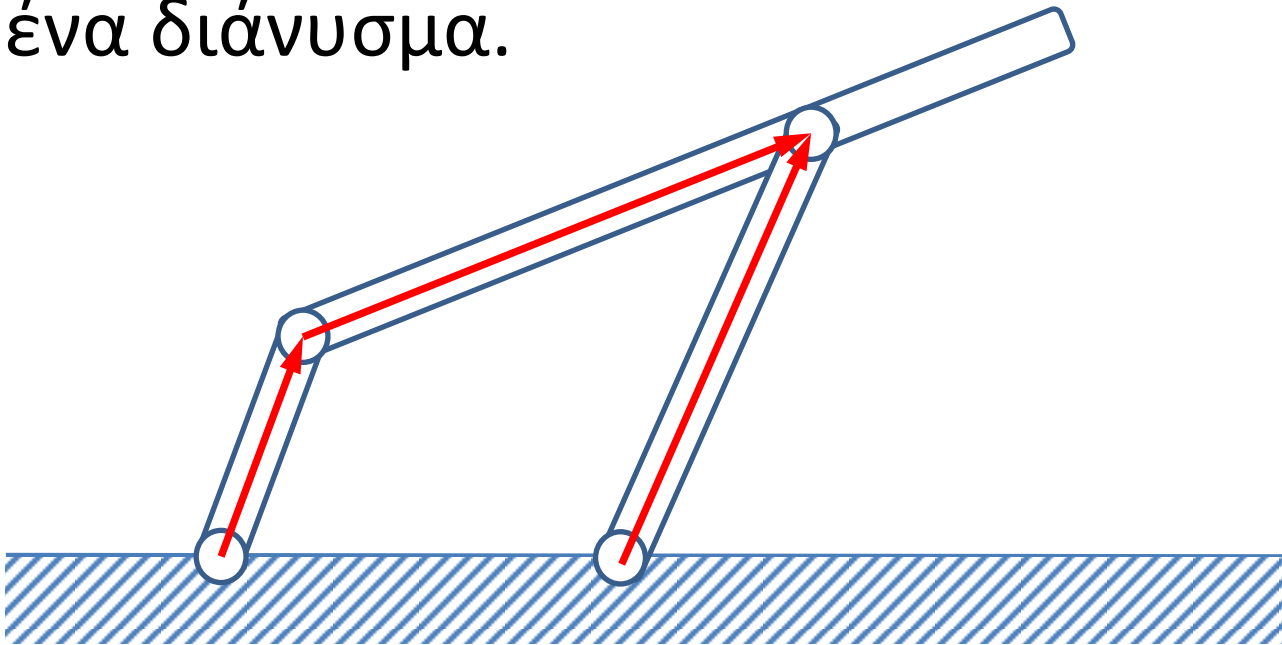


Μοντελοποίηση Μηχανισμών

- Η πλέον πρόσφορη για αναλυτικούς υπολογισμούς μοντελοποίηση των μηχανισμών είναι αυτή με τη χρήση διανυσμάτων.

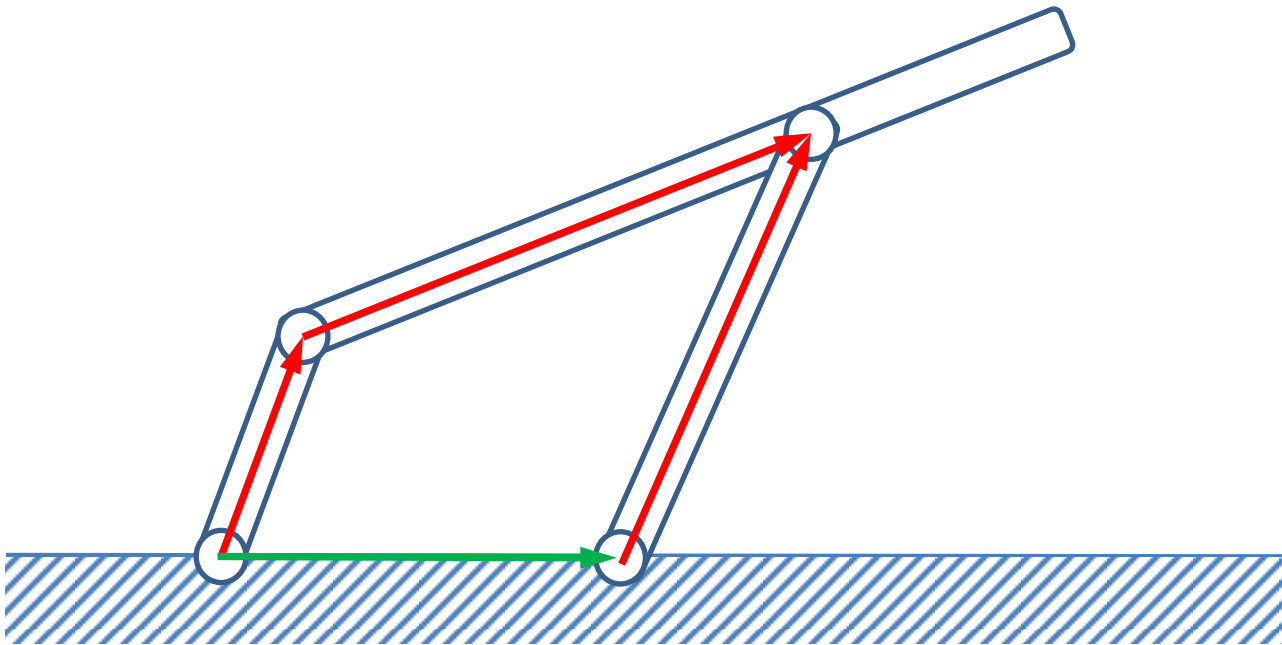
Μοντελοποίηση Μηχανισμών

- Κατά τη μοντελοποίηση με τη χρήση διανυσμάτων το κάθε μέλος παριστάνεται με ένα διάνυσμα.



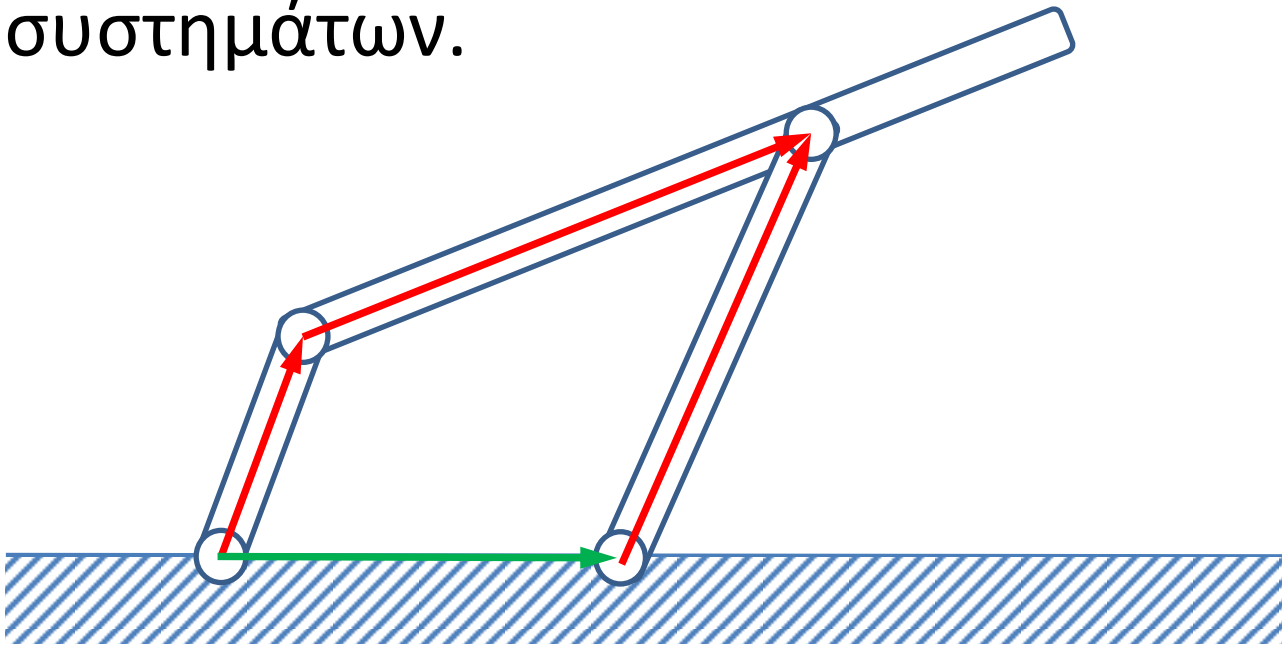
Μοντελοποίηση Μηχανισμών

- Επίσης με διανύσματα παριστάνονται οι αποστάσεις μεταξύ γνωστών σημείων.



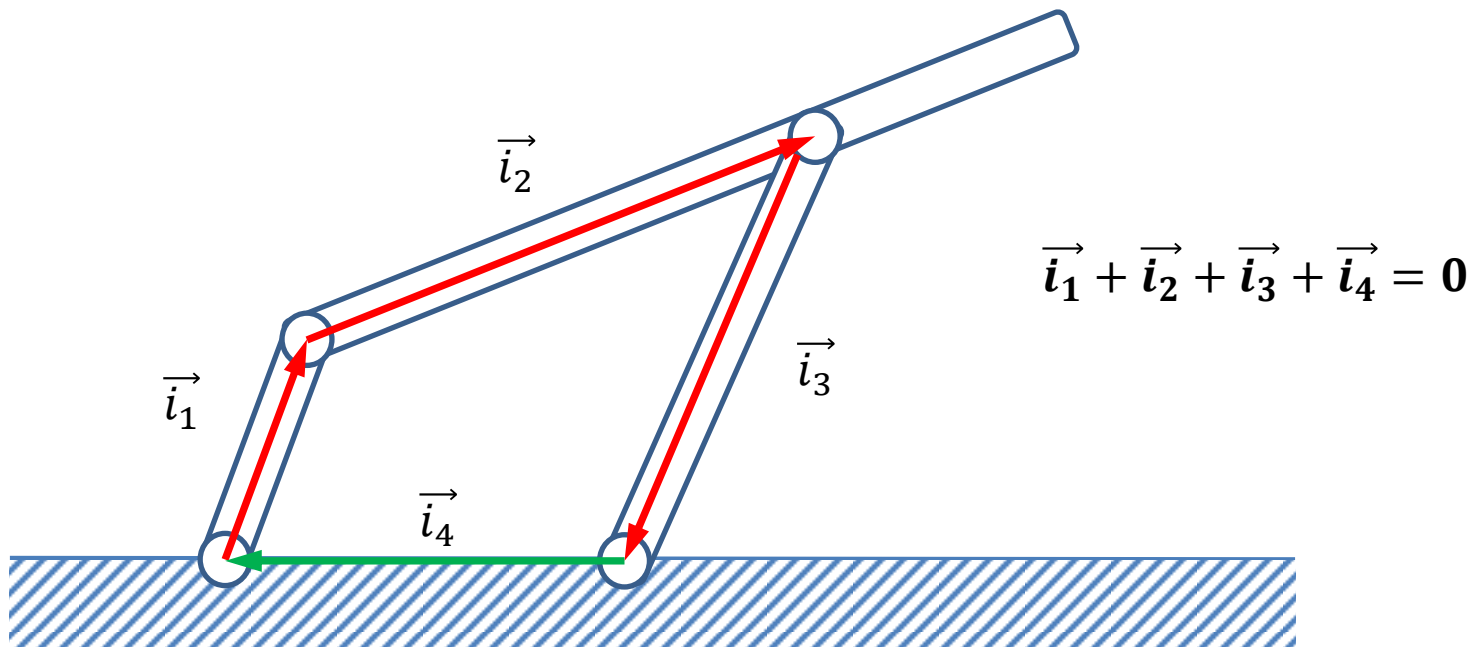
Μοντελοποίηση Μηχανισμών

- Για την ανάλυση των μηχανισμών απαιτείται η κατάστρωση διανυσματικών εξισώσεων (ή και συστημάτων).



Μοντελοποίηση Μηχανισμών

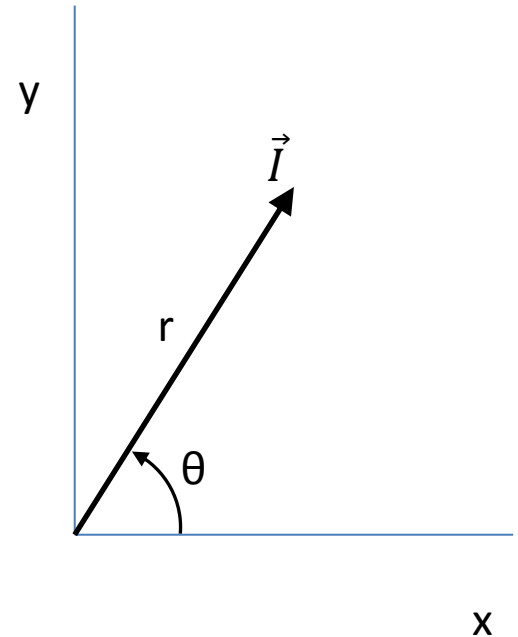
- Η κάθε διανυσματική εξίσωση αντιστοιχεί σε ένα «κλειστό πολύγωνο»



Η επίλυση συστημάτων διανυσματικών
εξισώσεων παρουσιάζει μαθηματική δυσκολία.
Μπορούμε να την ξεπεράσουμε με τη χρήση
μιγαδικών μετασχηματισμών.

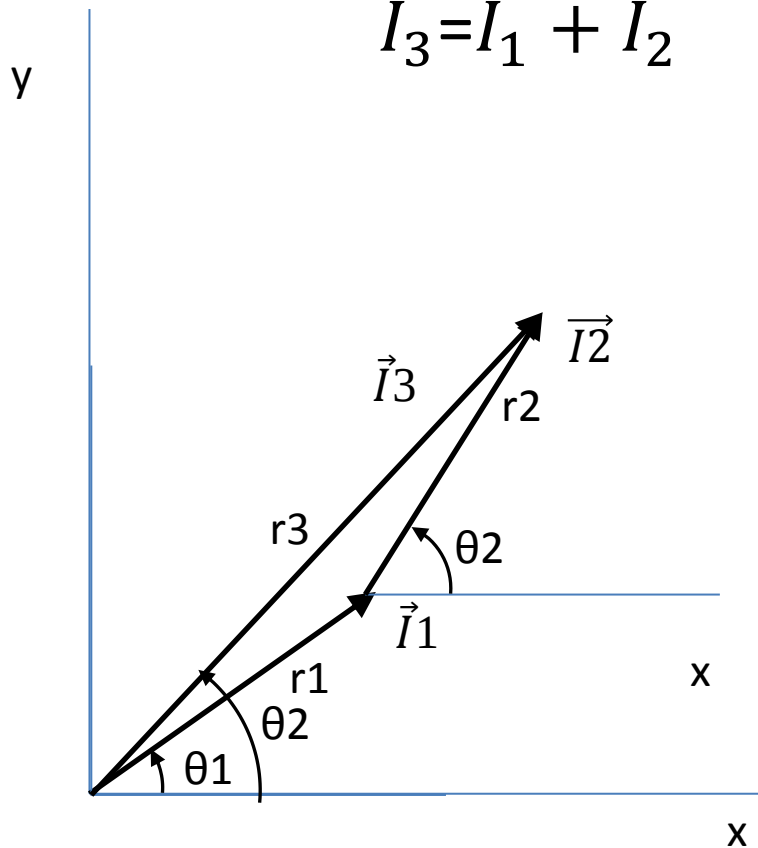
Ένα διάνυσμα $\vec{I}$ μπορεί να παρασταθεί με τη μορφή μιγαδικού αριθμού :

$$\vec{I} = r e^{i\theta}$$



Μπορούμε έτσι να μετατρέψουμε μια
διανυσματική εξίσωση σε μιγαδική

$$\vec{I}_3 = \vec{I}_1 + \vec{I}_2 \quad \rightarrow \quad r_3 e^{i\theta_3} = r_1 e^{i\theta_1} + r_2 e^{i\theta_2}$$

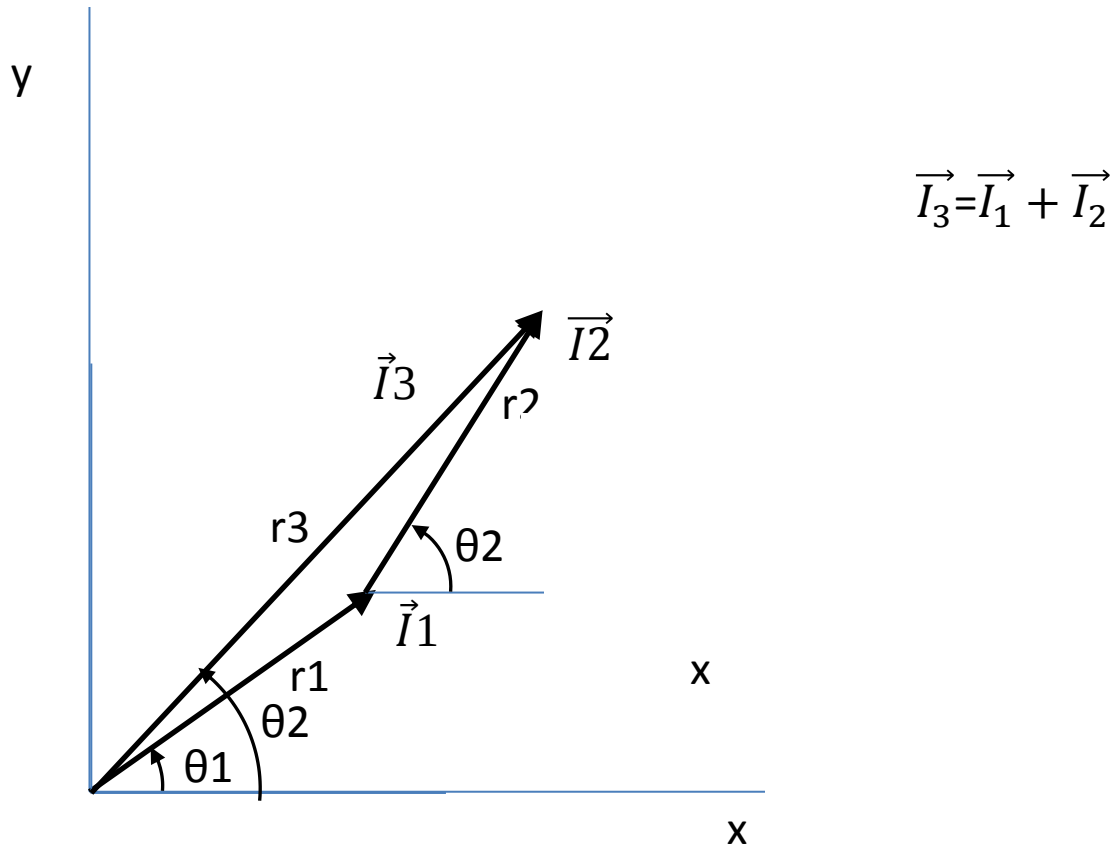


Τύπος του Euler

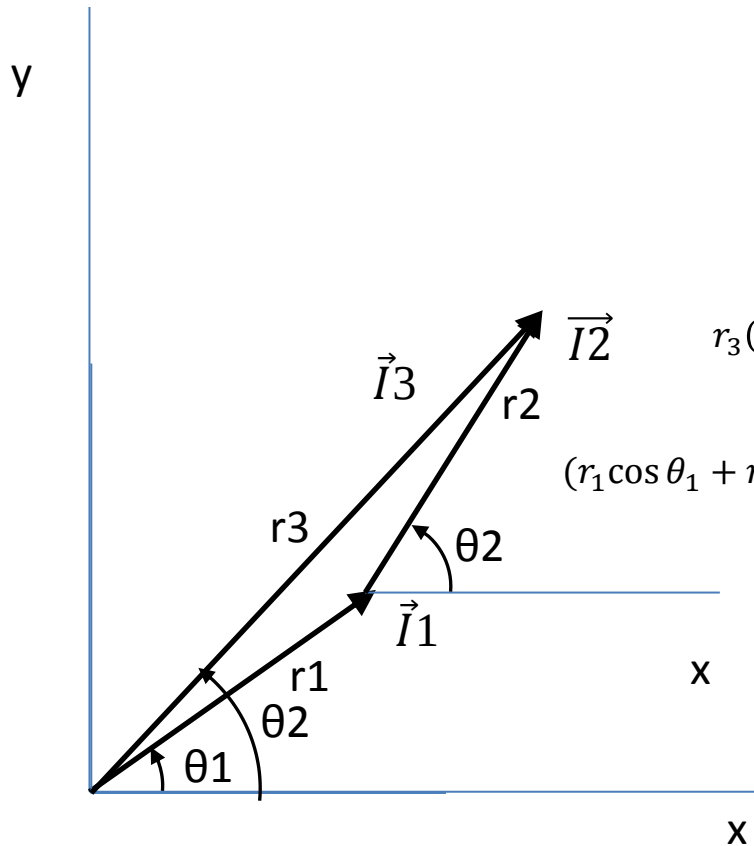
$$e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$$

Όπου $i = \sqrt{-1}$

Με τη χρήση του τύπου (μετασχηματισμού) Euler, οι μιγαδικές εξισώσεις λαμβάνουν μια νέα μορφή, με πλήρως διακεκριμένους πραγματικούς και φανταστικούς όρους



Αυτό, και δεδομένου ότι $i \neq 1$, μας επιτρέπει να χωρίσουμε τη μιγαδική εξίσωση σε δύο αλγεβρικές εξισώσεις με πραγματικούς όρους.



$$\vec{I}_3 = \vec{I}_1 + \vec{I}_2 \rightarrow r_3 e^{i\theta_3} = r_1 e^{i\theta_1} + r_2 e^{i\theta_2}$$

$$r_3(\cos\theta_3 + i\sin\theta_3) = r_1(\cos\theta_1 + i\sin\theta_1) + r_2(\cos\theta_2 + i\sin\theta_2)$$

$$(r_1 \cos \theta_1 + r_2 \cos \theta_2 - r_3 \cos \theta_3) + i(r_1 \sin \theta_1 + r_2 \sin \theta_2 - r_3 \sin \theta_3) = 0$$

$$r_1(\cos\theta_1) + r_2(\cos\theta_2) - r_3(\cos\theta_3) = 0$$

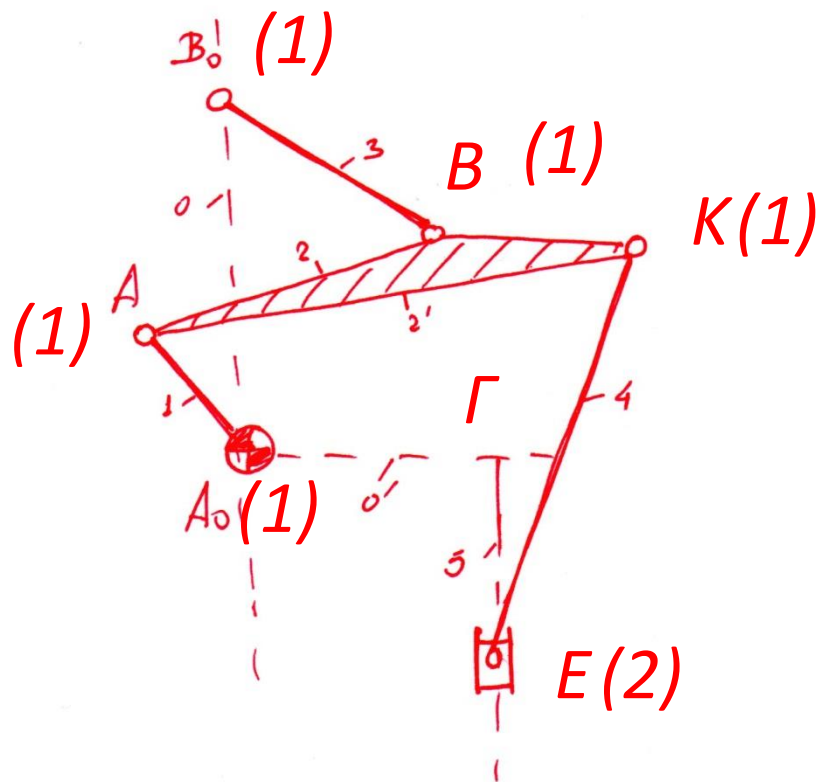
$$r_1(\sin\theta_1) + r_2(\sin\theta_2) - r_3(\sin\theta_3) = 0$$

Ανεξάρτητες Διανυσματικές εξισώσεις.

- Ένας μηχανισμός με n μέλη και g συνδέσμους μπορεί να παρασταθεί με L ανεξάρτητες μεταξύ τους διανυσματικές εξισώσεις όπου:

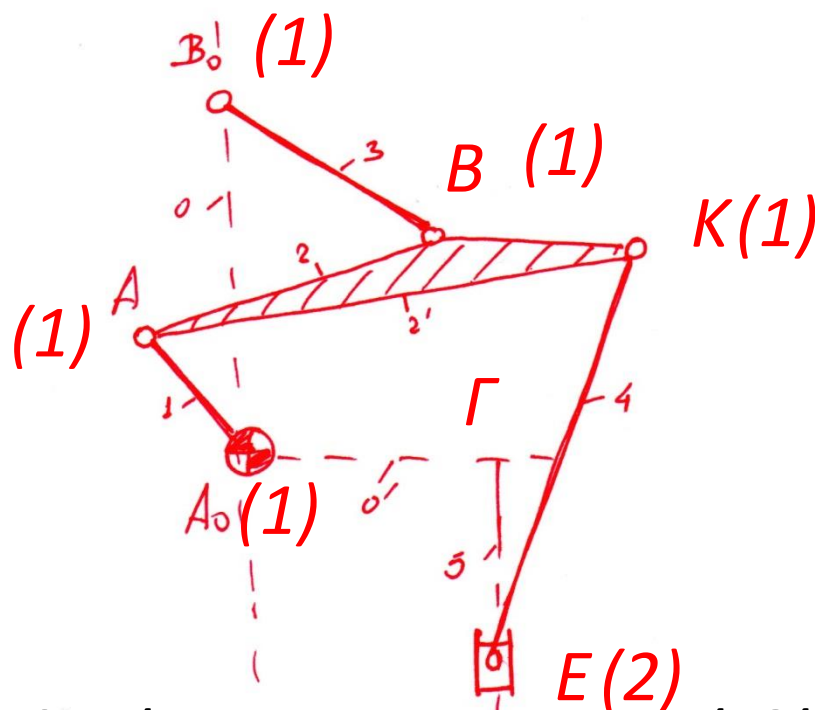
$$L=g-n+1$$

Ο μηχανισμός του σχήματος αποτελείται από $n=5$ μέλη, $g=6$ συνδέσμους και το σύνολο των βαθμών ελευθερίας των συνδέσμων είναι 6



Δίπλα σε κάθε σύνδεσμο βλέπουμε τους βαθμούς ελευθερίας του συνδέσμου αυτού

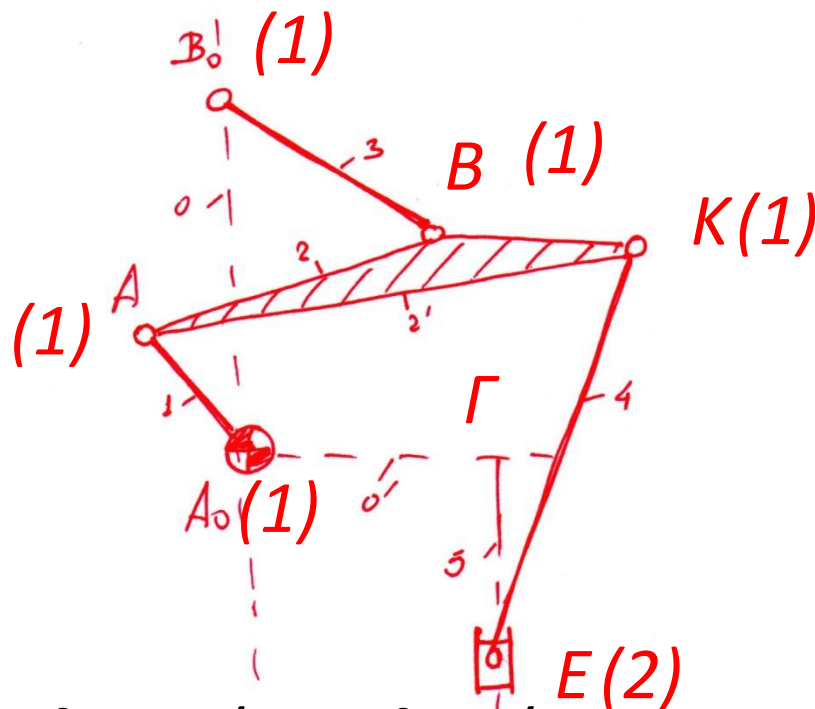
Ο μηχανισμός του σχήματος αποτελείται από $n=5$ μέλη, $g=6$ συνδέσμους και το σύνολο των βαθμών ελευθερίας των συνδέσμων είναι 7



Οι βαθμοί ελευθερίας του μηχανισμού δίνονται

$$\text{ως: } F = 3(n - 1) - 3g + \sum_{i=1}^g f_i = 3 \times (5 - 1) - 3 \times 6 + 7 = 1$$

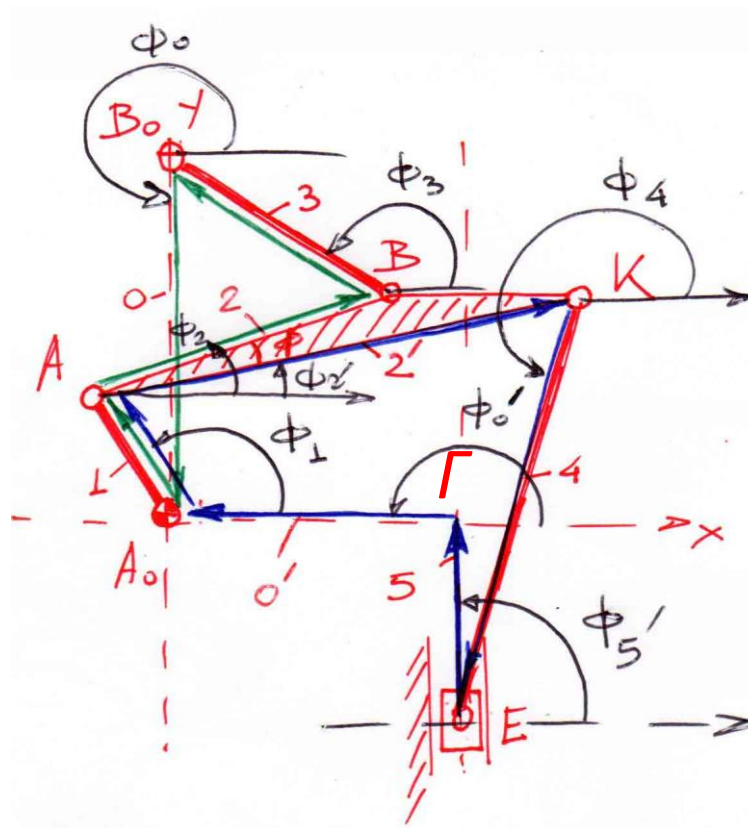
Ο μηχανισμός του σχήματος αποτελείται από $n=5$ μέλη, $g=6$ συνδέσμους και το σύνολο των βαθμών ελευθερίας των συνδέσμων είναι 7

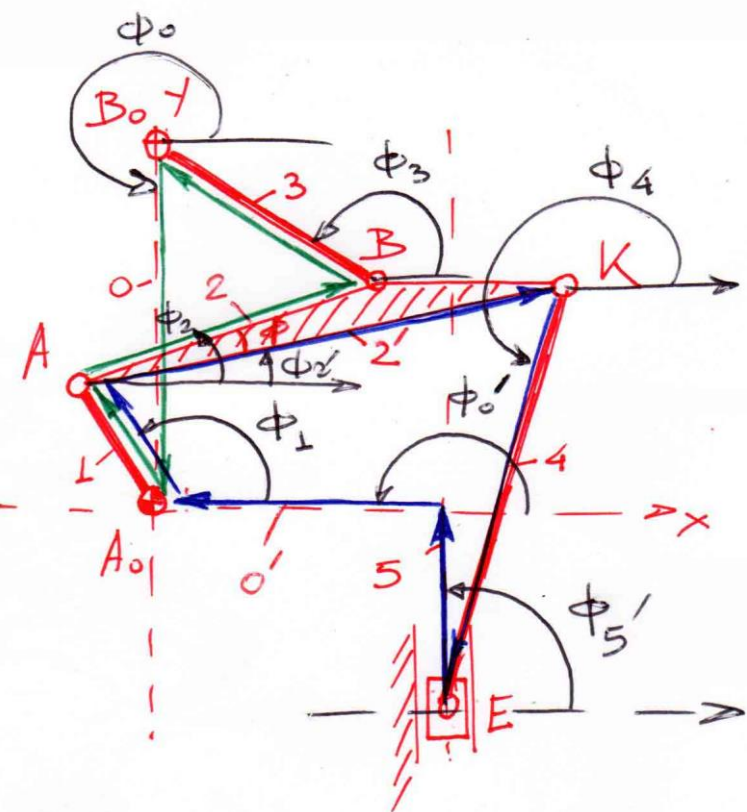


Ο αριθμός των κλειστών πολυγώνων που απαιτείται για την περιγραφή του μηχανισμού είναι:

$$L = g - n + 1 = 6 - 5 + 1 = 2$$

Τα δύο πολύγωνα είναι: $A_0ABB_0A_0$ και $A_0AKEΓA_0$

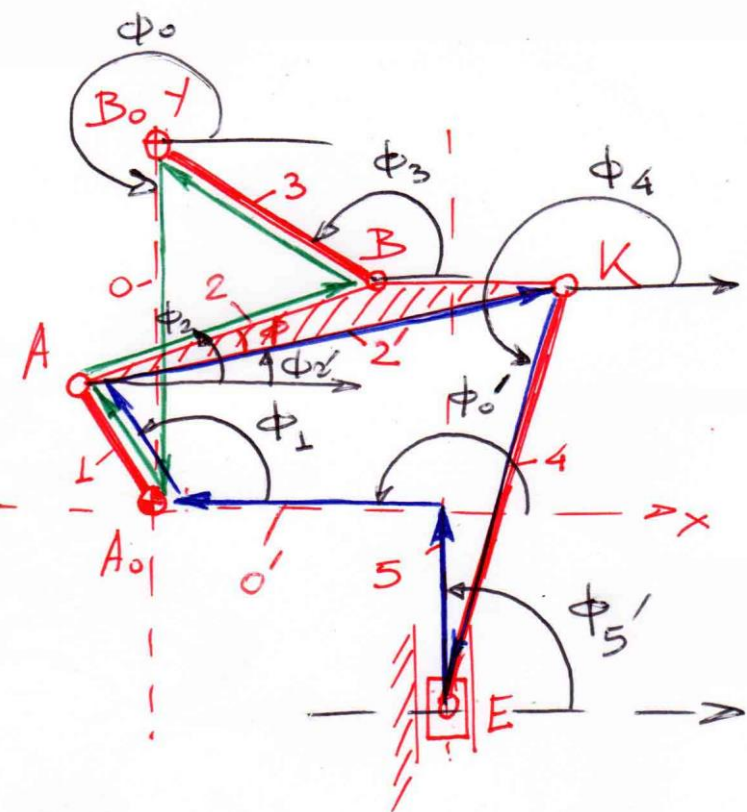




$$\vec{L}_0 + \vec{L}_1 + \vec{L}_2 + \vec{L}_3 = 0$$

$$\vec{L}_0' + \vec{L}_1 + \vec{L}_2' + \vec{L}_4 + \vec{L}_5 = 0$$

Τα δύο πολύγωνα αντιστοιχούν σε δύο
διανυσματικές εξισώσεις

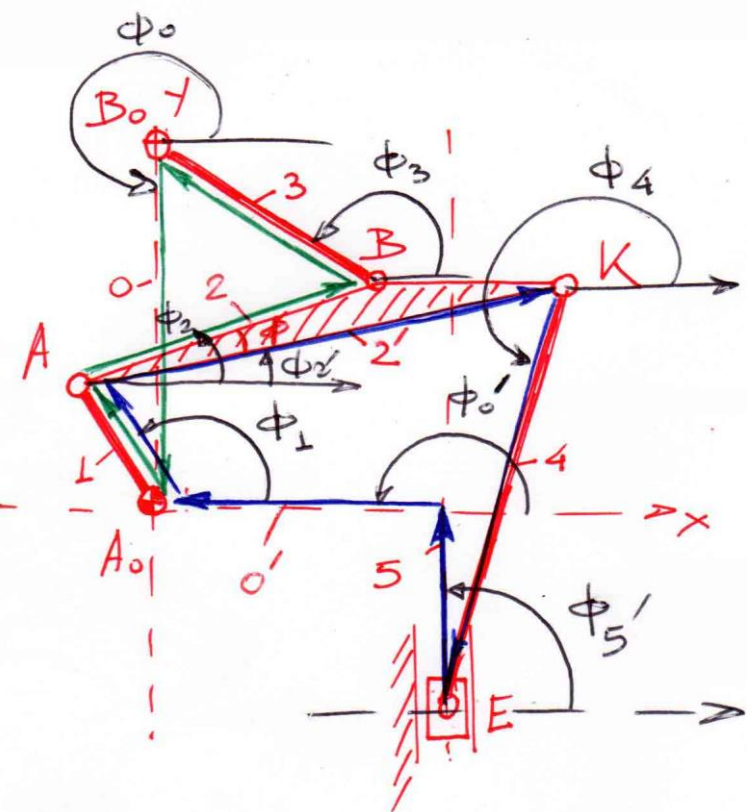


$$\vec{L}_0 + \vec{L}_1 + \vec{L}_2 + \vec{L}_3 = 0$$

$$\vec{L}_0' + \vec{L}_1 + \vec{L}_2' + \vec{L}_4 + \vec{L}_5 = 0$$

$$L_0 e^{j\phi_0} + L_1 e^{j\phi_1} + L_2 e^{j\phi_2} + L_3 e^{j\phi_3} = 0$$

$$L_0 e^{j\phi_0'} + L_1 e^{j\phi_1} + L_2 e^{j(\phi_2 - \phi)} + L_4 e^{j\phi_4} + L_5 e^{j\phi_5} = 0$$



$$\vec{L}_0 + \vec{L}_1 + \vec{L}_2 + \vec{L}_3 = 0$$

$$\vec{L}_0' + \vec{L}_1 + \vec{L}_2' + \vec{L}_4 + \vec{L}_5 = 0$$

$$L_0 e^{j\varphi_0} + L_1 e^{j\varphi_1} + L_2 e^{j\varphi_2} + L_3 e^{j\varphi_3} = 0$$

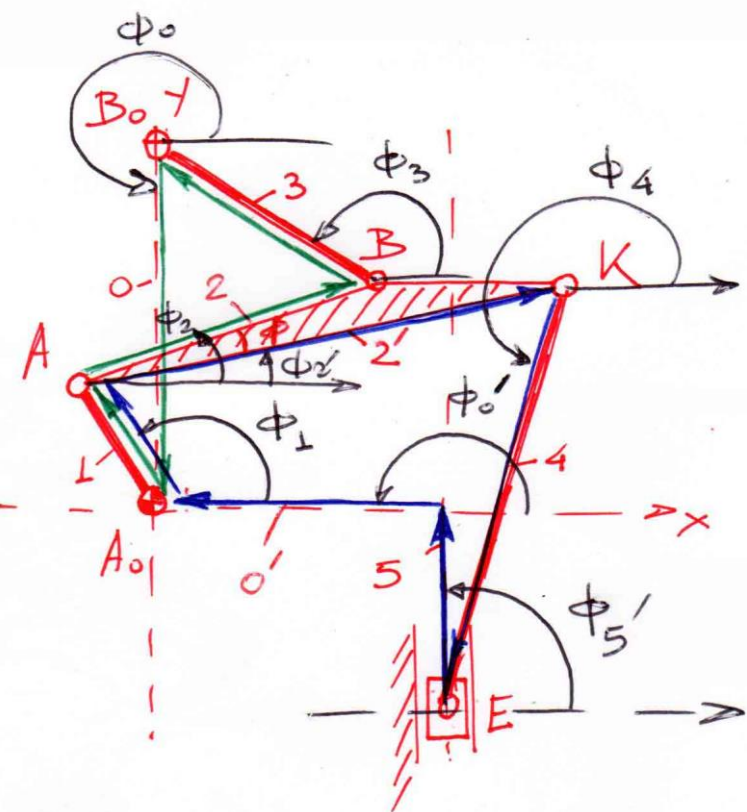
$$L_0' e^{j\varphi_0'} + L_1 e^{j\varphi_1} + L_2' e^{j(\varphi_2 - \varphi)} + L_4 e^{j\varphi_4} + L_5 e^{j\varphi_5} = 0$$

$$L_0 \cos \varphi_0 + L_1 \cos \varphi_1 + L_2 \cos \varphi_2 + L_3 \cos \varphi_3 = 0$$

$$L_0 \sin \varphi_0 + L_1 \sin \varphi_1 + L_2 \sin \varphi_2 + L_3 \sin \varphi_3 = 0$$

$$L_0' \cos \varphi_0' + L_1 \cos \varphi_1 + L_2' \cos (\varphi_2 - \varphi) + L_4 \cos \varphi_4 + L_5 \cos \varphi_5 = 0$$

$$L_0' \sin \varphi_0' + L_1 \sin \varphi_1 + L_2' \sin (\varphi_2 - \varphi) + L_4 \sin \varphi_4 + L_5 \sin \varphi_5 = 0$$



$$\phi_0 = 270^\circ \Rightarrow \cos \phi_0 = 0 \quad \sin \phi_0 = -1$$

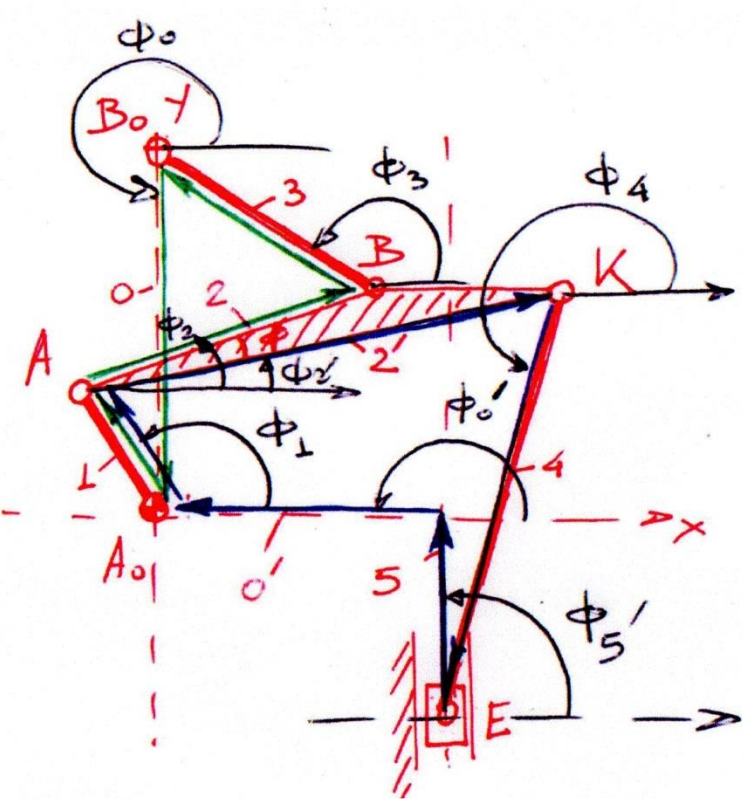
$$\phi_5 = 90^\circ \Rightarrow \cos \phi_5 = 0 \quad \sin \phi_5 = 1$$

$$L_0 \cos \phi_0 + L_1 \cos \phi_1 + L_2 \cos \phi_2 + L_3 \cos \phi_3 = 0$$

$$L_0 \sin \phi_0 + L_1 \sin \phi_1 + L_2 \sin \phi_2 + L_3 \sin \phi_3 = 0$$

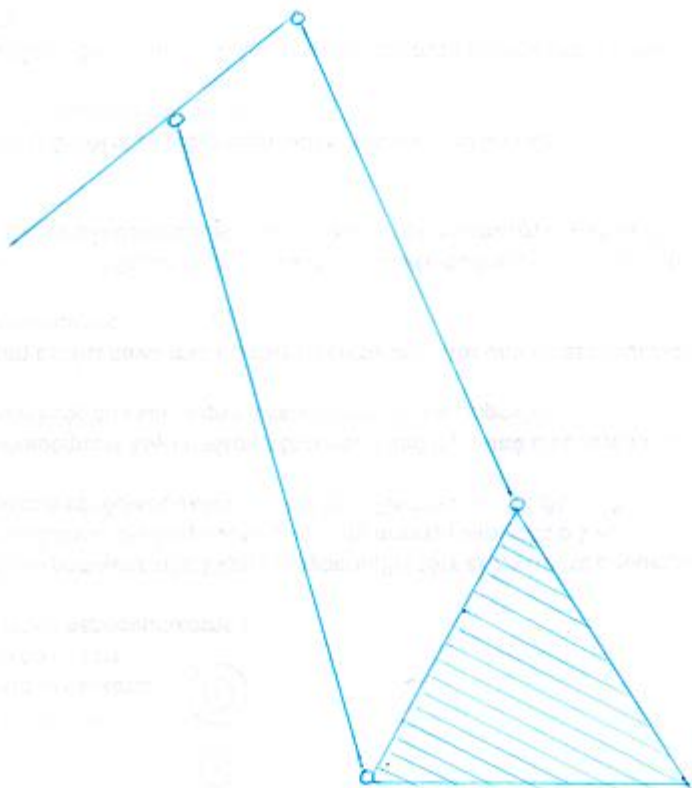
$$L_0' \cos \phi_0' + L_1 \cos \phi_1 + L_2' \cos (\phi_2 - \phi) + L_4 \cos \phi_4 + L_5 \cos \phi_5 = 0$$

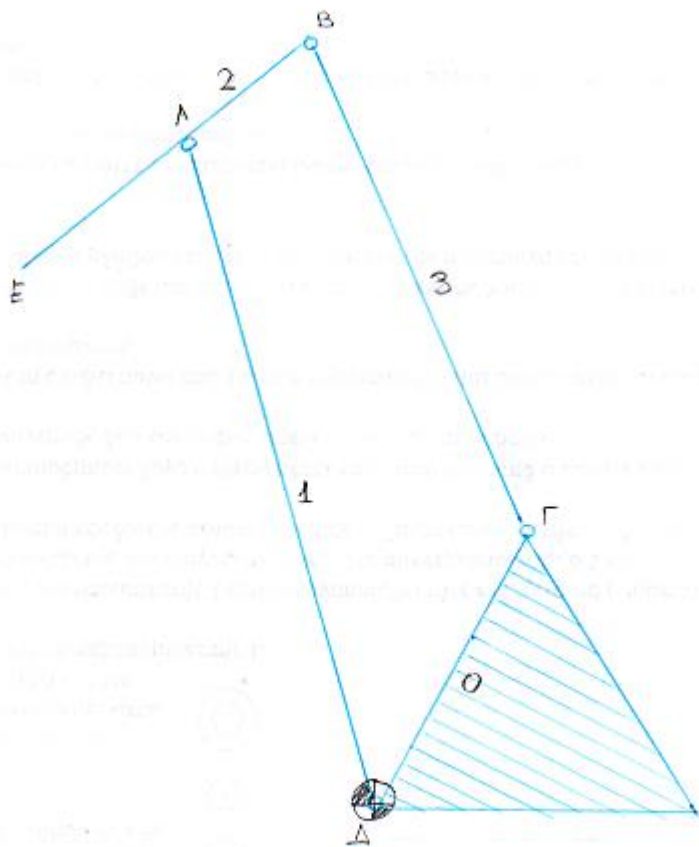
$$L_0' \sin \phi_0' + L_1 \sin \phi_1 + L_2' \sin (\phi_2 - \phi) + L_4 \sin \phi_4 + L_5 \sin \phi_5 = 0$$

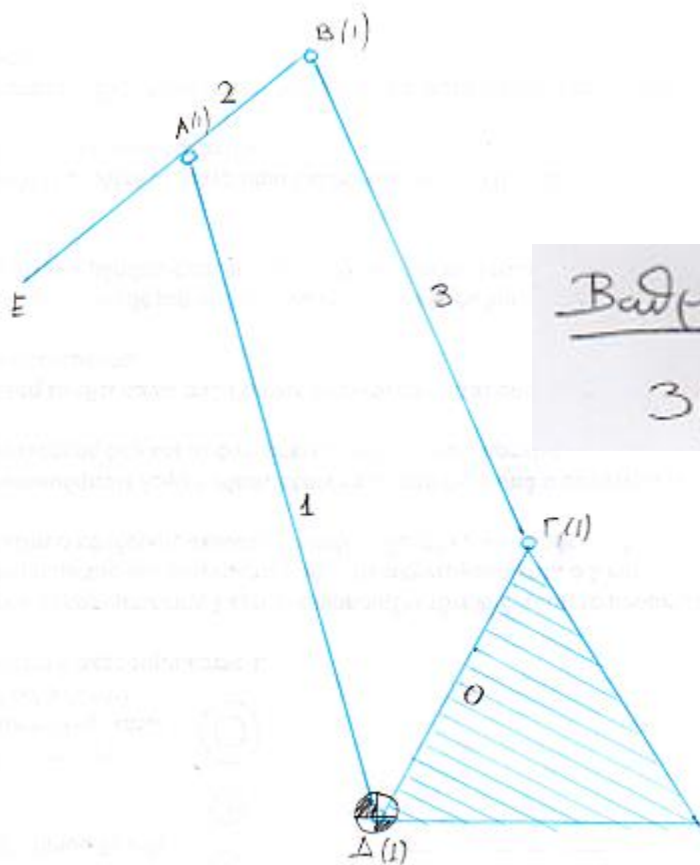


$$\begin{aligned}\varphi_0 = 270^\circ &\Rightarrow \cos \varphi_0 = 0 & \sin \varphi_0 = -1 \\ \varphi_5 = 90^\circ &\Rightarrow \cos \varphi_5 = 0 & \sin \varphi_5 = 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}i_1 \cos \varphi_1 + i_2 \cos \varphi_2 + i_3 \cos \varphi_3 &= 0 \\ -i_0 + i_1 \sin \varphi_1 + i_3 \sin \varphi_3 &= 0 \\ i_0 \cos \varphi_0' + i_1 \cos \varphi_1 + i_2 \cos (\varphi_2 - \varphi) + i_4 \cos \varphi_4 &= 0 \\ i_0 \sin \varphi_0' + i_1 \sin \varphi_1 + i_2 \sin (\varphi_2 - \varphi) + i_4 \sin \varphi_4 + i_5 &= 0\end{aligned}$$







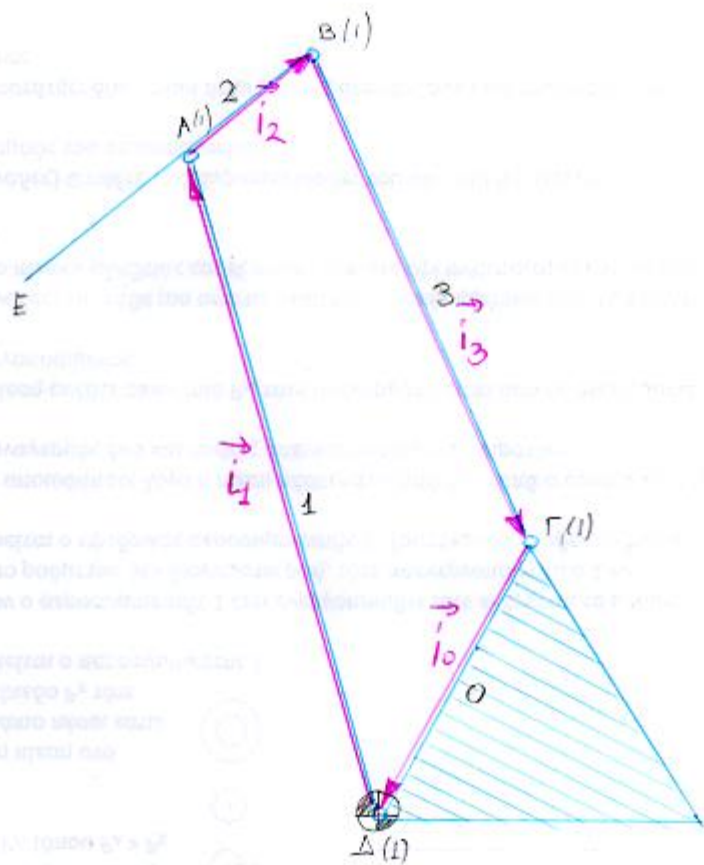
Αριθμός Μελών $\eta = 4$
 Αριθμός Συνδέσεων $g = 4$

Βαθμοί Ελευθέριας Μετακίνησης

$$3(\eta - 1) - 3g + \sum f_i = 3(4 - 1) - 3 \cdot 4 + 4 = 1$$

Αριθμός Κλειστών Τοξοειδών

$$g - \eta + 1 = 1$$



Διανυσματική Έξισωση

$$\vec{i}_1 + \vec{i}_2 + \vec{i}_3 + \vec{i}_0 = 0$$

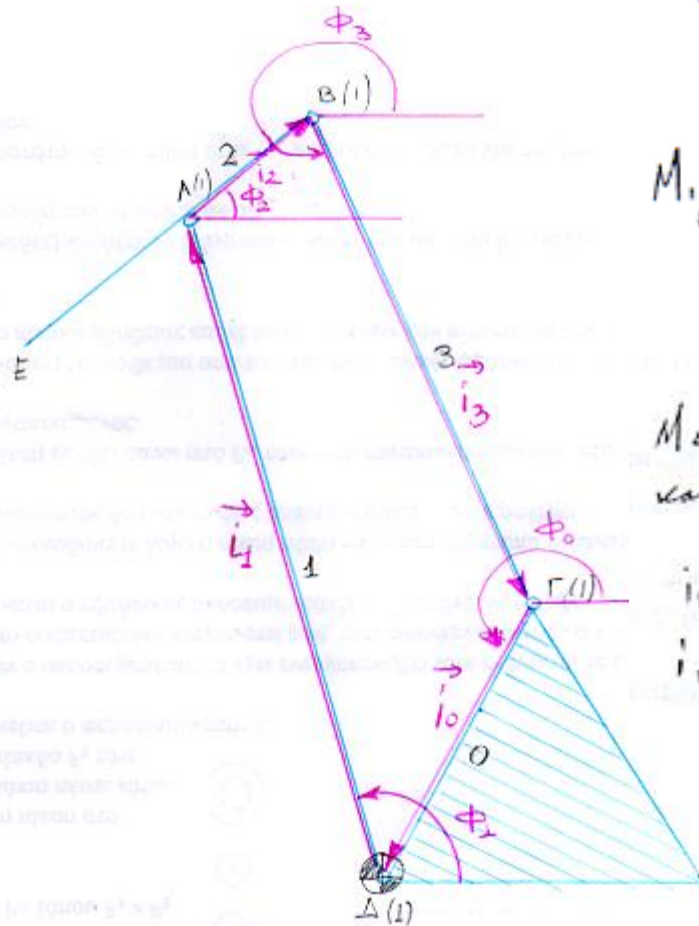
Μιγαδική Έξισωση

$$i_1 e^{j\phi_1} + i_2 e^{j\phi_2} + i_3 e^{j\phi_3} + i_0 e^{j\phi_0} = 0$$

Με την εφαρμογή του πυθαγορείου Ευκλείδη και το χωρίο του παραλλήλων και γωνιών των.

$$i_1 \cos \phi_1 + i_2 \cos \phi_2 + i_3 \cos \phi_3 + i_0 \cos \phi_0 = 0$$

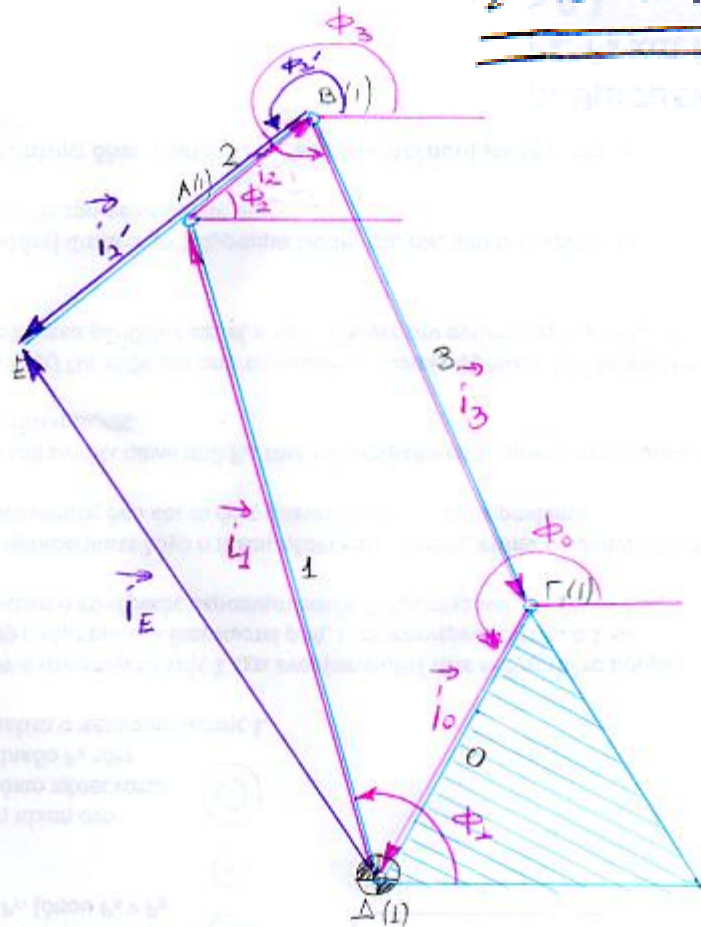
$$i_1 \sin \phi_1 + i_2 \sin \phi_2 + i_3 \sin \phi_3 + i_0 \sin \phi_0 = 0$$



Γνωστον	Άγνωστον
i_1	ϕ_1 ← Παράφ. ύψος
i_2	ϕ_2
i_3	ϕ_3
i_0	
ϕ_0	

$$\vec{I}_E = \vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \vec{I}_3' = I_1 e^{j\phi_1} + I_2 e^{j\phi_2} + I_3' e^{j\phi_2'} =$$

$$\underline{\underline{\phi_2' = 180 + \phi_2}} \quad \underline{\underline{I_1 e^{j\phi_1} + I_2 e^{j\phi_2} + I_3' e^{j(180 + \phi_2)}}}$$



$$\vec{I}_E = \vec{i}_1 + \vec{i}_2 + \vec{i}_3' = i_1 e^{j\phi_1} + i_2 e^{j\phi_2} + i_3' e^{j\phi_2'} =$$

$$\underline{\underline{\phi_2' = 180 + \phi_2}} \quad i_1 e^{j\phi_1} + i_2 e^{j\phi_2} + i_3' e^{j(180 + \phi_2)} \xrightarrow{\text{Euler}}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} i_{Ex} = i_1 \cos \phi_1 + i_2 \cos \phi_2 + i_3' \cos(\phi_2 + 180^\circ) \\ i_{Ey} = i_1 \sin \phi_1 + i_2 \sin \phi_2 + i_3' \sin(\phi_2 + 180^\circ) \end{cases} \Rightarrow \textcircled{A}$$

$$\begin{aligned} \frac{\text{Euler}}{\cos(\phi + 180)} &= -\cos \phi \\ \sin(\phi + 180) &= -\sin \phi \end{aligned}$$

$$\textcircled{A} \Rightarrow \begin{cases} i_{Ex} = i_1 \cos \phi_1 + i_2 \cos \phi_2 - i_3' \cos \phi_2 \\ i_{Ey} = i_1 \sin \phi_1 + i_2 \sin \phi_2 - i_3' \sin \phi_2 \end{cases}$$

