Ενδιαφέροντα κυκλώματα

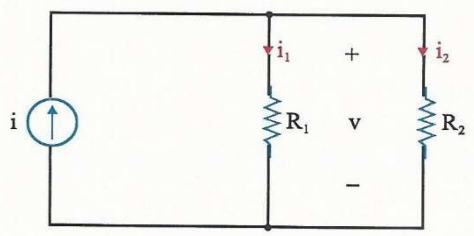
Από τον ΝΤΚ έχουμε:

$$v = v_1 + v_2 = i \cdot R_1 + i \cdot R_2 = i \cdot (R_1 + R_2) \Rightarrow i = \frac{v}{R_1 + R_2}$$

$$\left.\begin{array}{l} v_1 = i \cdot R_1 \\ v_2 = i \cdot R_2 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} v_1 = \dfrac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot v \\ v_2 = \dfrac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot v \end{array}$$

Διαιρέτης ρεύματος

Για τον καταμερισμό του ρεύματος χρησιμοποιείται το παρακάτω κύκλωμα που είναι γνωστό με το όνομα "*διαιρέτης ρεύματος*".



Σχήμα 2.17. Κύκλωμα διαιρέτη ρεύματος

Από το N.P.K έχουμε

$$i = i_1 + i_2 = \frac{v}{R_1} + \frac{v}{R_2} = v \cdot (\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}) = v \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2} \Rightarrow v = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \cdot i$$

Άρα

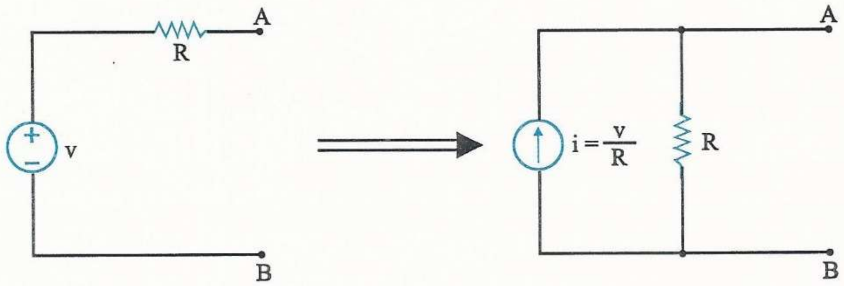
$$\left.\begin{array}{l} i_1 = \dfrac{v}{R_1} \\ i_2 = \dfrac{v}{R_2} \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} i_1 = \dfrac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot i \\ i_2 = \dfrac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot i \end{array} \qquad (2.21)$$

Ισοδύναμα κυκλώματα

Μετατροπή πηγών

2-10.1. Π.Τ → Π.Ρ

Μια πηγή τάσης v σε σειρά με μία αντίσταση R μετατρέπεται ισοδύναμα σε μία πηγή ρεύματος $i = v/R$ παράλληλη με την αντίσταση R (σχ. 2.18). Η αντίσταση R συμβολίζει στην πραγματικότητα την εσωτερική αντίσταση της πηγής, η οποία είναι πραγματική και όχι ιδανική.



Σχήμα 2.18. Μετατροπή Π.Τ σε Π.Ρ

Η ισοδυναμία των παραπάνω κυκλωμάτων αποδεικνύεται ως εξής:

Έστω ότι, ένα φορτίο R_L συνδέεται στους ακροδέκτες A , B. Η τάση, το ρεύμα και η ισχύς που καταναλώνεται σ' αυτό είναι:

Για το αριστερό κύκλωμα

$$v_L^{\alpha} = \frac{R_L}{R + R_L} \cdot v$$

$$i_L^{\alpha} = \frac{v}{R + R_L}$$

$$p_L^{\alpha} = v_L \cdot i_L = \frac{v^2}{(R + R_L)^2} \cdot R_L$$

Για το δεξιό κύκλωμα

$$i_L^{\delta} = \frac{R}{R + R_L} \cdot i = \frac{R}{R + R_L} \cdot \frac{v}{R} = \frac{v}{R + R_L}$$

$$v_L^{\delta} = i_L \cdot R_L = \frac{v}{R + R_L} \cdot R_L = \frac{R_L}{R + R_L} \cdot v$$

$$p_L^{\delta} = v_L \cdot i_L = \frac{v^2}{(R + R_L)^2} \cdot R_L$$

Παρατηρούμε ότι $v_L^{\alpha} = v_L^{\delta}$, $i_L^{\alpha} = i_L^{\delta}$, $p_L^{\alpha} = p_L^{\delta}$. Επομένως τα δύο κυκλώματα του σχ. 2.18 είναι ισοδύναμα.

Μετατροπή Π.Ρ σε Π.Τ.

Έστω ότι, ένα φορτίο R_L συνδέεται στους ακροδέκτες A , B. Η τάση, το ρεύμα και η ισχύς που καταναλώνεται σ' αυτό είναι:

Για το αριστερό κύκλωμα

$$i_L^\alpha = i_s \cdot \frac{R_s}{R_s + R_L}$$

$$v_L^\alpha = i_L^\alpha \cdot R_L = \frac{R_L \cdot R_s}{R_s + R_L} \cdot i_s$$

$$p_L^\alpha = v_L^\alpha \cdot i_L^\alpha = \frac{R_s}{R_s + R_L} \cdot i_s \cdot \frac{R_s \cdot R_L}{R_s + R_L} \cdot i_s = \frac{R_s^2}{(R_s + R_L)^2} \cdot R_L \cdot i_s^2$$

Για το δεξιό κύκλωμα

$$i_L^\delta = i_s \cdot \frac{R_s}{R_s + R_L}$$

$$v_L^\delta = i_L^\delta \cdot R_L = \frac{R_L \cdot R_s}{R_s + R_L} \cdot i_s$$

$$p_L^\delta = v_L^\delta \cdot i_L^\delta = \frac{R_s}{R_s + R_L} \cdot i_s \cdot \frac{R_s \cdot R_L}{R_s + R_L} \cdot i_s = \frac{R_s^2}{(R_s + R_L)^2} \cdot R_L \cdot i_s^2$$

Παρατηρούμε ότι $v_L^\alpha = v_L^\delta, i_L^\alpha = i_L^\delta, p_L^\alpha = p_L^\delta$. Επομένως τα δύο κυκλώματα του σχ. 2.21 είναι ισοδύναμα.

2-12. Μεταβλητές αντιστάσεις

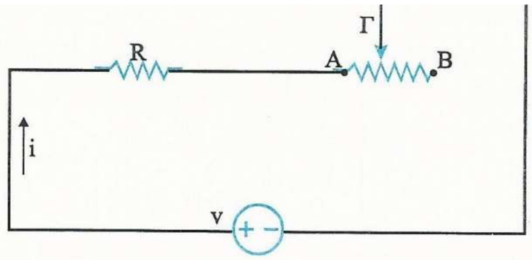
❑ **Είναι αντιστάσεις των οποίων η τιμή μπορεί να αλλάξει σύμφωνα με τη θέλησή μας και πάντοτε μέσα στα όρια μιας περιοχής τιμών που δίνεται από τον κατασκευαστή.**

Οι αντιστάσεις αυτές χρησιμοποιούνται σαν ***ροοστάτες*** και ***ποτενσιόμετρα***.

2-12.1. Ροοστάτες

Όταν θέλουμε να ρυθμίσουμε την ένταση του ρεύματος σε ένα κύκλωμα, συνδέουμε σε σειρά μια ρυθμιζόμενη αντίσταση που ονομάζεται ***ροοστάτης***.

Ένας ροοστάτης έχει δύο ακροδέκτες A και B και μια ενδιάμεση λήψη Γ (σχ. 2.22)



Σχήμα 2.22. Σύνδεση ροοστάτη

Αν μετακινήσουμε το δρομέα (σημείο Γ) μεταβάλλεται η αντίσταση του κυκλώματος και κατά συνέπεια η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα.

Στη γενική περίπτωση ισχύει

$$i = \frac{v}{R + R_{A\Gamma}} \tag{2.22}$$

Η περιοχή τιμών για το ρεύμα i καθορίζεται από τις ακραίες θέσεις Α , Β.

Έτσι, εάν $\Gamma \equiv B$ τότε $i_{min} = \dfrac{v}{R + R_{AB}}$ ενώ, εάν $\Gamma \equiv A$ τότε $i_{max} = \dfrac{v}{R}$

Επομένως, η περιοχή τιμών για το ρεύμα i είναι

$$\frac{v}{R + R_{AB}} \leq i \leq \frac{v}{R}$$

και εξαρτάται φυσικά από την τιμή R_{AB}.

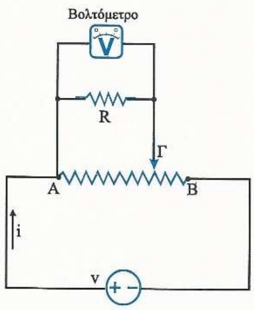
2-12.2. Ποτενσιόμετρα

Όταν θέλουμε να ρυθμίσουμε την τάση σε μια αντίσταση ενός κυκλώματος, συνδέουμε παράλληλα μια ρυθμιζόμενη αντίσταση που ονομάζεται ***ποτενσιόμετρο***. Ένα ποτενσιόμετρο έχει δύο ακροδέκτες Α και Β και μια ενδιάμεση λήψη Γ (σχ. 2.23).

Αν μετακινήσουμε το δρομέα (σημείο Γ) μεταβάλλεται η αντίσταση, στα άκρα της οποίας μετρείται η τάση και κατά συνέπεια μεταβάλλεται η τάση στην αντίσταση R.

Στην γενική περίπτωση ισχύει

$$v_R = \frac{R \,//\, R_{A\Gamma}}{R//R_{A\Gamma} + R_{\Gamma B}} \cdot v \tag{2.23}$$



Σχήμα 2.23. Σύνδεση ποτενσιόμετρου

Η περιοχή τιμών για την τάση v_R καθορίζεται από τις ακραίες θέσεις Α , Β
Έτσι, εάν $\Gamma \equiv A$ τότε $v_{R\,min} = 0$ ενώ, εάν $\Gamma \equiv B$ τότε $v_{R\,max} = v$.
Επομένως, η περιοχή τιμών για την τάση v_R είναι

$$0 \le v_R \le v$$

και η τυχαία τιμή αυτής στην περιοχή $[0, v]$ εξαρτάται προφανώς από τη θέση τ
δρομέα Γ.

2-13. Μέτρηση αντιστάσεων

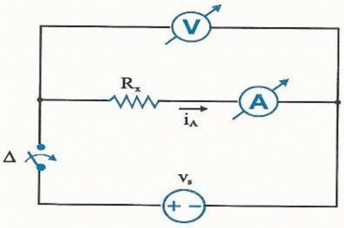
2-13.1. Με χρήση βολτομέτρου και αμπερομέτρου

Εάν η τιμή της άγνωστης αντίστασης είναι πολύ μεγάλη, χρησιμοποιείται το π
ρακάτω κύκλωμα, το οποίο έχει σαν αποτέλεσμα τη δημιουργία ενός μικρ
ρεύματος διά της R_x και επομένως μιας αρκετά μεγάλης τάσης πάνω σ΄ αυτ
(σχ. 2-24).

Στην περίπτωση αυτή έχουμε

$$v = i_A(R_x + r_A) \Rightarrow R_x = \frac{v}{i_A} - r_A \qquad (2.2$$

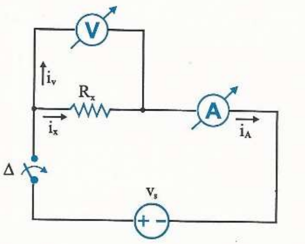
Εάν $r_A \to 0 \Rightarrow R_x = v / i_A$ δηλαδή, εάν το αμπερόμετρο έχει μηδενική αντίστ
ση, τότε η R_x είναι το πηλίκο των ενδείξεων των οργάνων.



Σχήμα 2.24. Κύκλωμα μέτρησης άγνωστης αντίστασης (πολύ μεγάλης)

Εάν η τιμή της άγνωστης αντίστασης είναι πολύ μικρή, χρησιμοποιείται το παρακάτω κύκλωμα το οποίο έχει σαν αποτέλεσμα τη δημιουργία ενός ισχυρού ρεύματος διά της R_x και επομένως μιας ευκόλως μετρήσιμης τάσης πάνω σ΄ αυτήν.

Εάν η τιμή της άγνωστης αντίστασης είναι πολύ μικρή, χρησιμοποιείται το παρακάτω κύκλωμα το οποίο έχει σαν αποτέλεσμα τη δημιουργία ενός ισχυρού ρεύματος διά της R_x και επομένως μιας ευκόλως μετρήσιμης τάσης πάνω σ΄ αυτήν.



Σχήμα 2.25. Κύκλωμα μέτρησης άγνωστης αντίστασης (πολύ μικρής)

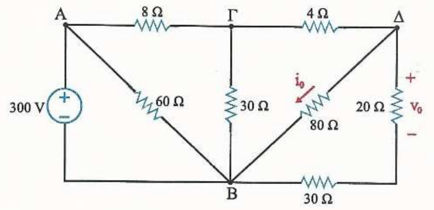
Στην περίπτωση αυτή ισχύει

$$i_A = i_x + i_v \Rightarrow i_A = \frac{v}{R_x} + \frac{v}{r_v} \Rightarrow R_x = \frac{1}{\frac{i_A}{v} - \frac{1}{r_v}} \qquad (2.25)$$

Εάν $r_v \to \infty \Rightarrow R_x = v/i_A$ δηλαδή, εάν το βολτόμετρο έχει άπειρη αντίσταση, τότε η R_x είναι το πηλίκο των ενδείξεων των δύο οργάνων.

Παραδείγματα

Στο κύκλωμα του παρακάτω σχήματος βρείτε την τάση v_0 και το ρεύμα i_0 με χρήση των διαιρετών τάσης και ρεύματος.



Λύση

Εφαρμόζοντας διαδοχικά διαιρέτη τάσης έχουμε:

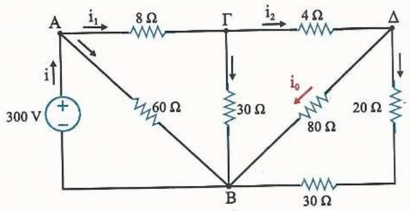
$$v_0 = v_{\Delta B} \cdot \frac{20}{20+30} = v_{\Gamma\Delta} \cdot \frac{(20+30)//80}{(20+30)//80+4} \cdot \frac{20}{20+30} =$$

$$= v_{AB} \cdot \frac{[(20+30)//80+4]//30}{[(20+30)//80+4]//30+8} \cdot \frac{(20+30)//80}{(20+30)//80+4} \cdot \frac{20}{20+30} =$$

$$= 300 \cdot \frac{\frac{452}{13}//30}{\frac{452}{13}//30+8} \cdot \frac{\frac{400}{13}}{\frac{452}{13}} \cdot \frac{20}{50} = 300 \cdot \frac{\frac{6780}{421}}{\frac{10148}{421}} \cdot \frac{400}{452} \cdot \frac{20}{50} = 300 \cdot \frac{6780}{10148} \cdot \frac{400}{452} \cdot \frac{20}{50}$$

$$\Rightarrow v_0 = 70{,}95 \text{ (V)}$$

Εφαρμόζοντας διαδοχικά διαιρέτη ρεύματος στο παρακάτω κύκλ



$$i_0 = i_2 \cdot \frac{20+30}{(20+30)+80} = i_1 \cdot \frac{30}{30+[(20+30)//80+4]} \cdot \frac{20+20}{(20+30)+80} =$$

$$= i \cdot \frac{60}{60+[[(20+30)//80+4]//30+8]} \cdot \frac{30}{30+[(20+30)//80+4]} \cdot \frac{20+30}{(20+30)+80} =$$

$$= \frac{300}{\{[(20+30)//80+4]//30+8\}//60} \cdot \frac{60}{60+\{[(20+30)//80+4]//30+8\}} \cdot \frac{30}{30+[(20+30)//80+4]}$$

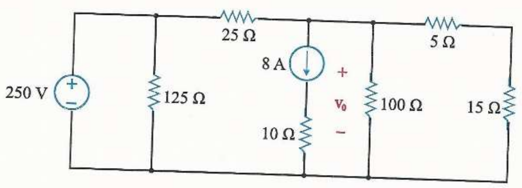
$$= \frac{300}{\left[\frac{452}{13}//30+8\right]//60} \cdot \frac{60}{60+\left[\frac{452}{13}//30+8\right]} \cdot \frac{30}{30+\frac{452}{13}} \cdot \frac{50}{130} = \frac{300}{\frac{10148}{421}//60} \cdot \frac{60}{60+\frac{10148}{421}}$$

$$= \frac{300}{\frac{\frac{10148}{421}\cdot 60}{\frac{10148}{421}+60}} \cdot \frac{60}{60+\frac{10148}{421}} \cdot \frac{30\cdot 13}{842} \cdot \frac{50}{130} = \frac{300\cdot 421}{10148\cdot 60} \cdot 60 \cdot \frac{30\cdot 13}{842} \cdot \frac{50}{130} =$$

$$\Rightarrow i_0 = 2{,}22 \ \ (A)$$

Εφαρμογή 13η

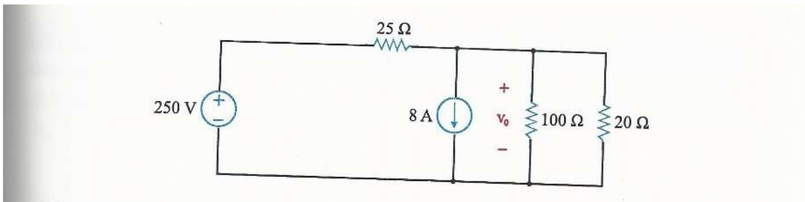
Χρησιμοποιώντας μετασχηματισμούς πηγών βρείτε την τάση v_0 στο παρακάτω κύκλωμα καθώς επίσης και την ισχύ που παρέχει η πηγή των 250 (V) και η πηγή των 8 (A).



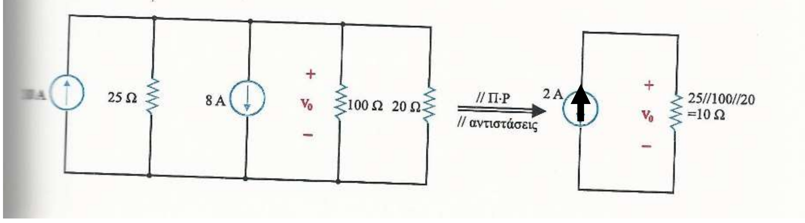
Λύση

Κατ' αρχάς, η αντίσταση των 125 (Ω) είναι παράλληλα συνδεδεμένη με την πηγή των 250 (V) και επομένως αφαιρείται.

Το ίδιο ισχύει και για την αντίσταση των 10 (Ω), διότι είναι σε σειρά με την πηγή των 8 (A). Κατόπιν τούτων το κύκλωμα γίνεται:



Μετατρέποντας την πηγή τάσης σε πηγή ρεύματος έχουμε



Άρα, η τάση v_0 είναι

$$v_0 = 2 \cdot 10 = 20\,(\text{V})$$

Για την εύρεση της ισχύος που παρέχει η πηγή των 250 (V), πρέπει πρ
βρεθεί το ρεύμα που περνά από την πηγή αυτή, το οποίο προφανώς είναι
το άθροισμα των ρευμάτων που περνούν από τις αντιστάσεις των 125 (Ω) και
του αρχικού κυκλώματος, δηλαδή

$$i_{(250V)} = i_{(125\Omega)} + i_{(25\Omega)} = \frac{250}{125} + \frac{250-20}{25} = 2 + 9{,}2 \Rightarrow i_{(250V)} = 11{,}2\,(\text{A})$$

Επομένως

$$p_{(250V)} = 250 \cdot 11{,}2 \Rightarrow p_{(250V)} = 2800\,(\text{W})$$

Για την εύρεση της ισχύος που παρέχει η πηγή των $8\,(\text{A})$, πρέπει να
πρώτα η τάση της πηγής αυτής. Με την υπόθεση ότι το $(+)$ είναι εκεί που
το βελάκι (κάτω) έχουμε:

$$-v_{(8A)} + 8 \cdot 10 = v_0 = 20 \Rightarrow v_{(8A)} = 60\,(\text{V})$$

Επομένως

$$p_{(8A)} = 60 \cdot 8 \Rightarrow p_{(8A)} = 480\,(\text{W})$$

**✍ Σχόλιο: Οι αντιστάσεις των 125 (Ω) και 10 (Ω) δεν επηρεάζ
υπολογισμό της v_0, αλλά συμμετέχουν στον υπολογισμό της ισχύος.**