

Μηχανουργικές Κατεργασίες



Αβεβαιότητα μετρήσεων

ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

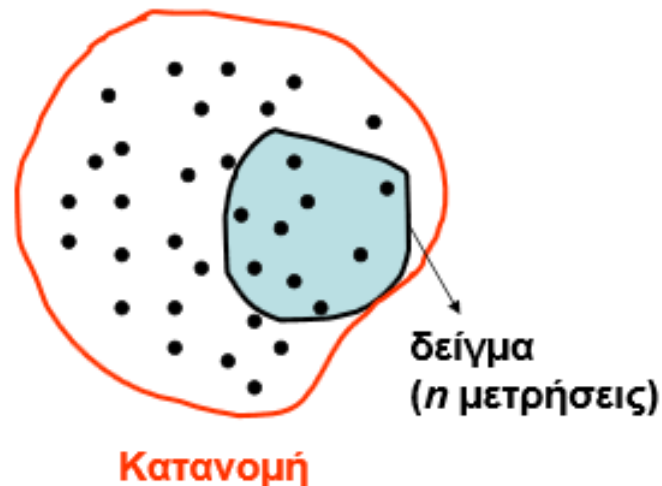
Στάδιο Παραγωγής $\longrightarrow$ Στάδιο Ποιοτικού Ελέγχου – Μετρήσεις

Απαραίτητος ο δειγματοληπτικός έλεγχος στα παράγωγα προϊόντα

Έχουμε μια παρτίδα προϊόντων στα οποία μετράμε την ονομαστική διάσταση d

n : ο αριθμός μετρήσεων (ο αριθμός του δείγματος),

d_i : η μετρηθείσα τιμή μεγέθους κατά την i μέτρηση ($i=1, 2, \dots, n$)



ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

Έχουμε μια παρτίδα προϊόντων στα οποία μετράμε την ονομαστική διάσταση d

n : ο αριθμός μετρήσεων,

d_i : η μετρηθείσα τιμή μεγέθους κατά την i μέτρηση ($i=1, 2, \dots, n$)

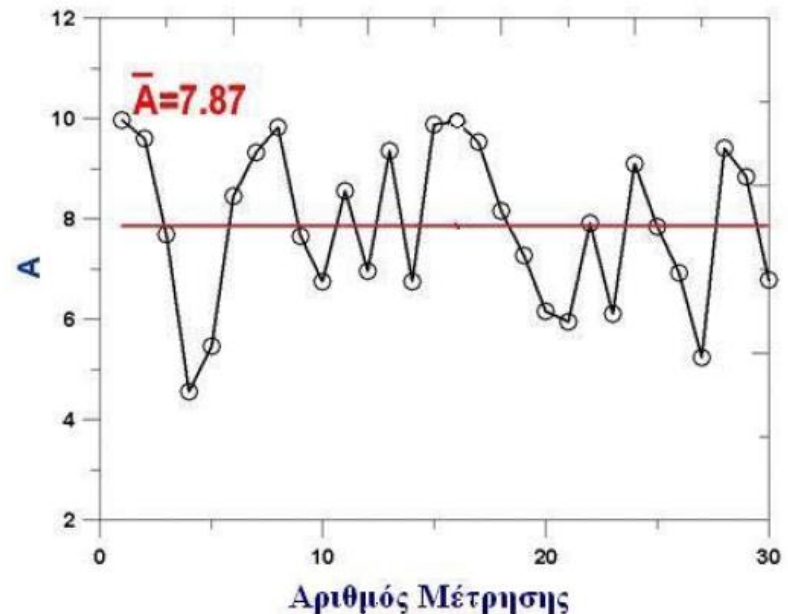
- **Σφάλμα** γενικά καλείται η διαφορά μιας μετρηθείσας τιμής ενός φυσικού μεγέθους από μια προκαθορισμένη τιμή του.
- Η προκαθορισμένη αυτή τιμή χαρακτηρίζεται συνήθως στις μηχανολογικές κατασκευές ως **ονομαστική τιμή d** .
- Το **σφάλμα** της μετρηθείσας από την ονομαστική τιμή είναι $\varepsilon_i = d_i - d$
- Ανάλογα με το πρόσημο της διαφοράς ένα σφάλμα μπορεί να είναι θετικό ή αρνητικό.

ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

Έχουμε μια παρτίδα προϊόντων στα οποία μετράμε την ονομαστική διάσταση d
 n : ο αριθμός μετρήσεων,
 d_i : η μετρηθείσα τιμή μεγέθους κατά την i μέτρηση ($i=1, 2, \dots, n$)

- Η πιθανότερη τιμή της μετρούμενης διάστασης δίνεται από τον **Μέσο Όρο** των n μετρήσεων:

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^n d_i}{n} = \frac{d_1 + d_2 + \dots + d_n}{n}$$



- Η **απόκλιση** της τιμής της κάθε μεμονωμένης μέτρησης από το μέσο όρο είναι $d_i - \mu$

ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

Έχουμε μια παρτίδα προϊόντων στα οποία μετράμε την ονομαστική διάσταση d
 n : ο αριθμός μετρήσεων,

d_i : η μετρηθείσα τιμή μεγέθους κατά την i μέτρηση ($i=1, 2, \dots, n$)

➤ **Μέσος Όρος :**

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^n d_i}{n} = \frac{d_1 + d_2 + \dots + d_n}{n}$$

➤ **Απόκλιση από το μέσο όρο**

$$d_i - \mu$$

➤ **Σφάλμα του Μέσου Όρου**

$$\mu - d$$

**ΟΡΘΟΤΗΤΑ : ΎΤΑΝ Ο ΜΕΣΟΣ ΟΡΟΣ μ
ΠΛΗΣΙΑΖΕΙ ΤΗΝ ΟΝΟΜΑΣΤΙΚΗ ΤΙΜΗ d**

ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

- Χαρακτηριστικό μέγεθος είναι η διασπορά που ισούται με το τετράγωνο της τυπικής απόκλισης σ :

$$\text{διασπορά} = \sigma^2$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_1^n (d_i - \mu)^2}{n - 1}}$$



- Όσο μεγαλύτερες τιμές έχει τόσο περισσότερο απέχουν οι μετρήσεις από τη μέση τιμή.

ΠΙΣΤΟΤΗΤΑ: ΌΤΑΝ ΟΙ ΤΙΜΕΣ ΕΙΝΑΙ ΣΥΓΚΕΝΤΡΩΜΕΝΕΣ ΜΕΤΑΞΥ ΤΟΥΣ ΑΣΧΕΤΑ ΑΝ ΕΙΜΑΙ ΜΑΚΡΙΑ ΑΠΟ ΤΗΝ ΟΝΟΜΑΣΤΙΚΗ ΤΙΜΗ. (ΜΙΚΡΗ σ)

ΑΣΚΗΣΗ 1

Σε εργαστηριακή άσκηση έγιναν 10 μετρήσεις μιας εσωτερικής διαμέτρου άξονα με ονομαστική τιμή $d = 8\text{mm}$.

Οι τιμές των μετρήσεων δίνονται στον παρακάτω πίνακα. Να υπολογιστούν:

α) ο μέσος όρος, β) οι αποκλίσεις ($d_i - \mu$) από τον μέσο όρο, γ) η τυπική απόκλιση, δ) η διασπορά, και ε) το σφάλμα του μέσου όρου.

<i>A/A</i>	di
1	8.43
2	8.52
3	8.10
4	8.35
5	8.38
6	8.29
7	8.48
8	8.37
9	8.42
10	8.40

$$\mu = \frac{\sum_1^n d_i}{n} = \frac{d_1 + d_2 + \dots + d_n}{n}$$

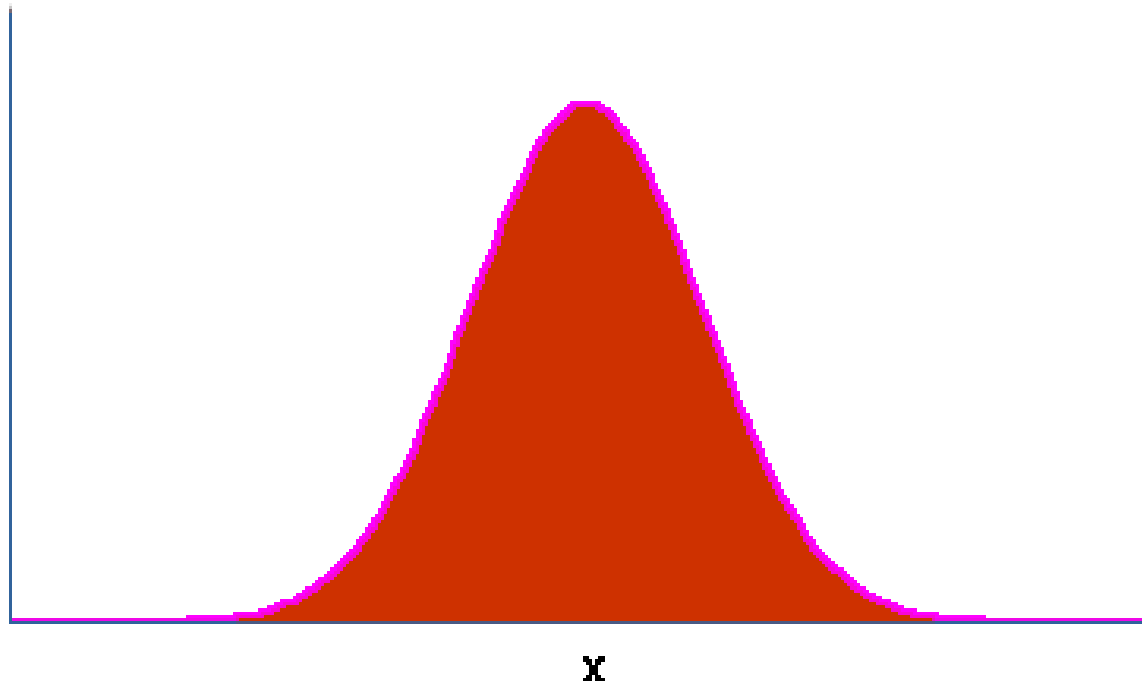
$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_1^n (d_i - \mu)^2}{n - 1}}$$

$$\text{διασπορά} = \sigma^2$$

$$\text{σφάλμα M.O.} = \mu - d$$

ΚΑΝΟΝΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

Για τη πλειοψηφία των βιομηχανικών εφαρμογών η κατανομή των επαναλαμβανόμενων μετρήσεων ακολουθεί την **κανονική κατανομή** ή **κατανομή Gauss**.



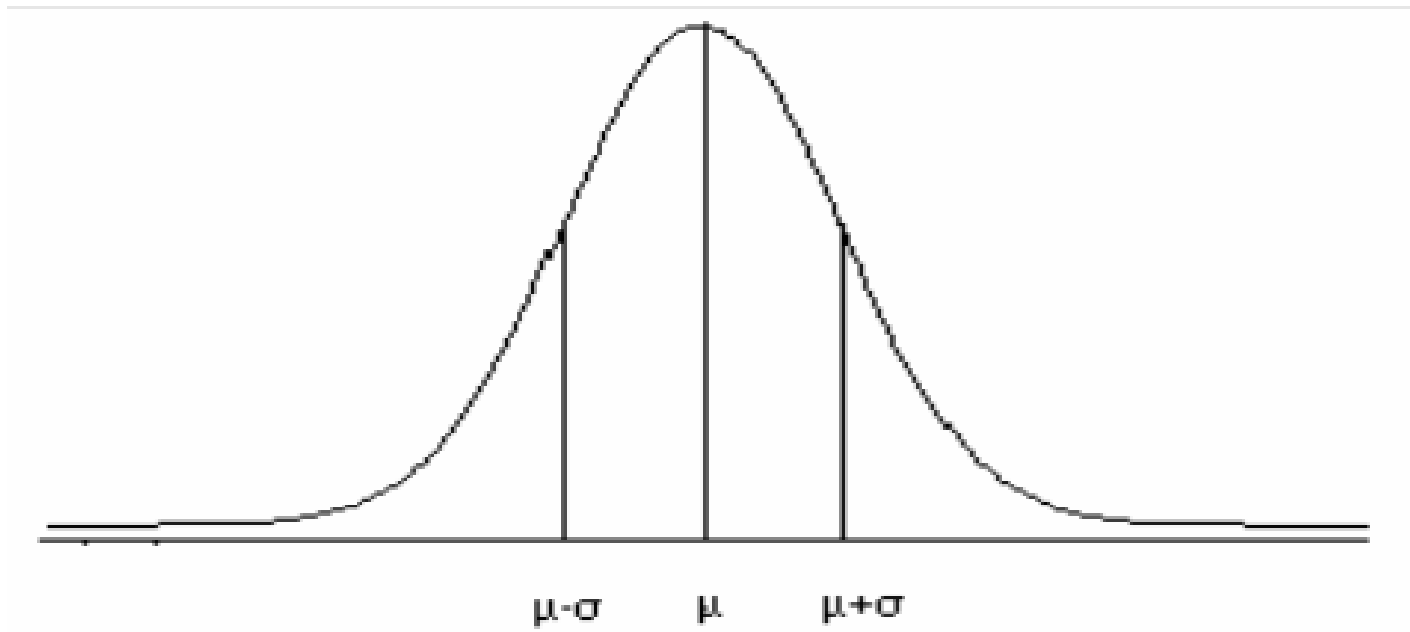
$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(x-\mu)^2 / 2\sigma^2}$$

ΚΑΝΟΝΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

Για ένα δείγμα έχουμε υπολογίσει τους μέσους όρους της κατανομής των μετρήσεων δηλαδή την μέση τιμή των μετρήσεων και την τυπική απόκλιση.

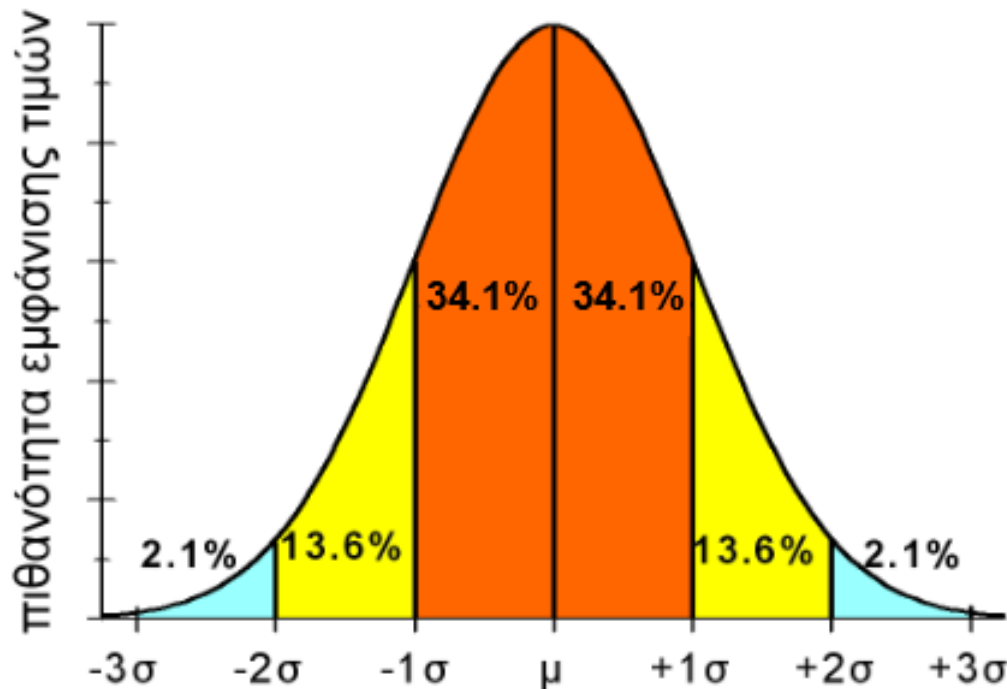
$$\mu = \frac{d_1 + d_2 + \dots + d_n}{n} \quad \sigma = \sqrt{\frac{\sum_1^n (d_i - \mu)^2}{n - 1}}$$

Αν τοποθετήσουμε στον x άξονα τις τιμές των μετρήσεων τότε θα δούμε ότι σχηματίζουν μια **καμπύλη συμμετρική γύρω από ένα σημείο** το οποίο είναι ο μέσος όρος των μετρήσεων μ .



ΚΑΝΟΝΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

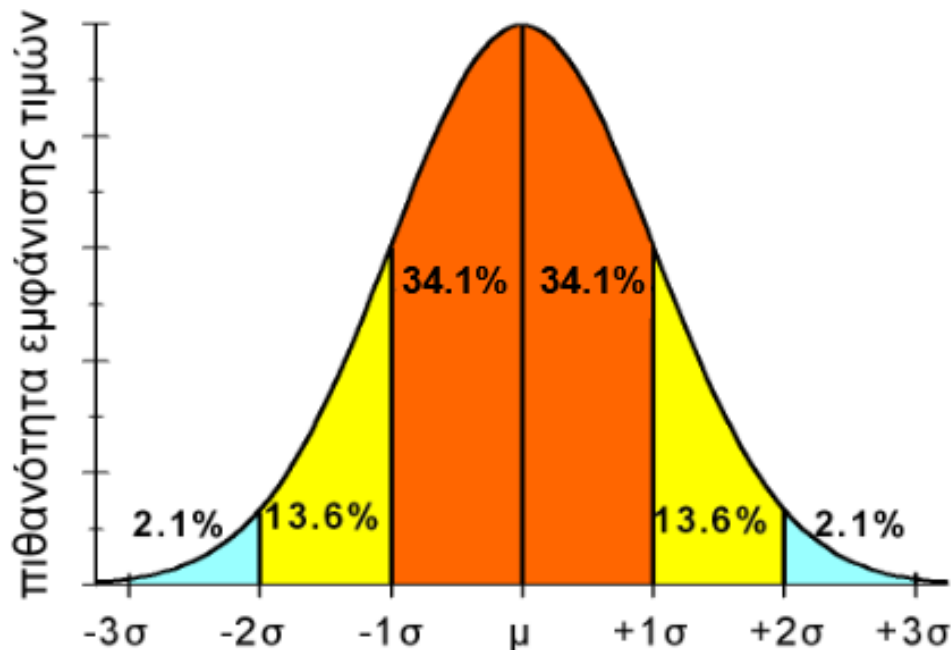
Γενικά το να βρίσκονται οι διάφορες μετρηθείσες τιμές ενός συγκεκριμένου στοιχείου μεταξύ του διαστήματος $\mu \pm \sigma$ (δηλαδή μεταξύ των άκρων που δηλώνουν τον μέσο όρο των αποκλίσεων των μετρηθείσων τιμών από την μέση τιμή) η πιθανότητα είναι **68.2%**.



Εάν γίνει μία νέα μέτρηση η πιθανότητα να βρίσκεται μεταξύ $\mu \pm 2\sigma$ είναι 95%

ΚΑΝΟΝΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

Αντίστοιχα, το να βρίσκονται οι μετρηθείσες τιμές μεταξύ του διαστήματος $\mu \pm 1\sigma$ και $\mu \pm 2\sigma$ είναι λιγότερο πιθανό **27.2%**, ενώ το να βρίσκονται μεταξύ **2σ και 3σ** (δηλαδή να υπάρχει μέτρηση που να έχει ακόμα μεγαλύτερη αποκλίση από τη μέση τιμή) είναι ακόμα λιγότερο πιθανό 4.2%.

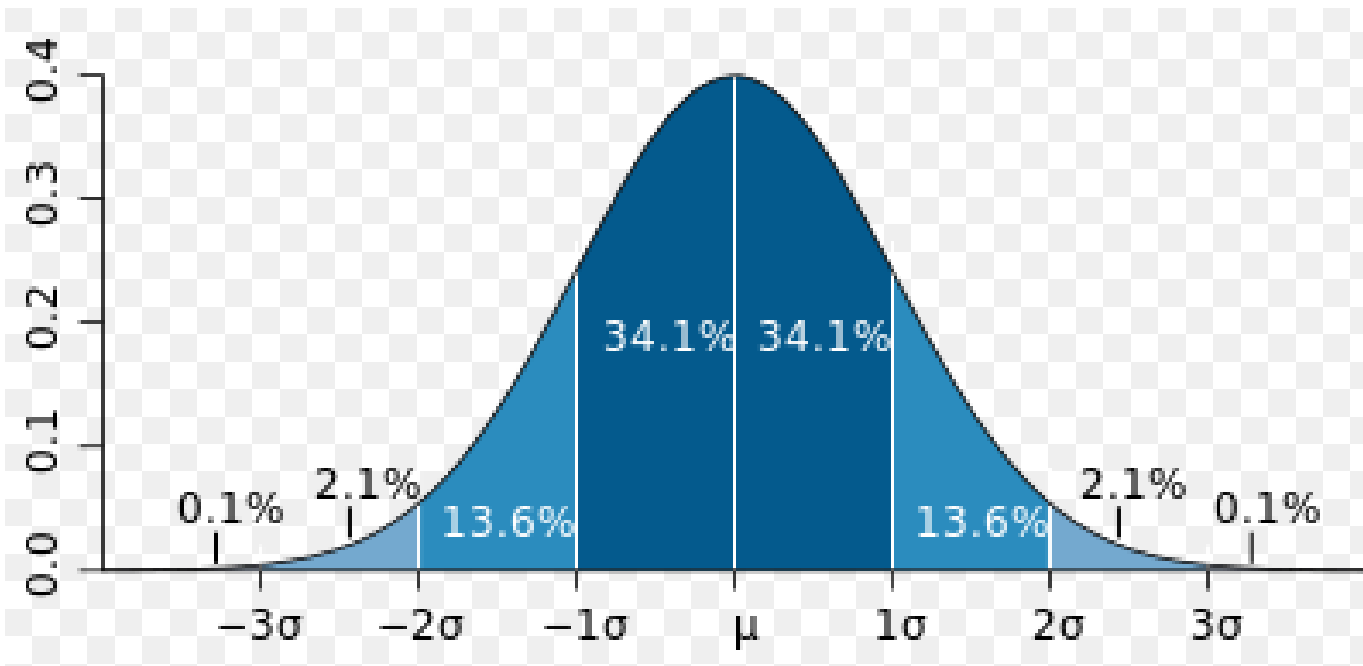


Εάν γίνει μία νέα μέτρηση η πιθανότητα να βρίσκεται μεταξύ $\mu \pm 2\sigma$ είναι 95%

ΚΑΝΟΝΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

Γενικά η πιθανότητα εμφάνισης τιμών μετρήσεων ακολουθεί την κανονική κατανομή:

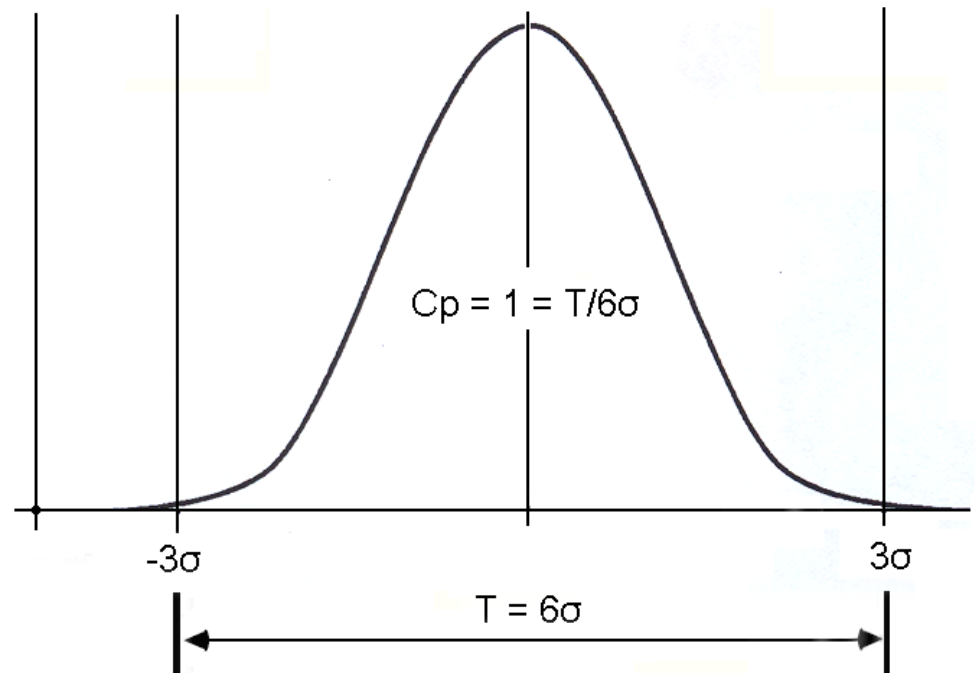
- Στο διάστημα $(-\sigma, +\sigma)$ ανήκει το 68.2% των μετρήσεων
- Στο διάστημα $(-2\sigma, +2\sigma)$ ανήκει το 95.4% των μετρήσεων
- Στο διάστημα $(-3\sigma, +3\sigma)$ ανήκει το 99.73% των μετρήσεων



ΔΕΙΚΤΗΣ ΙΚΑΝΟΤΗΤΑΣ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ

Μια μέθοδος κατεργασίας (εργαλειομηχανές, εργαλεία, μηχανουργείο) έχει μια συγκεκριμένη ακρίβεια κατεργασίας (ποιότητα παραγωγής) που χαρακτηρίζεται από τον **Δείκτη Ικανότητας Παραγωγής C_p** .

Όταν λέμε ότι η μέθοδος παραγωγής έχει **ικανότητα παραγωγής 6σ**, τότε το ποσοστό απορρίψεων είναι ίσο προς το **0,27%** στο σύνολο των **n** προϊόντων παραγωγής.

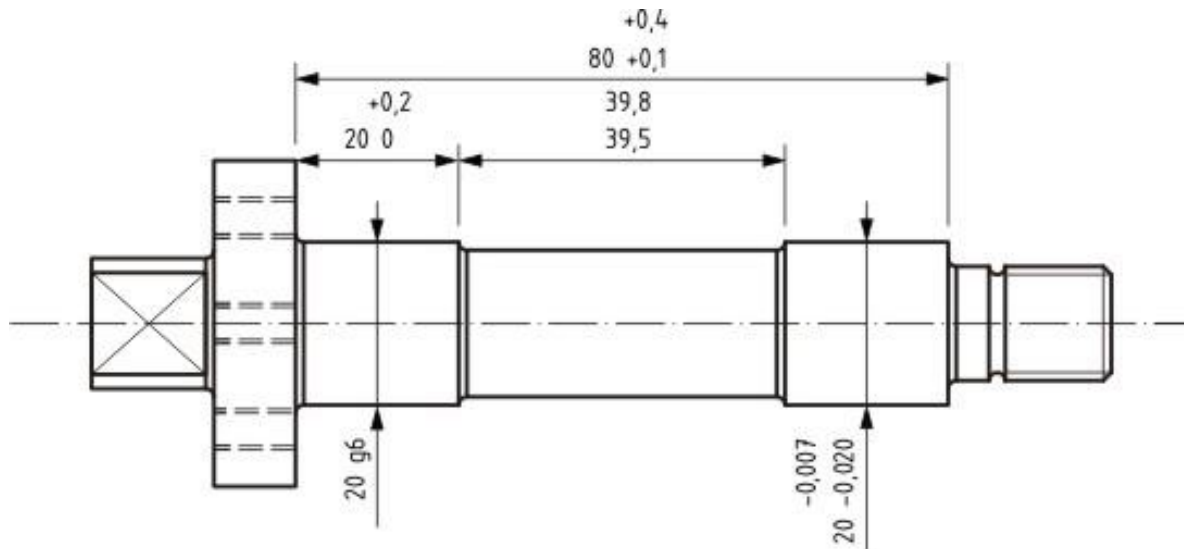


ΔΕΙΚΤΗΣ ΙΚΑΝΟΤΗΤΑΣ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ

Για ικανότητα παραγωγής **6σ** ικανοποιείται η συνθήκη $C_p = \frac{T}{6\sigma} = 1$
όπου **T = 2t** είναι η διαστασιολογική ανοχή (το πεδίο ανοχής).

Τί σημαίνει αυτό;

Ότι εάν γνωρίζουμε τη μέση τιμή μ και τη τυπική απόκλιση σ μιας μεθόδου παραγωγής μπορούμε να υπολογίσουμε την ανοχή (ακρίβεια) που μπορεί να επιτευχθεί και ανάλογα με την απαιτούμενη από το σχέδιο ανοχή, να επιλέξουμε την κατάλληλη εργαλειομηχανή, μηχανουργείο, κλπ.



ΔΕΙΚΤΗΣ ΙΚΑΝΟΤΗΤΑΣ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ

Ιδανική ποιοτική και οικονομική επίδοση :

$$C_p = 1,33$$

που συνεπάγεται ακόμα μικρότερες απορρίψεις σε ποσοστό μόνο **0,007%**

Συνεπώς:

Η κάθε μέθοδος παραγωγής συσχετίζεται με το δείκτη ικανότητας κατεργασίας της, που δείχνει την ικανότητά της να επιτυγχάνει τη ζητούμενη ακρίβεια μιας κατασκευής.

ΑΣΚΗΣΗ 2

Διαστασιολογικός έλεγχος δειγμάτων παραγωγής $n = 50$ από δύο μηχανουργικές μονάδες 1 και 2.

Ελεγχόμενη διάσταση $d = 85 \pm 0,027 \text{ mm}$.

Δίνονται οι αποκλίσεις ($d_i - \mu$) από τον μέσο όρο σε μm ($1\mu\text{m} = 0.001\text{mm}$).

Δείγμα από Μηχ/κή μονάδα 1

1 5 -5 -14 5 11 12 1 -8 2 -5 2 -1 -1 6 7 -2 3 -6 -12 3 -4 15 -9 -10 4 5
-7 6 7 -2 10 -13 -3 -3 5 5 -13 -13 8 9 13 -6 -7 -4 4 -5 14 -11 -15

Δείγμα από Μηχ/κή μονάδα 2

-7 -8 1 1 2 2 -20 4 4 5 -10 -11 -12 5 6 -7 -13 6 7 -14 -16 7 -1 8 -5 -17 8
10 -19 10 11 -1 -4 12 13 -5 -6 -6 14 16 -8 -10 17 18 -2 -4 19 -2 20 -18

Να υπολογιστούν η τυπική απόκλιση και ο δείκτης ικανότητας παραγωγής για κάθε ένα από τα μηχανουργεία.

Ποιό μηχανουργείο ανταποκρίνεται καλύτερα σε παραγωγή 6σ;

ΑΣΚΗΣΗ 3

Οι προδιαγραφές της κρίσιμης διάστασης ενός προϊόντος είναι **$800 \pm 5 \text{ mm}$** .

Το προϊόν παράγεται με μια συγκεκριμένη παραγωγική διαδικασία για την οποία έχει διαπιστωθεί ότι χαρακτηρίζεται από μέση τιμή **$\mu = 800 \text{ mm}$** και τυπική απόκλιση **$\sigma = 3 \text{ mm}$** .

(α) Να υπολογισθεί ο δείκτης ικανότητας της κατεργασίας.

(β) Με την προϋπόθεση ότι η παραγωγική διαδικασία μένει αμετάβλητη, ποια είναι η νέα ανοχή που πρέπει να τεθεί, ώστε ο δείκτης ικανότητας να γίνει $C_p = 1$.

Δίνεται : $C_p = \frac{2t}{6\sigma}$ όπου t είναι η συμμετρική ανοχή.