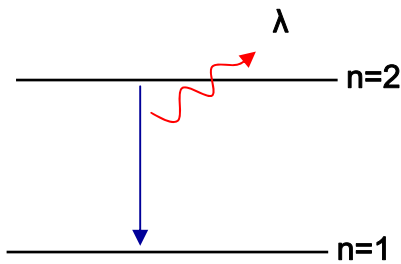


ΛΥΣΕΙΣ ΑΣΚΗΣΕΩΝ ΕΝΟΤΗΤΑΣ 4 : Κύματα Υλης (de Broglie)

Άσκηση 15

Ένα ηλεκτρόνιο που κινείται μέσα σε μια κβαντική κουκίδα GaAs διάστασης L εκπέμπει φωτόνιο μήκους κύματος $\lambda=550\text{nm}$ όταν μεταπίπτει από τη στάθμη $n=2$ στη στάθμη $n=1$. Να προσδιορίσετε το L . Δίνεται η μάζα του ηλεκτρονίου στο GaAs είναι $m^*=0.063m_e$ (βλ. Σχόλιο)

Αν E_1 και E_2 είναι οι ενεργειακές στάθμες του φορέα μέσα στην κουκίδα, τότε από τη σχέση $E_n=n^2E_1$, έχουμε ότι $E_2 = 4E_1$. Κατά τη μετάπτωση του φορέα από τη στάθμη $n=2$ στη στάθμη $n=1$, το φωτόνιο που εκπέμπεται έχει



$$\text{ενεργεια: } E_\varphi = E_2 - E_1 \Rightarrow E_\varphi = 3E_1 \quad (1)$$

Η βασική κατάσταση έχει ενέργεια:

$$E_1 = h^2/8m^*L^2 \quad (2)$$

Η ενέργεια του φωτονίου είναι: $E_\varphi = hc/\lambda$ (3).

Από τις σχέσεις (1), (2), (3) βρίσκω $hc/\lambda = 3h^2/8m^*L^2 \Rightarrow L = \sqrt{\frac{3h\lambda}{8mc}} \Rightarrow L = 2.8\text{nm}$

Σχόλιο: Ένα ηλεκτρόνιο που κινείται μέσα στο GaAs δεν είναι ελεύθερο, αλλά υφίσταται την έλξη των περιοδικά διατεταγμένων πυρήνων του κρυστάλλου. Αυτή η έλξη σε συνδυασμό με την κυματική φύση του έχει σαν αποτέλεσμα το ηλεκτρόνιο να εμφανίζεται με πολύ μικρότερη μάζα από αυτή που θα είχε αν ήταν ελεύθερο στον κενό χώρο.

| Χρήσιμες Σταθερές (S.I.) | |
|--------------------------|---|
| Σταθερά Planck | $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ |
| Μάζα ηλεκτρονίου | $m_0 = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ |
| Φορτίο ηλεκτρονίου | $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ |
| Ταχύτητα φωτός | $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ |
| | $1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$ |

Ασκηση 16

Ένα ηλεκτρόνιο κινείται σε μία κβαντική κουκίδα GaAs μήκους L . Από τη φασματική ανάλυση της κουκίδας έχει βρεθεί ότι ο φορέας μπορεί να βρεθεί σε διαδοχικές ενεργειακές στάθμες με ενέργειες 12eV, 27eV και 48eV. Να προσδιορίσετε το L . Δίνεται $m^*=0.063m_e$

Για τη n -οστή σταθμη της κουκίδας ισχύει $E_n=n^2E_1$. Εστω λοιπόν n η άγνωστη στάθμη που αντιστοιχεί στη μικρότερη ενέργεια από τις δοσμένες. Τότε έχουμε:

$$\left. \begin{array}{l} n^2 E_1 = 12 \\ (n+1)^2 E_1 = 27 \\ (n+2)^2 E_1 = 48 \end{array} \right\} \text{ Διαιρώντας κατά μέλη τις δύο πρώτες έχω:}$$

$$\left(\frac{n}{n+1} \right)^2 = \frac{12}{27} \Rightarrow \frac{n}{n+1} = \frac{2}{3} \Rightarrow n = 2. \text{ Προφανώς η λύση αυτή ικανοποιεί και την}$$

τρτη εξίσωση του συστήματος. Από την πρώτη εξίσωση έχω $E_1=3 \text{ eV}$.

$$\text{Από τη σχέση } E_1 = \frac{h^2}{8m^*L^2} \Rightarrow L = \frac{h}{\sqrt{8m^*E_1}} \Rightarrow L = 1.45 \text{ nm}$$