

# ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΠΡΟΣ ΛΥΣΗ ΓΙΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΟΥΣ ΜΗΧΑΝΙΚΟΥΣ

## 3η ΣΕΙΡΑ ΕΠΙΛΕΓΜΕΝΩΝ ΘΕΜΑΤΩΝ

### ΕΝΕΡΓΕΙΑ – ΕΡΓΟ – ΙΣΧΥΣ (και ολίγη Ορμή)

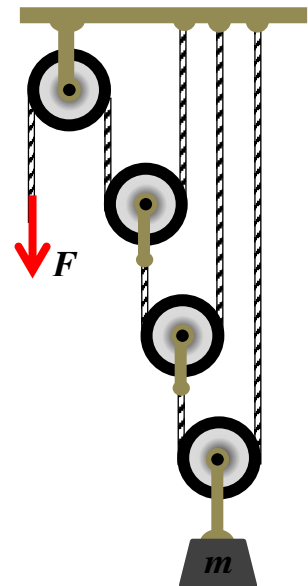
#### ΘΕΜΑ 3.1 (Θεωρία)

- (α) Να διατυπώσετε το θεώρημα διατήρησης της μηχανικής ενέργειας καθώς και το θεώρημα έργου κινητικής ενέργειας.
- (β) Πότε μια δύναμη χαρακτηρίζεται ως συντηρητική και πότε ως μη συντηρητική;
- (γ) Να αποδείξετε αν η δύναμη ελατηρίου  $F_{sp} = -kx$  είναι συντηρητική ή μη συντηρητική δύναμη.
- (δ) Να αποδείξετε αν η δύναμη της κινητικής τριβής είναι συντηρητική ή μη συντηρητική δύναμη.

#### ΘΕΜΑ 3.2

Στο διπλανό σύστημα τροχαλιών να υπολογίσετε:

- (α) Τη δύναμη  $F$  που απαιτείται για να είναι σε ισορροπία η μάζα  $m = 117 \text{ kg}$ .
- (β) Αν μετατοπίσετε προς τα κάτω το αριστερό άκρο του σκοινιού κατά διάστημα  $h = 25,0 \text{ cm}$ , τότε σε τι διάστημα θα μετατοπισθεί προς τα πάνω η μάζα  $m$ ;
- (γ) Την ταχύτητα με την οποία ανέρχεται η μάζα  $m$  στην περίπτωση που έλκομε προς τα κάτω το αριστερό άκρο του σκοινιού με σταθερή ταχύτητα  $v = 2,0 \text{ m/s}$



#### ΘΕΜΑ 3.3

Συγκρινόμενη με την ποσότητα ενέργειας που απαιτείται για να επιταχυνθεί ένα αυτοκίνητο από την κατάσταση ηρεμίας στη ταχύτητα  $v$ , η ποσότητα ενέργειας που απαιτείται για να αυξηθεί η ταχύτητα του από την τιμή  $v$  στην τιμή  $2v$  είναι:

- α. Η ίδια.
- β. Δυο φορές μεγαλύτερη.
- γ. Τρεις φορές μεγαλύτερη.
- δ. Τέσσερις φορές μεγαλύτερη.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

### ΘΕΜΑ 3.4

Ένα ομογενές και εύκαμπτο σκοινί, το οποίο έχει μήκος  $L=12,0$  m και μάζα  $m = 2,50$  kg, κρέμεται με το ένα άκρο στηριγμένο στην οροφή μιας αίθουσας και το άλλο άκρο να ακουμπά στο δάπεδο. Το πάνω άκρο του σκοινιού ελευθερώνεται και το σκοινί πέφτει στο έδαφος. Να υπολογίσετε τη μεταβολή της δυναμικής ενέργειας του σκοινιού, στην περίπτωση που το σκοινί καταλήξει σε ευθύγραμμη επικάθιση στο πάτωμα.

### ΘΕΜΑ 3.5

Σε ένα αντικείμενο ασκούνται πολλές δυνάμεις. Μια από αυτές τις δυνάμεις κατευθύνεται προς την κατεύθυνση  $-y$  και έχει μέτρο  $F = \alpha xy^2$ , όπου  $\alpha = 3,00$  N/m<sup>3</sup>. Να θεωρήσετε ότι το αντικείμενο μετατοπίζεται από το σημείο  $(0$  m,  $0$  m) στο σημείο  $(x, y) = (2,00$  m,  $2,00$  m).

- Να υπολογίσετε το έργο που παράγεται από τη δύναμη  $F$  αν η παραπάνω μετατόπιση γίνει κατά μήκος της ευθείας  $y = x$  που συνδέει τα δυο σημεία.
- Να υπολογίσετε το έργο που παράγεται από τη δύναμη  $F$  αν η μετατόπιση από το πρώτο σημείο στο δεύτερο σημείο πραγματοποιηθεί ως εξής: Αρχικά το αντικείμενο κινείται από το σημείο  $(0$  m,  $0$  m) στο σημείο  $(x, y) = (2,00$  m,  $0$  m) και στη συνέχεια κινείται από το σημείο  $(2,00$  m,  $0$  m) στο σημείο  $(x, y) = (2,00$  m,  $2,00$  m).
- Να συγκρίνετε το έργο της δύναμης  $F$  κατά μήκος των δυο διαδρομών. Μπορείτε να συμπεράνετε αν η δύναμη  $F$  είναι συντηρητική ή μη συντηρητική;

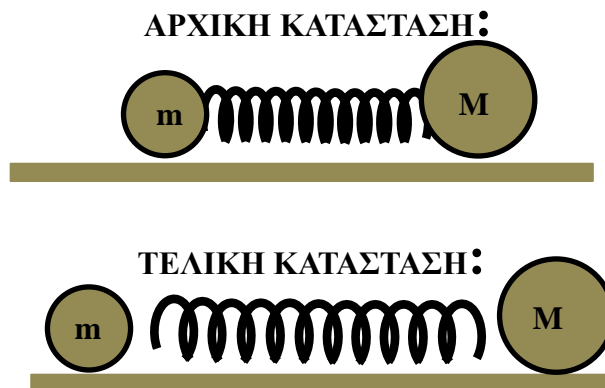
### ΘΕΜΑ 3.6

Διαπιστώνετε ότι ένα ελατήριο δεν ακολουθεί το νόμο του Hook αλλά το νόμο που δίνεται από τη σχέση:  $F(x) = -\alpha x - \beta x^2$  όπου  $\alpha = 70,0$  N/m και  $\beta = 12,0$  N/m<sup>2</sup>.

- Να προσδιορίσετε τη συνάρτηση της δυναμικής ενέργειας  $U(x)$  για το ελατήριο αυτό στην περίπτωση που  $U = 0$  όταν  $x = 0$ .
- Ένα αντικείμενο με μάζα  $m = 2,00$  kg προσαρμόζεται στο άκρο του ελατηρίου, έλκεται κατά διάστημα  $x_0 = 1,00$  m προς τα δεξιά πάνω σε οριζόντια ατριβή επιφάνεια και στη συνέχεια αφήνεται ελεύθερο. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του αντικειμένου όταν αυτό βρίσκεται σε απόσταση  $x = 0,50$  m δεξιά από τη θέση ισορροπίας του ελατηρίου.

### ΘΕΜΑ 3.7

Ένα ελατήριο είναι συμπιεσμένο μεταξύ δυο σωμάτων που έχουν μάζες  $m$  και  $M$  όπου  $m < M$ . Τα δυο σώματα συγκρατούνται με μια κλωστή και μαζί με το συμπιεσμένο ελατήριο βρίσκονται αρχικά σε κατάσταση ηρεμίας πάνω σε μια οριζόντια ατριβή επιφάνεια. Κάποια στιγμή, η κλωστή σπάει και το ελατήριο εκτονώνεται εκτινάσσοντας δεξιά και αριστερά τα δυο σώματα. Να υπολογίσετε τις ταχύτητες με τις οποίες εκτινάσσονται τα δυο σώματα όταν  $m = 1,00$  kg,  $M = 1,5$  kg, σταθερά ελατηρίου  $k = 1,00 \times 10^2$  N/m και η συμπίεση του ελατηρίου είναι  $x = 20,0$  cm.



### ΘΕΜΑ 3.8

- (α) Η ιπποδύναμη (ισχύς) ενός μικρού αυτοκινήτου είναι  $P_{\max}=120 \text{ hp}$  ( $1 \text{ hp} = 735,5 \text{ Watt}$ ). Η μάζα του αυτοκινήτου είναι  $m=1.00 \times 10^3 \text{ kg}$ . Υποθέστε ότι η συνολική δύναμη που αντιστέκεται στην κίνηση του αυτοκινήτου είναι ανάλογη με την ταχύτητα  $v$  του αυτοκινήτου. Συγκεκριμένα:  $f = a v$  όπου  $a=1,00 \times 10^2 \text{ Ns/m}$ . Να υπολογίσετε τη μέγιστη ταχύτητα  $v_{\max}$  με την οποία μπορεί να κινηθεί το συγκεκριμένο αυτοκίνητο σε ένα οριζόντιο δρόμο.
- (β) Να υπολογίσετε την ισχύ που καταναλίσκει ένα αυτοκίνητο όταν αυτό κινείται σε οριζόντιο δρόμο με σταθερή ταχύτητα  $v = 120 \text{ km/h}$  κάτω από τις εξής συνθήκες:  
Μάζα αυτοκινήτου  $m = 1000 \text{ kg}$ , (ύψος)×(πλάτος) αυτοκινήτου  $(1,30\text{m}) \times (1,85\text{m})$ , αεροδυναμικός συντελεστής αυτοκινήτου  $C = 0,23$ , πυκνότητα αέρα  $\rho_{\text{αέρα}} = 1,20 \text{ kg/m}^3$ , συντελεστής τριβής κύλισης  $\mu_r = 0,02$  (επιτάχυνση βαρύτητας  $g = 9,80 \text{ m/s}^2$ )

### ΘΕΜΑ 3.9

Ένα σώμα κινείται σε περιφέρεια κύκλου ακτίνας  $r = 3,00 \text{ m}$  υπό την επίδραση της δύναμης

$$\vec{F} = (2x - y)\hat{i} + (x + y)\hat{j}.$$

Ο κύκλος βρίσκεται πάνω στο  $xy$ -επίπεδο και το κέντρο του κύκλου είναι στην αρχή του συστήματος συντεταγμένων. Να υπολογίσετε το έργο που παράγει η συγκεκριμένη δύναμη όταν το σώμα διανύσει την περιφέρεια του κύκλου.

### ΘΕΜΑ 3.10

Ένα σώμα κινείται στο επίπεδο  $XY$  υπό την επίδραση της δύναμης

$$\vec{F}(x, y) = (2x + y)\hat{i} + (x + 2y)\hat{j}.$$

- (α) Να υπολογίσετε το έργο που παράγει ή καταναλίσκει η δύναμη αυτή όταν το σώμα κινείται από το σημείο  $A(0, 0)$  στο σημείο  $B(2, 8)$  μέσω των παρακάτω δυο διαδρομών  
(α1)  $y = 4x$  και  
(α2)  $y = x^3$ .
- (β) Είναι η παραπάνω δύναμη συντηρητική ή όχι;

### ΘΕΜΑ 3.11

Σε ένα μονοδιάστατο πεδίο συντηρητικών δυνάμεων η δυναμική ενέργεια  $U(x)$  δίνεται από τη συνάρτηση  $U(x) = (x^3 - 6x^2 + 9x + 1) \text{ Joule}$

- (α) Να προσδιορίσετε τις μονάδες των συντελεστών που συνοδεύουν τη μεταβλητή  $x$  στη συνάρτηση του δυναμικού.
- (β) Να υπολογίσετε τις θέσεις  $x$  στις οποίες μια μάζα είναι σε ευσταθή ή μετασταθή ισορροπία.
- (γ) Να σχεδιάσετε κατά προσέγγιση τη γραφική παράσταση της δυναμικής ενέργειας  $U(x)$  συναρτήσει τη θέσης  $x$ .

### ΘΕΜΑ 3.12

Ένα τρένο έχει μηχανή που έχει μάζα  $m_1 = 1150 \text{ kg}$  και δυο βαγόνια των οποίων οι μάζες είναι  $m_2 = 2m_1$  και  $m_3 = 3m_1$ . Όταν το τρένο αρχίζει να κινείται, η μηχανή ασκεί πάνω σε αυτό μια σταθερή δύναμη  $F = 21750 \text{ N}$ . Η μόνη δύναμη που αντιστέκεται στη κίνηση του τρένου είναι η οπισθέλκουσα δύναμη.



- Να υπολογίσετε τις δυνάμεις που καταπονούν τους συνδέσμους που συνδέουν το βαγόνι 1 με το βαγόνι 2 καθώς και το βαγόνι 2 με το βαγόνι 3.
- Να διερευνήσετε αν πρέπει ο μηχανοδηγός του τρένου να αλλάξει τη σειρά των δυο βαγονιών πίσω από τη μηχανή.
- Να αποδείξετε ότι μετά από κάποιο χρονικό διάστημα η ταχύτητα του τρένου θα σταθεροποιηθεί και στη συνέχεια να υπολογίσετε την τιμή της σταθερής αυτής ταχύτητας καθώς και την ενέργεια που καταναλίσκει η μηχανή του τρένου ανά μονάδα χρόνου.

Δίνονται:

Αεροδυναμικός συντελεστής τρένου:  $C = 1,20$ . Ενεργός διατομή τρένου:  $A = 12,0 \text{ m}^2$   
Πυκνότητα αέρα:  $\rho = 0,0012 \text{ g/cm}^3$

### ΘΕΜΑ 3.13

Να υπολογίσετε την ελάχιστη ταχύτητα εκτόξευσης ενός αντικειμένου (π.χ. ενός πυραύλου) προς το διάστημα ώστε το αντικείμενο αυτό να μην επιστρέψει ποτέ στη γη. Η ταχύτητα αυτή ονομάζεται ταχύτητα διαφυγής και συμβολίζεται με  $v_{\text{esc}}$ .