ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΑΝΩ ΣΤΑ ΕΓΚΑΡΣΙΑ ΚΥΜΑΤΑ

ΑΣΚΗΣΗ 1:

Κύμα διαδίδεται κατά μήκος χορδής με ταχύτητα 280 *m/s*. Ποια θα είναι η ταχύτητα αν αντικατασταθεί η χορδή από μία άλλη που είναι φτιαγμένη από το ίδιο υλικό και βρίσκεται υπό την ίδια ένταση, αλλά έχει τη διπλάσια ακτίνα;

ΛΥΣΗ

Ταχύτητα κύματος στη χορδή με γραμμική πυκνότητα μάζας μ_1: $\upsilon_1 = \sqrt{\dfrac{F}{\mu_1}}$ και υ_1=280 *m/s*

Ταχύτητα κύματος στη χορδή με γραμμική πυκνότητα μάζας μ_2: $\upsilon_2 = \sqrt{\dfrac{F}{\mu_2}}$

Η χορδή θεωρείται ότι είναι ένας κύλινδρος μήκους L και κυκλικής βάσης ακτίνας r με εμβαδόν $S=\pi r^2$.

Αν m είναι η μάζα της χορδής και ρ είναι η πυκνότητα μάζας αυτής, τότε η γραμμική πυκνότητα μ μπορεί να γραφεί και ως εξής:

$\mu = \dfrac{m}{L} = \dfrac{\rho V}{L} = \dfrac{\rho S L}{L} = \rho S = \rho \pi r^2$. Οπότε: $\mu_1 = \rho \pi r_1^2$ και $\mu_2 = \rho \pi r_2^2$

$$\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{\sqrt{\dfrac{F}{\mu_1}}}{\sqrt{\dfrac{F}{\mu_2}}} = \sqrt{\frac{\mu_2 F}{\mu_1 F}} = \sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1}} = \sqrt{\frac{\rho \pi r_2^2}{\rho \pi r_1^2}} = \sqrt{\frac{r_2^2}{r_1^2}} = \frac{r_2}{r_1}$$

Στην περίπτωση που $r_2=2r_1$, τότε: $\dfrac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \dfrac{2r_1}{r_1} \Rightarrow \upsilon_2 = \dfrac{\upsilon_1}{2} = \dfrac{280 m/s}{2} \Rightarrow \upsilon_2 = 140 m/s$

ΑΣΚΗΣΗ 2:

Χορδή μήκους 2.0 *m* βρίσκεται υπό τάση δύναμης 20 *N*. Ένας παλμός διαδίδεται κατά μήκος της χορδής σε 50 ms. Ποια είναι η μάζα της χορδής;

ΛΥΣΗ

Εφόσον ο κυματικός παλμός που δημιουργείται στην αρχή της χορδής διανύει το μήκος της χορδής σε χρονικό διάστημα Δt=50 *ms* = $50 \text{x} 10^{-3}$ *s* η ταχύτητα υ_s του κυματικού παλμού θα δίνεται από τη σχέση: $\upsilon_s = \dfrac{L}{\Delta t}$ (1) όπου L=2,0 *m* είναι το μήκος της χορδής.

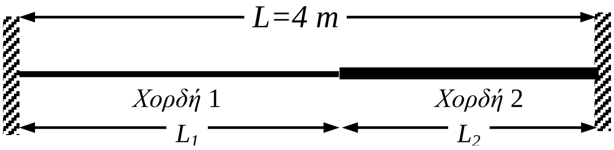
Επειδή όμως η χορδή τεντώνεται με δύναμη F_s = 20 *N*, η ταχύτητα του κυματικού παλμού θα υπολογίζεται και από τη σχέση: $\upsilon_s = \sqrt{\dfrac{T_s}{\mu}}$ (2) όπου $\mu = \dfrac{m}{L}$ (3) είναι η γραμμική πυκνότητα μάζας της χορδής. Από τις σχέσεις (1), (2) και (3) θα έχουμε:

$$\frac{L}{\Delta t} = \sqrt{\frac{T_s}{\dfrac{m}{L}}} = \sqrt{\frac{T_s L}{m}} \Rightarrow \left(\frac{L}{\Delta t}\right)^2 = \frac{T_s L}{m} \Rightarrow m = T_s L \left(\frac{\Delta t}{L}\right)^2 = T_s \frac{(\Delta t)^2}{L} \Rightarrow$$

$$m = (20\,N) \times \frac{\left(50\times10^{-3}\,s\right)^2}{2{,}0\,m} \quad \Rightarrow \quad m = 2{,}5\times10^{-2}\,kg = 25\,g$$

ΑΣΚΗΣΗ 3:

Η χορδή 1 του παρακάτω Σχήματος έχει γραμμική πυκνότητα 2.0 *g/m* και η χορδή 2 έχει γραμμική πυκνότητα 4.0 *g/m*. Ένας φοιτητής στέλνει παλμούς και στις δύο κατευθύνσεις τραβώντας γρήγορα τον κόμπο προς τα επάνω και μετά τον αφήνει ξανά. Ποια είναι τα μήκη των χορδών L_1 & L_2 αν οι παλμοί φτάσουν ταυτόχρονα στα δύο άκρα των χορδών;



ΛΥΣΗ

Χορδή 1: Γραμμική πυκνότητα μάζας μ_1 = 2,0 *g/m* και μήκος L_1.

Χορδή 2: Γραμμική πυκνότητα μάζας μ_2 = 4,0 *g/m* και μήκος L_2.

Μήκος συστήματος δυο χορδών: $L=L_1+L_2 = 4\ m$

Και οι δυο χορδές τεντώνονται με την ίδια δύναμη τάσης T_s.

$$\left.\begin{array}{l}\text{Ταχύτητα κύματος στη χορδή 1: } \upsilon_1 = \sqrt{\dfrac{T_s}{\mu_1}} \\[2ex] \text{Ταχύτητα κύματος στη χορδή 2: } \upsilon_2 = \sqrt{\dfrac{T_s}{\mu_2}}\end{array}\right\} \Rightarrow \quad \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{\sqrt{\dfrac{T_s}{\mu_1}}}{\sqrt{\dfrac{T_s}{\mu_2}}} = \sqrt{\frac{T_s\,\mu_2}{T_s\,\mu_1}} \quad \Rightarrow \quad \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1}} \qquad (1)$$

Όταν εκτρέψουμε από τη θέση ισορροπίας το σημείο που συνδέονται μεταξύ τους οι δυο χορδές στο σημείο αυτό θα δημιουργηθεί ένα κύμα το οποίο θα διαδοθεί ταυτόχρονα προς τα αριστερά κατά μήκος της χορδής 1 με ταχύτητα υ_1 αλλά και προς τα δεξιά κατά μήκος της χορδής 2 με ταχύτητα υ_2. Επειδή τα δυο αυτά κύματα φθάνουν ταυτόχρονα στα άκρα του συστήματος των δυο χορδών (αυτό είναι δεδομένο του προβλήματος), τα δυο κύματα θα διανύσουν τα μήκη L_1 και L_2 των δυο χορδών στο ίδιο χρονικό διάστημα Δt. Από την παρατήρηση αυτή προκύπτει:

$$\left.\begin{array}{l}\upsilon_1 = \dfrac{L_1}{\Delta t} \\[2ex] \upsilon_2 = \dfrac{L_2}{\Delta t}\end{array}\right\} \Rightarrow \quad \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{L_1}{L_2} \qquad (2)$$

Στις σχέσεις (1) και (2) τα πρώτα μέλη είναι ίσα οπότε έχουμε: $\dfrac{L_1}{L_2} = \sqrt{\dfrac{\mu_2}{\mu_1}} \quad \Rightarrow \quad L_1 = L_2\sqrt{\dfrac{\mu_2}{\mu_1}}$

Επειδή όμως

$$L_1 + L_2 = L \quad \Rightarrow \quad L_2 + L_2\sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1}} = L \quad \Rightarrow \quad L_2 = \frac{L}{1+\sqrt{\dfrac{\mu_2}{\mu_1}}} = \frac{4{,}0\,m}{1+\sqrt{\dfrac{4{,}0\,g/m}{2{,}0\,g/m}}} \quad \Rightarrow \quad L_2 = 1{,}7\,m$$

Οπότε: $L_1=L-L_2=4{,}0m-1{,}7m \quad \Rightarrow \quad L_1=2{,}3\ m$

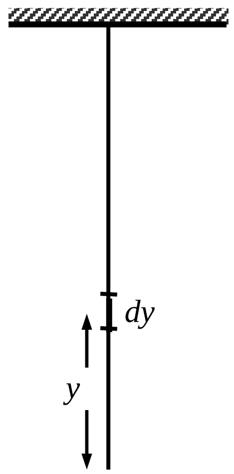
ΑΣΚΗΣΗ 4:

Ένα σκοινί μάζας m και μήκους L κρέμεται κατακόρυφα από μια οροφή.

α. Να αποδείξετε ότι η ταχύτητα με την οποία διαδίδεται μια κυματική διαταραχή κατά μήκος του σκοινιού δίνεται από τη σχέση $\upsilon = \sqrt{gy}$.

β. Να αποδείξετε ότι μια κυματική διαταραχή χρειάζεται χρονικό διάστημα $\Delta t = 2\sqrt{L/g}$ για να διανύσει το μήκος L του σκοινιού.

ΛΥΣΗ



Στην περίπτωση αυτή, το σκοινί τεντώνεται με το βάρος του. Σε κάθε στοιχειώδες τμήμα dy του σκοινιού, που απέχει απόσταση y από το κάτω άκρο του, ασκείται δύναμη T_s η οποία είναι ίση με το βάρος w(y) που έχει το τμήμα του σκοινιού με μήκος y. Αν η γραμμική πυκνότητα μάζας του σκοινιού είναι μ, τότε η δύναμη που ασκείται σε κάθε στοιχειώδες τμήμα dy του σκοινιού θα δίνεται από η σχέση:

$$T_s(y) = w(y) = m(y)\,g \quad \Rightarrow \quad T_s = \mu\, y\, g$$

Οπότε, η ταχύτητα ενός εγκάρσιου κύματος που διαδίδεται κατά μήκος του κατακόρυφου σκοινιού θα είναι διαφορετική από σημείο σε σημείο και θα δίνεται από τη σχέση:

$$\upsilon(y) = \sqrt{\frac{T_s}{\mu}} = \sqrt{\frac{\mu\, y\, g}{\mu}} \quad \Rightarrow \quad \upsilon(y) = \sqrt{y\, g} \quad \Rightarrow \quad \frac{dy(t)}{dt} = \sqrt{y(t)}\,\sqrt{g} \quad \Rightarrow \quad \frac{dy(t)}{\sqrt{y(t)}} = \sqrt{g}\, dt \quad \Rightarrow$$

$$\int \left(y(t)\right)^{-\frac{1}{2}} dy = \int \sqrt{g}\, dt + C \quad \Rightarrow \quad 2\sqrt{y(t)} = \sqrt{g}\, t + C \quad (1)$$

Η σταθερά ολοκλήρωσης C υπολογίζεται από τις συνοριακές συνθήκες:

Τη χρονική στιγμή t=0 s το κύμα αρχίζει να διαδίδεται από το κάτω άκρο του σκοινιού όποτε y=0. Οπότε, θέτοντας στη σχέση t=0 και y=0 παίρνουμε C=0 και η σχέση (1 γίνεται:

$$2\sqrt{y(t)} = \sqrt{g}\, t \quad \Rightarrow \quad y(t) = \frac{1}{4} g\, t^2 \quad (2)$$

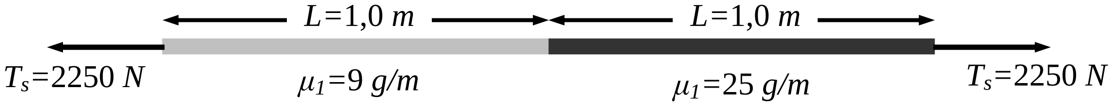
Αν τ είναι το χρονικό διάστημα που απαιτείται για να διανύσει το κύμα το κατακόρυφο σκοινί, τότε θα ισχύει ότι $y(\tau)=L$. Κάνοντας την αντικατάσταση αυτή στην πρώτη από τις σχέσεις (2), παίρνουμε:

$$2\sqrt{y(\tau)} = 2\sqrt{L} = \sqrt{g}\,\tau \quad \Rightarrow \quad \tau = 2\sqrt{\frac{L}{g}}$$

ΑΣΚΗΣΗ 5:

Σύρμα αποτελείται από δύο μέταλλα, τα οποία έχουν διαφορετικές γραμμικές πυκνότητες μάζας. Το παρακάτω Σχήμα απεικονίζει ένα τμήμα σύρματος μήκους 2,0 m, με κέντρο στο σημείο της ένωσης. Το σύρμα τεντώνεται νε δύναμη 2250 N και το ένα άκρο του σύρματος ταλαντώνεται με συχνότητα 1500 Hz και πλάτος 3.0 mm. Πόσα μήκη κύματος (πλήρεις κύκλοι) του κύματος υπάρχουν σ' αυτό το τμήμα σύρματος μήκους 2,0 m;

ΛΥΣΗ



Το εγκάρσιο κύμα διαδίδεται και στα δυο σύρματα με την ίδια συχνότητα f=1500 Hz. Αφού οι δυο χορδές έχουν διαφορετικές γραμμικές πυκνότητες μάζας, αυτό που αλλάζει στα δυο σύρματα είναι η ταχύτητα διάδοσης και το μήκος κύματος του εγκάρσιου κύματος. Συμβολίζουμε με υ_1, λ_1 και υ_2, λ_2 τη ταχύτητα και το μήκος κύματος του κύματος στη κάθε χορδή.

Ισχύει: $\upsilon_1=\lambda_1 f$ και $\upsilon_2=\lambda_2 f$ όπου:

$$\upsilon_1=\sqrt{\frac{T_s}{\mu_1}}=\sqrt{\frac{2250\,N}{0{,}009\,kg/m}}=500\,m/s=\lambda_1 f \quad\Rightarrow\quad \lambda_1=\frac{500m/s}{1500\,s^{-1}} \quad\Rightarrow\quad \lambda_1=0{,}33\,m$$

$$\upsilon_2=\sqrt{\frac{T_s}{\mu_2}}=\sqrt{\frac{2250\,N}{0{,}025\,kg/m}}=300\,m/s=\lambda_2 f \quad\Rightarrow\quad \lambda_2=\frac{300m/s}{1500\,s^{-1}} \quad\Rightarrow\quad \lambda_1=0{,}20\,m$$

Ο αριθμός N_1 των μηκών κύματος που καλύπτουν την αριστερή χορδή είναι: $N_1=\frac{L}{\lambda_1}=\frac{1{,}0\,m}{0{,}33\,m}=3$

Ο αριθμός N_2 των μηκών κύματος που καλύπτουν τη δεξιά χορδή είναι: $N_2=\frac{L}{\lambda_2}=\frac{1{,}0\,m}{0{,}20\,m}=5$

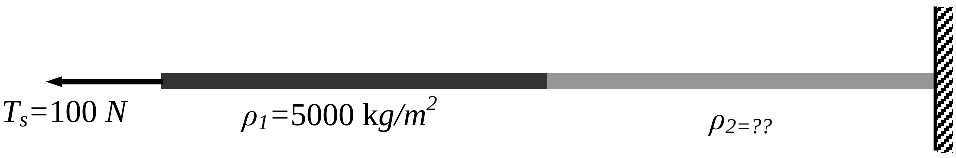
Ο συνολικός αριθμός μηκών κύματος που καλύπτουν το σύστημα των δυο χορδών είναι:

$N=N_1+N_2=3+5 \quad\Rightarrow\quad N=8$ μήκη κύματος.

ΑΣΚΗΣΗ 6:

Δίνονται δυο χορδές οι οποίες έχουν διάμετρο d=1,0 mm και οι οποίες είναι κατασκευασμένες από υλικά που έχουν πυκνότητα ρ_1=5000 kg/m^3 για την πρώτη χορδή και ρ_2 (άγνωστη) για τη δεύτερη χορδή. Το τέλος της πρώτης χορδής είναι κολλημένο με την αρχή της δεύτερης χορδής και οι δυο χορδές μαζί τεντώνονται με δύναμη F. Στο σύστημα των δυο χορδών διαδίδεται ένα εγκάρσιο κύμα με συχνότητα f. Αν το μήκος κύματος στην πρώτη χορδή είναι λ_1=0,03 m και στη δεύτερη χορδή είναι λ_2=0,05 m, τότε να υπολογίσετε την πυκνότητα ρ_2 του υλικού από το οποίο είναι κατασκευασμένη η δεύτερη χορδή

ΛΥΣΗ



Η ταχύτητα του κύματος στην αριστερή χορδή δίνεται από τη σχέση: $\upsilon_1=\sqrt{\frac{T_s}{\mu_1}}$

Η ταχύτητα του κύματος στη δεξιά χορδή δίνεται από τη σχέση: $\upsilon_2 = \sqrt{\dfrac{T_s}{\mu_2}}$

Διαιρώντας κατά μέλη τις δυο τελευταίες σχέσεις παίρνουμε:

$$\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{\sqrt{\dfrac{T_s}{\mu_1}}}{\sqrt{\dfrac{T_s}{\mu_2}}} = \sqrt{\frac{T_s\ \mu_2}{T_s\ \mu_1}} \quad \Rightarrow \quad \frac{\lambda_1 f}{\lambda_2 f} = \sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1}} \quad \Rightarrow \quad \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1}} \qquad (1)$$

Οι δυο χορδές θεωρούνται ως πολύ λεπτοί κύλινδροι με κυκλική βάση εμβαδού: $S=\pi\ r^2$. Αν τα μήκη των χορδών είναι ίσα με L_1 και L_2, τότε οι πυκνότητες μάζας ρ_1 και ρ_2 των χορδών θα δίνονται από τις σχέσεις:

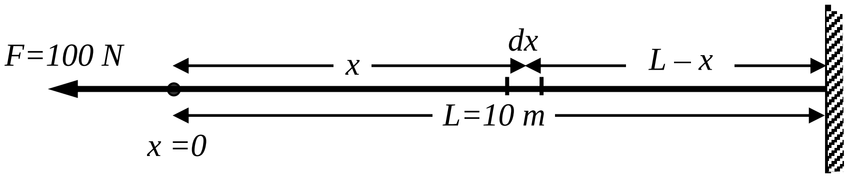
$$\left.\begin{array}{l} \lambda_1 = \dfrac{m}{L_1} = \dfrac{m\,S}{L_1\,S} = \dfrac{m}{V_1} S \quad \Rightarrow \quad \mu_1 = \rho_1\,S \\ \text{Ομοίως και} \qquad\qquad \mu_2 = \rho_2\,S \end{array}\right\} \Rightarrow \quad \frac{\mu_2}{\mu_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \qquad (2)$$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1}} \quad \Rightarrow \quad \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}} \quad \Rightarrow \quad \frac{\lambda_1^2}{\lambda_2^2} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \quad \Rightarrow \quad \rho_2 = \frac{\lambda_1^2}{\lambda_2^2}\rho_1 = \frac{(0{,}03\,m)^2}{(0{,}05\,m)^2} 5000\,kg/m^3 \quad \Rightarrow$$
ρ_2 = 1800 kg/m^3

ΑΣΚΗΣΗ 7:

Το ένα άκρο ενός σκοινιού είναι δεμένο σε σταθερό σημείο ενώ στο άλλο άκρο ασκείται οριζόντια δύναμη F=100 N η οποία κρατά το σκοινί τεντωμένο. Το σκοινί αυτό έχει μήκος L=10 m και είναι κατασκευασμένο έτσι ώστε η γραμμική πυκνότητας μάζας του να δίνεται από τη σχέση $\mu=\mu_0+\alpha x$, όπου μ_0=0,005 kg/m είναι η γραμμική πυκνότητα μάζας του σκοινιού στην περιοχή στήριξής του, α=3x10^{-5} kg/m^2 και x είναι η απόσταση από το σημείο στήριξης. Αν το άκρο του σκοινιού στο οποίο ασκείται η δύναμη F εκτελέσει εγκάρσια κίνηση, τότε ένας κυματικός παλμός θα ταξιδέψει κατά μήκος του σκοινιού. Να υπολογίσετε το χρονικό διάστημα Δt που θα χρειασθεί η κυματική διαταραχή να φθάσει στο άλλο άκρο του σκοινιού.

ΛΥΣΗ



Σε απόσταση x από το ελεύθερο άκρο της χορδής όπου ασκείται η δύναμη T_s της χορδής ορίζουμε ένα στοιχειώδες τμήμα dx της χορδής. Το Το στοιχειώδες αυτό τμήμα της χορδής απέχει από το σημείο στήριξης απόσταση $L - x$ και τεντώνεται με την ίδια δύναμη T_s. Κάτω από αυτές τις προϋποθέσεις, και επειδή η γραμμική πυκνότητα μάζας της χορδής εξαρτάται από την απόσταση από το σημείο στήριξης της χορδής προκύπτει ότι στη θέση x η γραμμική πυκνότητα μάζας θα είναι ίση με:

$$\mu(x) = \mu_0 + a\,(L - x)$$

Οπότε στη θέση x η ταχύτητα του κύματος θα είναι ίση με:

$$\upsilon(x)=\sqrt{\frac{T_s}{\mu(x)}}=\sqrt{\frac{T_s}{\mu_0+\alpha(L-x)}} \quad \Rightarrow \quad \frac{dx}{dt}=\sqrt{\frac{T_s}{\mu_0+a(L-x)}} \quad \Rightarrow \quad \sqrt{\mu_0+a(L-x)}\,dx=\sqrt{T_s}\,dt$$

$$\int(\mu_0+a(L-x))^{\frac{1}{2}}dx=\int\sqrt{T_s}\,dt+C \quad \Rightarrow \quad \int(\mu_0+a(L-x))^{\frac{1}{2}}(-d(-x))=\sqrt{T_s}\,t+C \quad \Rightarrow$$

$$-\int(\mu_0+a(L-x))^{\frac{1}{2}}d(L-x)=\sqrt{T_s}\,t+C \quad \Rightarrow \quad -\int(\mu_0+a(L-x))^{\frac{1}{2}}\frac{d(a(L-x))}{a}=\sqrt{T_s}\,t+C \quad \Rightarrow$$

$$-\frac{1}{a}\int(\mu_0+a(L-x))^{\frac{1}{2}}d(\mu_0+a(L-x))=\sqrt{T_s}\,t+C \quad \Rightarrow \quad -\frac{1}{a}\frac{1}{\frac{1}{2}+1}(\mu_0+a(L-x))^{\frac{1}{2}+1}=\sqrt{T_s}\,t+C$$

$$-\frac{2}{3a}(\mu_0+a(L-x))^{\frac{3}{2}}=\sqrt{T_s}\,t+C \quad (1)$$

Η σταθερά C υπολογίζεται από την οριακή συνθήκη: Τη χρονική στιγμή t=0 s το κύμα βρίσκεται στη θέση x=0 m. Οπότε, από τη σχέση (1) προκύπτει ότι:

$$C=-\frac{2}{3a}(\mu_0+aL)^{\frac{3}{2}} \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) προσδιορίζουμε τη τελική σχέση που συνδέει τη θέση x με το χρόνο t:

$$-\frac{2}{3a}(\mu_0+a(L-x))^{\frac{3}{2}}=\sqrt{T_s}\,t-\frac{2}{3a}(\mu_0+aL)^{\frac{3}{2}} \quad \Rightarrow$$

$$\frac{2}{3a}\left((\mu_0+aL)^{\frac{3}{2}}-(\mu_0+a(L-x))^{\frac{3}{2}}\right)=\sqrt{T_s}\,t \quad (3)$$

Αν συμβολίσουμε με τ το χρονικό διάστημα που απαιτείται ώστε το κύμα να διανύσει το διάστημα x=L, τότε από τη από τη σχέση (3) θα έχουμε (για t=τ και x=L):

$$\tau=\frac{2}{3a\sqrt{T_s}}\left((\mu_0+aL)^{\frac{3}{2}}-(\mu_0)^{\frac{3}{2}}\right) \quad \Rightarrow$$

$$\tau=\frac{2}{3\times3\times10^{-5}\,kg/m^2\,\sqrt{100N}}\times\left((0{,}005kg/m+(3\times10^{-5}\,kg/m^2)\times(10m))^{\frac{3}{2}}-(0{,}005kg/m)^{\frac{3}{2}}\right) \quad \Rightarrow$$

$$\tau=0.071s$$

ΑΣΚΗΣΗ 8

Δυο νήματα με γραμμικές πυκνότητες μάζας μ_1 και μ_2, όπου μ_1=3μ_2 είναι συνδεδεμένα σε σειρά και τεντώνονται με την ίδια δύναμη F. Στο νήμα με γραμμική πυκνότητα μάζας μ_1 διαδίδεται ένα εγκάρσιο μηχανικό κύμα το οποίο έχει συχνότητα f=120 Hz και μήκος κύματος λ_1=10,0 cm. Να υπολογίσετε:

(α) Την ταχύτητα υ_1 με την οποία το κύμα διαδίδεται στο νήμα με γραμμική πυκνότητα μάζας μ_1

(β) Την ταχύτητα υ_2 και το μήκος κύματος λ_2 του κύματος που διαδίδεται στο νήμα με γραμμική πυκνότητα μάζας μ_2.

ΑΣΚΗΣΗ 9

Ένα νήμα έχει γραμμική πυκνότητα μάζας μ=30,0 g/m και τεντώνεται με δύναμη F=5,00 N. Ένα αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά μήκος του τεντωμένου νήματος έτσι ώστε, κάθε σημείο πάνω στη χορδή ταλαντώνεται με πλάτος A=4,50 cm και με μέγιστη ταχύτητα $υ_{y,max}$=9,40 m/s. Να υπολογίσετε:

(α) Το μήκος κύματος λ και τη συχνότητα *f* του εγκάρσιου μηχανικού κύματος που διαδίδεται στο νήμα.

(β) Να γράψετε την εξίσωση του κύματος όταν το κύμα διαδίδεται προς την θετική κατεύθυνση και τη χρονική στιγμή t=0 s η μετατόπιση του σημείου που βρίσκεται πάνω στο νήμα και στη θέση *x*=0 m είναι *D*(0, 0)= –2,50 m.

ΑΣΚΗΣΗ 10

Ένα νήμα που έχει γραμμική πυκνότητα μάζας μ=10,0 g/m τεντώνεται με δύναμη F=5,00N. Το ελεύθερο άκρο του νήματος ταλαντώνεται με πλάτος A=0,50 mm και ένα εγκάρσιο μηχανικό κύμα διαδίδεται κατά μήκος του νήματος.

(α) Να υπολογίσετε τη μέση ισχύ P_{avg} που μεταφέρει το κύμα κατά μήκος του νήματος όταν το άκρο του νήματος ταλαντώνεται με συχνότητα f=4,00x10^2 Hz.

(β) Η τιμή P_{avg} της μέσης ισχύς εξαρτάται από τη δύναμη *F* που τεντώνει το νήμα, τη συχνότητα *f* και το πλάτος *A* του κύματος καθώς και από τη γραμμική πυκνότητα μ του νήματος. Σας ζητείται να εκατονταπλασιάσετε τη μέση ισχύ P_{avg} την οποία υπολογίσατε στο ερώτημα (α) αλλάζοντας την τιμή μόνο μιας από τις παραμέτρους που προαναφέρθηκαν. Ποια παράμετρο θα επιλέγατε για να αλλάξετε την τιμή της; Πόσο πρέπει να αλλάξει η τιμή της παραμέτρου που επιλέξατε για να εκατονταπλασιαστεί η τιμή της μέσης ισχύος που υπολογίσατε στο ερώτημα (α); Να δικαιολογήσετε ότι η επιλογή που κάνατε είναι ρεαλιστικά αποδεχτή. Γιατί απορρίπτετε κάποιες λύσεις.

ΑΣΚΗΣΗ 11

Ένα σκοινί το οποίο έχει μήκος *L* και μάζα *m* κρέμεται κατακόρυφα από ένα σταθερό σημείο. Στο κάτω άκρο του σκοινιού είναι δεμένη μια μάζα *M*. Ένας εγκάρσιος κυματικός παλμός ξεκινά από το κάτω άκρο του σκοινιού και διαδίδεται προς το πάνω άκρο του. Να αποδείξετε ότι:

(α) Ο εγκάρσιος αυτός κυματικός παλμός θα φθάσεις το πάνω άκρο του σκοινιού σε χρονικό διάστημα $t = 2\sqrt{\frac{L}{mg}}\left[\sqrt{M+m} - \sqrt{M}\right]$

(β) Όταν *M*=0 τότε $t = 2\sqrt{\frac{L}{g}}$

(γ) Όταν *M*>>m τότε $t = \sqrt{\frac{mL}{Mg}}$