

Εργαστήριο Μαθηματικών Γενικό Τμήμα Γενικών Μαθημάτων Α.Σ.ΠΑΙ.ΤΕ.

2ο Εργαστήριο

Μήτρες- Συστήματα

Πράξεις με μήτρες, εύρεση αντιστροφής μήτρας, εφαρμογή στην επίλυση Συστημάτων Εξισώσεων.

Ν. Ματζάκος
Επ. Καθηγητής Α.Σ.ΠΑΙ.ΤΕ.
nikmatz@aspete.gr

1η Άσκηση

Να ορισθούν οι μήτρες $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \\ 9 & 7 & 0 \end{pmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}$, $\mathbf{\Gamma} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 9 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}$ να

υπολογιστούν (αν είναι δυνατόν) οι μήτρες \mathbf{A}^3 , $\mathbf{A}-\mathbf{B}$, $\mathbf{B}-\mathbf{A}$, $\mathbf{A}-\mathbf{\Gamma}$, $\mathbf{A}+\mathbf{B}$, $\mathbf{A}+\mathbf{\Gamma}$.

Λύση

```
> restart;
```

```
> A:=<<1,2,9>|<3,4,7>|<5,6,0>>;
```

$$A := \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \\ 9 & 7 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.1.1)$$

```
> B:=<<1,2>|<4,3>|<6,5>>;
```

$$B := \begin{bmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 2 & 3 & 5 \end{bmatrix} \quad (1.1.2)$$

```
> C:=<<1,5,6>|<3,9,2>>;
```

$$C := \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 9 \\ 6 & 2 \end{bmatrix} \quad (1.1.3)$$

```
> A^3;
```

$$\begin{bmatrix} 359 & 517 & 560 \\ 498 & 686 & 704 \\ 916 & 898 & 445 \end{bmatrix} \quad (1.1.4)$$

```
> A.B;
```

```
Error, (in LinearAlgebra:-Multiply) first matrix column dimension (3)
<> second matrix row dimension (2)
```

```
> B.A;
```

$$\begin{bmatrix} 63 & 61 & 29 \\ 53 & 53 & 28 \end{bmatrix}$$

(1.1.5)

```
> A.C;
```

$$\begin{bmatrix} 46 & 40 \\ 58 & 54 \\ 44 & 90 \end{bmatrix}$$

(1.1.6)

```
> A+B;
```

```
Error, (in rtable/Sum) invalid arguments
```

```
> A+C;
```

```
Error, (in rtable/Sum) invalid arguments
```

2η Άσκηση

Δίνετε το γραμμικό σύστημα

$$\begin{cases} x - y + z = -3 \\ -2x + y - 3z = 1 \quad (1) \\ x - 2y + z = -2 \end{cases}$$

- Να οριστεί η μήτρα των συντελεστών A και η μήτρα των σταθερών B του συστήματος (1).
- Να οριστεί η επαυξημένη μήτρα του συστήματος (1), $C = \langle A|B \rangle$
- Να βρεθεί οι βαθμοί των A και C, η ορίζουσα της A. Τι συμπέρασμα βγάξετε για την λύση του συστήματος
- Να βρεθεί η κλιμακωτή μορφή της C
- Να λυθεί το παραπάνω σύστημα και με τη χρήση της αντίστροφης μήτρας

Λύση

```
> A:=<<1,-2,1>|<-1,1,-2>|<1,-3,1>>;
```

$$A := \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -2 & 1 & -3 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

(2.1.1)

```
> B:=<-3,1,-2>;
```

$$B := \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$$

(2.1.2)

```
> C:=<A|B>;
```

$$C := \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & -3 \\ -2 & 1 & -3 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & -2 \end{bmatrix} \quad (2.1.3)$$

```
> with(LinearAlgebra):
```

```
> Rank(A);
```

$$3 \quad (2.1.4)$$

```
> Rank(C);
```

$$3 \quad (2.1.5)$$

```
> GaussianElimination(C);
```

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & -3 \\ 0 & -1 & -1 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 6 \end{bmatrix} \quad (2.1.6)$$

```
> ReducedRowEchelonForm(C);
```

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -10 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 6 \end{bmatrix} \quad (2.1.7)$$

$$3 \quad (2.1.8)$$

```
> C:=MatrixInverse(A);
```

$$C := \begin{bmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ -3 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.1.9)$$

```
> X:=C.B;
```

$$X := \begin{bmatrix} -10 \\ -1 \\ 6 \end{bmatrix} \quad (2.1.10)$$