ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΑΣΚΗΣΗ 3

ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΜΕ ΔΙΑΣΤΗΜΟΜΕΤΡΟ ΚΑΙ ΜΙΚΡΟΜΕΤΡΟ

3.1 ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ ΚΑΙ ΣΚΟΠΟΣ ΑΣΚΗΣΗΣ

Η παρούσα άσκηση διαπραγματεύεται τις συνήθεις τεχνικές που χρησιμοποιούνται σήμερα για τη μέτρηση μικρών διαστημάτων (της τάξης των εκατοστών) με σχετικά μεγάλη ακρίβεια. Οι τεχνικές αυτές είναι του βερνιέρου (ή διαστημόμετρου ή παχύμετρου) και του μικρομέτρου των οποίων η ακρίβεια μπορεί να προσεγγίσει το εκατοστό του χιλιοστού (*0,01 mm*).

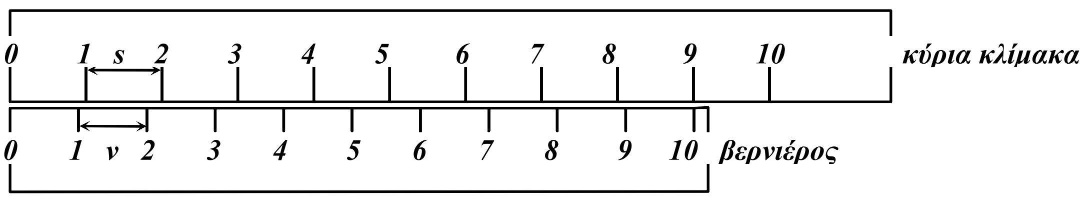
Με την άσκηση αυτή ο σπουδαστής θα έχει την ευκαιρία να εξοικειωθεί τόσο με τη διαδικασία μέτρησης μικρών διαστημάτων όσο και με την εφαρμογή της θεωρίας των σφαλμάτων που σχετίζονται με τις μετρήσεις αυτές.

3.2 ΘΕΩΡΙΑ

3.2.1 Ο Βερνιέρος.

Το πιο απλό σύστημα μέτρησης διαστημάτων είναι το ***μέτρο*** ή ένα τμήμα του μέτρου όπου η βασική υποδιαίρεση είναι το ***1 mm***. Με το σύστημα αυτό είναι δυνατή η μέτρηση διαστημάτων με ακρίβεια της τάξης ***±0,5 mm***. Σε ορισμένες πολύ καλές κατασκευές μέτρων παρατηρεί κανείς ότι τα πρώτα εκατοστά έχουν βασική υποδιαίρεση το ***0,5 mm***, οπότε η μέτρηση στη περιοχή αυτή εξασφαλίζει στον χρήστη μια ακρίβεια της τάξης των ***±0,25 mm***. Για μετρήσεις διαστημάτων με μεγαλύτερη ακρίβεια το απλό μέτρο δεν ενδείκνυται. Για το λόγο αυτό πρέπει να αναζητηθούν νέες τεχνικές. Μια απλή και ευρείας χρήσης τεχνική μέτρησης διαστημάτων με μεγαλύτερη ακρίβεια είναι η τεχνική του ***βερνιέρου***.

Ο βερνιέρος είναι μια βοηθητική κλίμακα η οποία ολισθαίνει παράλληλα με την κύρια μετρητική κλίμακα. Η βασική ιδιότητα του βερνιέρου είναι ότι ***οι N υποδιαιρέσεις της κλίμακάς του αντιστοιχούν σε (N-1) υποδιαιρέσεις της κύριας κλίμακας***, (*ΣΧΗΜΑ 3.1*).



ΣΧΗΜΑ 3.1

Αν *s* σε *mm* είναι η απόσταση δυο διαδοχικών υποδιαιρέσεων της κύριας κλίμακας και *v* σε *mm* είναι η απόσταση δυο διαδοχικών υποδιαιρέσεων του βερνιέρου, τότε θα ισχύει:

$$(N-1)s = Nv \Rightarrow Ns - s = Nv \Rightarrow N(s-v) = s \Rightarrow s - v = \frac{1}{N}s \Rightarrow \boxed{C = \frac{1}{N}s}\ (mm) \qquad (3.1)$$

όπου

$$C = s - v \ (mm) \qquad (3.2)$$

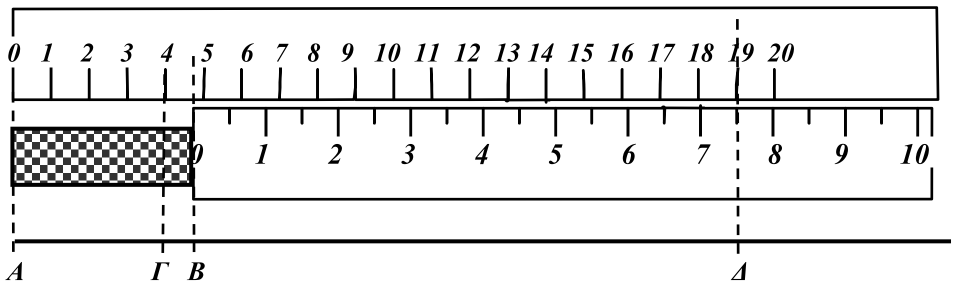
είναι η σταθερά του βερνιέρου. Κάτω από αυτή τη θεώρηση, η σταθερά του βερνιέρου εξαρτάται από τη βασική υποδιαίρεση της κύριας κλίμακας και από τον αριθμό των υποδιαιρέσεων του βερνιέρου. Συνήθως, η βασική υποδιαίρεση της κύριας κλίμακας είναι το ***1 mm*** και ο αριθμός των υποδιαιρέσεων του βερνιέρου μπορεί να είναι ***10, 20 ή 50*** οπότε η σταθερά *C* θα είναι ***0.1 mm, 0.05 mm και 0.02 mm,*** αντίστοιχα (*ΠΙΝΑΚΑΣ 3.1*).

ΠΙΝΑΚΑΣ 3.1

ΚΥΡΙΑ ΚΛΙΜΑΚΑ		*ΒΕΡΝΙΕΡΟΣ*		
Σταθερά	***Αριθμός Υποδιαιρέσεων***	***Αριθμός Υποδιαιρέσεων***	***Σταθερά***	***Σφάλμα Μέτρησης***
s (mm)	***N-1***	***N***	***C (mm)***	***(mm)***
1	*9*	*10*	*0.1*	*±0.1*
	19	*20*	*0.05*	*±0.05*
	49	*50*	*0.02*	*±0.02*

Το μέγιστο εκτιμούμενο σφάλμα ανάγνωσης στα διαστημόμετρα με βερνιέρο είναι εξ ορισμού ίσο με τη σταθερά του βερνιέρου (=±C) (βλέπε *ΠΙΝΑΚΑ 3.1*).

Έστω τώρα ότι θέλουμε να μετρήσουμε το μήκος *L* ενός αντικειμένου με ένα διαστημόμετρο που διαθέτει βερνιέρο με *N=20* υποδιαιρέσεις. Για το σκοπό αυτό ολισθαίνουμε τον βερνιέρο κατά μήκος της κύριας κλίμακας έτσι ώστε η αρχή *A* και το τέλος *B* του μήκους *L* να ταυτίζονται με το μηδέν της κύριας κλίμακας και το μηδέν του βερνιέρου, αντίστοιχα, (βλέπε *ΣΧΗΜΑ 3.2*).



ΣΧΗΜΑ 3.2

Αν *s, v* είναι οι βασικές υποδιαιρέσεις της κύριας κλίμακας και του βερνιέρου, αντίστοιχα, τότε από το *ΣΧΗΜΑ 3.2* προκύπτει ότι το μήκος *L* του αντικειμένου θα είναι ίσο με:

$$L = (AB) = (A\Gamma) + (\Gamma B) = 4s + (\Gamma B) \qquad (3.3)$$

Για τον προσδιορισμό του μήκους (*ΓB*), το οποίο αποτελεί και το δεκαδικό μέρος του μήκους *L*, πρέπει πρώτα να εντοπίσουμε ποια από τις χαραγές του βερνιέρου ταυτίζεται καλύτερα με κάποια από τις χαραγές της κύριας κλίμακας. Στο παράδειγμά μας, η χαραγή *n=15* του βερνιέρου ταυτίζεται καλύτερα με την ένδειξη *19, σημείο Δ,* της κύριας κλίμακας η οποία απέχει από το σημείο *Γ* απόσταση (*ΓΔ*)=*15s=ns*. Από το *ΣΧΗΜΑ 3.2* έχουμε:

Κύρια Κλίμακα: Μήκος (ΓΔ) = ns

Βερνιέρος: Μήκος (ΒΔ) = nv

οπότε

(ΓΒ) = (ΓΔ) - (ΒΔ) = ns - nv = n (s - v) = nC = $\frac{n}{N}s = \frac{15}{20}s = 0.75s \quad \Rightarrow$

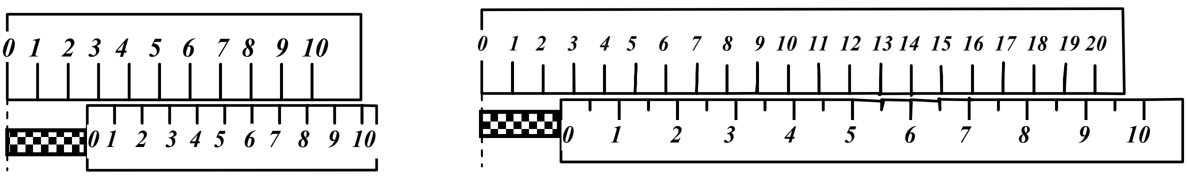
(ΓΒ) = 0,75s *(3.4)*

Από τις *ΣΧΕΣΕΙΣ (3.3) και (3.4)* προκύπτει τελικά ότι το μήκος του μετρούμενου αντικειμένου θα είναι:

L = 4 s + 0,75 s $\Rightarrow$ *L = 4,75 s*

Στα συνήθη διαστημόμετρα το *s=1mm* οπότε το μήκος *L=4,75 mm*.

Πρακτικά, κατά τη μέτρηση ενός διαστήματος με βερνιέρο, τα ακέραια χιλιοστά προκύπτουν από την ένδειξη της κύριας κλίμακας που είναι ακριβώς αριστερά από το μηδέν του βερνιέρου, (στο παράδειγμά μας *4 mm*), ενώ η ένδειξη του βερνιέρου που ταυτίζεται με κάποια χαραγή της κύριας κλίμακας (στα παράδειγμά μας *0,75 mm*) αποτελεί το δεκαδικό μέρος της μέτρησης. Στο *ΣΧΗΜΑ 3.3* δίνουμε δυο παραδείγματα μέτρησης με βερνιέρο.



s = 1 mm, v = 0.1 mm
L = (2.6 ± 0.1) mm

s = 1 mm, v = 0.05 mm
L = (2.55 ± 0.05) mm

ΣΧΗΜΑ 3.3

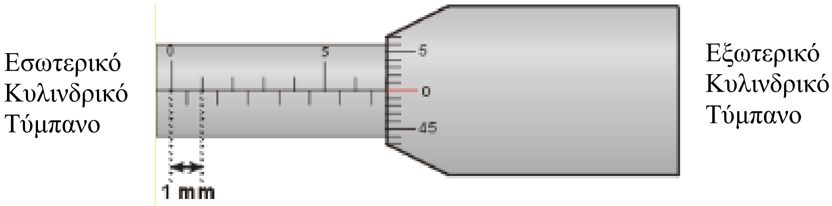
3.2.2 Το Μικρόμετρο.

Το μικρόμετρο είναι ένα μετρητικό σύστημα το οποίο μπορεί να μετρήσει μικρά διαστήματα (της τάξης των 2 – 3 cm) με μεγαλύτερη ακρίβεια απ΄ ότι ένα συνηθισμένο διαστημόμετρο με βερνιέρο. Το μικρόμετρο αποτελείται από ένα σταθερό εσωτερικό κυλινδρικό τύμπανο το οποίο φέρει στην επιφάνειά του μια κύρια χαραγή που είναι παράλληλη με τον άξονά του. Η χαραγή αυτή φέρει υποδιαιρέσεις ανά ***0,5 mm***. Το διάστημα:

Β = 0,5 mm

μεταξύ δυο διαδοχικών χαραγών αποτελεί *τη σταθερά της κύριας κλίμακας* του μικρομέτρου.

Ένα εξωτερικό κυλινδρικό τύμπανο περιστρέφεται γύρω από το εσωτερικό τύμπανο με τη βοήθεια ενός κοχλία (βίδας) έτσι ώστε το ένα χείλος αυτού να κινείται κατά μήκος της χαραγής με τις υποδιαιρέσεις. Το χείλος αυτό του σωλήνα φέρει συνήθως ***50 υποδιαιρέσεις*** (*ΣΧΗΜΑ 3.4*).



ΣΧΗΜΑ 3.4

Αν το βήμα του κοχλία είναι ***0,5 mm***, τότε σε μια πλήρη περιστροφή του εξωτερικού τύμπανου γύρω από το εσωτερικό τύμπανο θα παρατηρούμε μετακίνηση του χείλους του εξωτερικού τύμπανου κατά ***0,5 mm***. Αυτό σημαίνει ότι οι ***50*** *υποδιαιρέσεις* του εξωτερικού τύμπανου θα αντιστοιχούν σε διάστημα ***0,5 mm*** πάνω στη κύρια κλίμακα. Οπότε με απλή μέθοδο των τριών, η κάθε υποδιαίρεση του χείλους του εξωτερικού τύμπανου θα αντιστοιχεί σε στοιχειώδες διάστημα μετακίνησης ***c*** πάνω στη κύρια κλίμακα του σταθερού τύμπανου ίσο με *1/50 του 0,5 mm*. Το στοιχειώδες αυτό διάστημα ***c*** ονομάζεται σταθερά του μικρομέτρου και είναι ίσο με:

$$c = \frac{1}{50} \cdot 0{,}5mm = 0{,}01mm \qquad (3.5)$$

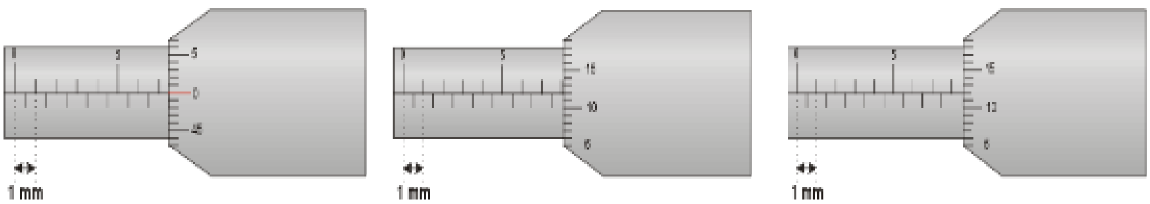
Το μέγιστο εκτιμούμενο σφάλμα ανάγνωσης που υπεισέρχεται στις μετρήσεις με το μικρόμετρο είναι ίσο με $\pm$***0,005 mm***.

Πρακτικά, κατά τη μέτρηση ενός διαστήματος με μικρόμετρο σημειώνουμε την ένδειξη της κλίμακας του σταθερού τύμπανου που αντιστοιχεί στη χαραγή που βρίσκεται αριστερά από το χείλος του περιστρεφόμενο τύμπανου και στην ένδειξη αυτή προσθέτουμε ως δεκαδικό αριθμό την ένδειξη του περιστρεφόμενου τύμπανου που ταυτίζεται με την κύρια χαραγή του σταθερού τύμπανου.

Στο *ΣΧΗΜΑ 3.5(α)* το χείλος του περιστρεφόμενου κυλίνδρου βρίσκεται στην ένδειξη *7.5* του τύμπανου και η κύρια χαραγή του τύμπανου ταυτίζεται με το μηδέν, (*0,00*), της κλίμακας του κυλίνδρου.

Στο *ΣΧΗΜΑ 3.5(β)*, το χείλος του περιστρεφόμενου κυλίνδρου βρίσκεται δεξιά από την ένδειξη *8* της κλίμακας του τύμπανου και η κύρια χαραγή αυτού ταυτίζεται με την ένδειξη 0.*12* της κλίμακας του περιστρεφόμενου κυλίνδρου (*τελική μέτρηση = 8.00 + 0.12 = 8.12*).

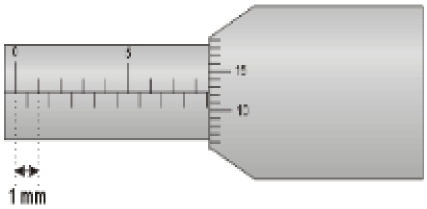
Στο *ΣΧΗΜΑ 3.5(γ)*, το χείλος του περιστρεφόμενου σωλήνα βρίσκεται δεξιά από την ένδειξη *8.5* τα κλίμακας του τύμπανου και η κύρια χαραγή αυτού ταυτίζεται με την ένδειξη *0.12* της κλίμακας του περιστρεφόμενου κυλίνδρου (*τελική μέτρηση = 8.50 + 0.12 = 8.62*).



x=7.500mm $\pm$ *0.005mm* *x=8.120mm* $\pm$ *0.005mm* *x=8.620mm* $\pm$ *0.005mm*

(α) *(β)* *(γ)*

ΣΧΗΜΑ 3.5



ΣΧΗΜΑ 3.6

Υπάρχει όμως και η περίπτωση όπου η κύρια χαραγή του σταθερού τύμπανου δεν ταυτίζεται με κάποια χαραγή της κλίμακας του περιστρεφόμενου κυλίνδρου, (βλέπε *ΣΧΗΜΑ 3.6*). Στη περίπτωση αυτή η τιμή της μέτρησης είναι ίση με την ένδειξη της κλίμακας του σταθερού τύμπανου συν τον δεκαδικό αριθμό ***δ*** που δείχνει η κύρια χαραγή του σταθερού τύμπανου στη κλίμακα του περιστρεφόμενου τύμπανου, ο οποίος είναι μετά βεβαιότητας μεταξύ του *0.12 mm και του 0.13 mm*. Μπορούμε να ισχυριστούμε ότι η ένδειξη ***δ*** είναι περίπου ίση με:

$\delta \approx 0.125$ mm

ή ισοδύναμα:

$\delta = (0.125 \pm 0.005)$ mm

Οπότε, η τελική τιμή της μέτρησής μας θα είναι:

8.500 mm $+ 0.125$ mm ± 0.005 mm $= (8.625 \pm 0.005)$ mm

ΠΡΟΣΟΧΗ!

Για τη βέλτιστη και ασφαλή προσαρμογή του μετρούμενου μεγέθους στο μικρόμετρο πρέπει να περιστρέφετε τον βοηθητικό κοχλία που βρίσκεται στο πίσω μέρος του περιστρεφόμενου τύμπανου. Η χωρίς έλεγχο χρήση του περιστρεφόμενου τύμπανου μπορεί να προκαλέσει μόνιμη βλάβη στο μικρόμετρο (π.χ. μόνιμη μετάθεση του μηδενός).

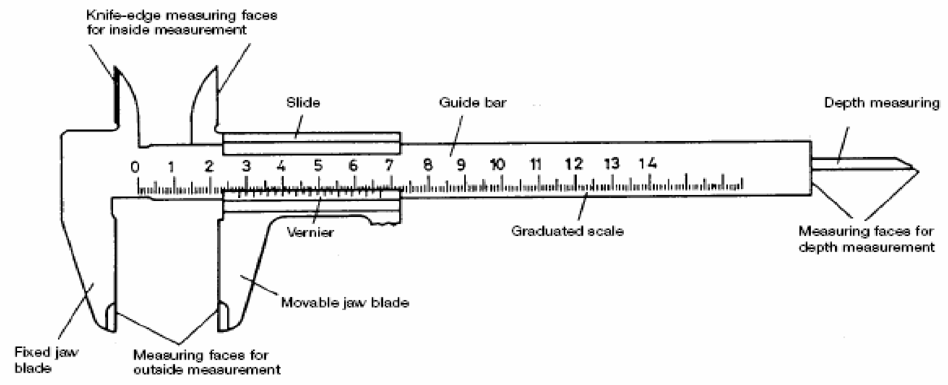
3.2.3 Βιβλιογραφία.

1. http://www.upscale.utoronto.ca/PVB/Harrison/Micrometer/Micrometer.html
2. http://members.shaw.ca/ron.blond/Micrometer.APPLET/
3. http://www.phy.uct.ac.za/courses/c1lab/vernier1.html
4. http://www.phy.ntnu.edu.tw/java/ruler/vernier.html
5. http://members.shaw.ca/ron.blond/Vern.APPLET/
6. http://www.upscale.utoronto.ca/PVB/Harrison/Vernier/Vernier.html

3.3 ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗΣ ΔΙΑΤΑΞΗΣ

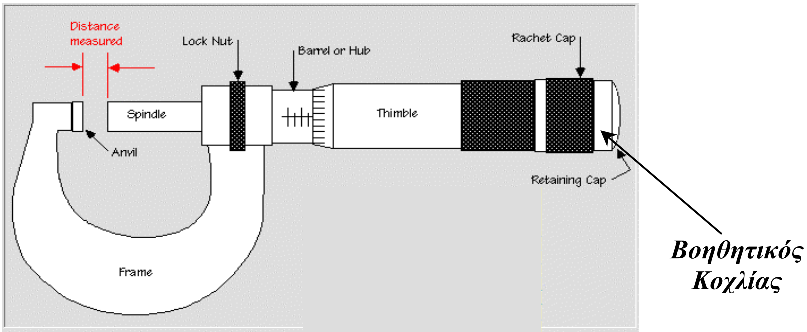
Για την εκτέλεση της παρούσας άσκησης θα χρησιμοποιηθούν:

1. Ένα διαστημόμετρο (παχύμετρο) με σταθερά βερνιέρου *C=0.05 mm, (ΣΧΗΜΑ 3.7)*



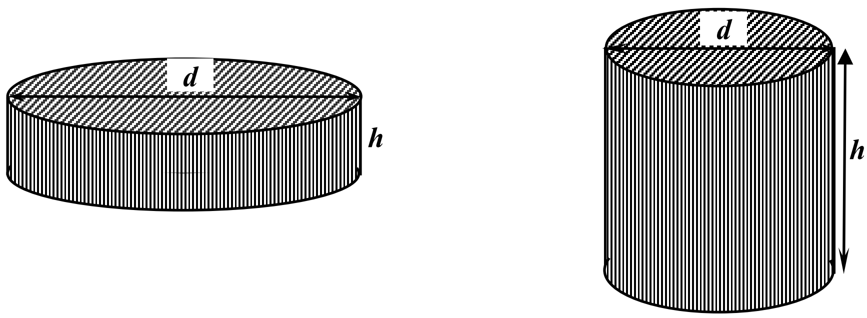
ΣΧΗΜΑ 3.7

2. Ένα μικρόμετρο με σταθερά *b=0.01 mm, ΣΧΗΜΑ 3.8.*



ΣΧΗΜΑ 3.8

3. Γεωμετρικά αντικείμενα, όπως σφαίρες, κύλινδροι, ροδέλες, ελάσματα κλπ *(ΣΧΗΜΑ 3.9)*



ΣΧΗΜΑ 3.9

3.4 ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΑΣΚΗΣΗΣ

Στη παρούσα άσκηση θα μετρηθούν οι διαστάσεις ορισμένων γεωμετρικών αντικειμένων που θα υποδειχθούν από τον διδάσκονται και θα υπολογισθούν οι όγκοι αυτών. Με τη διαδικασία των επαναλαμβανόμενων μετρήσεων κάθε διάστασης θα υπολογισθούν τα αντίστοιχα τυπικά σφάλματα της μέσης τιμής αυτών, καθώς και τα σύνθετα σφάλματα των όγκων αυτών. Τα αντικείμενα που θα χρησιμοποιηθούν θα είναι μια κυκλική ροδέλα ή ένας κύλινδρος με διάμετρο βάσης *d* και ύψος *h* *(βλέπε ΣΧΗΜΑ 3.9)*. Ο μέσος όγκος των αντικειμένων αυτών θα δίνεται από τη σχέση:

$$\boxed{\overline{V} = \frac{\pi \overline{d}^{2}}{4}\overline{h}}$$

όπου $\overline{d}$ $\kappa\alpha\iota$ $\overline{h}$ είναι οι μέσες τιμές της διαμέτρου και του ύψος του κυλίνδρου, αντίστοιχα. Το σύνθετο σφάλμα στην έμμεση μέτρηση του όγκου θα δίνεται από τη σχέση:

$$\delta V = \pm\sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial d}\delta d\right)^{2} + \left(\frac{\partial V}{\partial h}\delta h\right)^{2}}$$

όπου: $\frac{\partial V}{\partial d} = \frac{2\pi \overline{d}}{4}\overline{h} = 2\frac{\pi \overline{d}^{2}\overline{h}}{4}\frac{1}{\overline{d}} = \frac{2\overline{V}}{\overline{d}}$ και $\frac{\partial V}{\partial h} = \frac{\pi \overline{d}^{2}}{4} = \frac{\pi \overline{d}^{2}\overline{h}}{4}\frac{1}{\overline{h}} = \frac{\overline{V}}{\overline{h}}$, οπότε:

$$\delta V = \pm\sqrt{\left(2\overline{V}\frac{\delta \overline{d}}{\overline{d}}\right)^{2} + \left(\overline{V}\frac{\delta \overline{h}}{\overline{h}}\right)^{2}} \quad \Rightarrow$$

$$\boxed{\delta V = \pm \overline{V}\cdot\sqrt{\left(2\frac{\delta \overline{d}}{\overline{d}}\right)^{2} + \left(\frac{\delta \overline{h}}{\overline{h}}\right)^{2}}} \qquad (3.6)$$