

## ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΑΣΚΗΣΗ 15

### ΣΤΑΣΙΜΑ ΚΥΜΑΤΑ ΣΕ ΗΧΗΤΙΚΟ ΣΩΛΗΝΑ - ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΤΟΥ ΗΧΟΥ ΣΤΟΝ ΑΕΡΑ

#### 15.1 ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ ΚΑΙ ΣΚΟΠΟΣ ΑΣΚΗΣΗΣ

Στη παρούσα εργαστηριακή άσκηση θα χρησιμοποιηθεί το φαινόμενο της συμβολής των ηχητικών κυμάτων μέσα σε ηχητικό σωλήνα, ο οποίος έχει ρυθμιζόμενο μήκος, για να επιτευχθούν **πειραματικά**:

- Η επιβεβαίωση του θεμελιώδους νόμου της κυματικής  $u = \lambda \cdot f$
- Ο προσδιορισμός της ταχύτητας του ήχου στον αέρα σε κανονικές περιβαλλοντικές συνθήκες θερμοκρασίας και πίεσης.

Η εργαστηριακή αυτή άσκηση θα δώσει την ευκαιρία στους σπουδαστές να κατανοήσουν τη συμπεριφορά των ηχητικών συντονιστών (αντηχείων) στην περίπτωση όπου:

α) αυτοί έχουν συγκεκριμένες διαστάσεις ενώ η συχνότητα του ηχητικού κύματος μεταβάλλεται, καθώς και

β) στην περίπτωση όπου το ηχητικό κύμα έχει σταθερή συχνότητα ενώ ο ηχητικός συντονιστής έχει ρυθμιζόμενες διαστάσεις.

Βιβλιογραφικά, η ταχύτητα του ήχου  $u$  σε ξηρό αέρα εξαρτάται από τη θερμοκρασία  $\theta$  του αέρα, σύμφωνα με την *εμπειρική* σχέση:

$$u = 331,3 + 0,6 \cdot \theta \quad \text{m/sec}$$

Στον παρακάτω πίνακα δίνονται ενδεικτικές τιμές της ταχύτητας του ήχου:

θερμοκρασία (°C)	ταχύτητα ήχου (m/sec)
0	331.3
20	343.3
25	346.3

#### 15.2 ΘΕΩΡΙΑ

##### 15.2.1 Απαραίτητες Γνώσεις.

1. Κύματα και είδη Κυμάτων.
2. Εξισώσεις Κύματος - Ταχύτητα Κύματος.
3. Κύματα Ήχου στον Αέρα.
4. Ένταση του Ήχου.
5. Συμβολή Ηχητικών Κυμάτων.
6. Στάσιμα Ηχητικά Κύματα.
7. Κανονικοί Τρόποι Ταλάντωσης σε Στήλη Αέρα.
8. Σφάλματα και Γραφικές Παραστάσεις.

### 15.2.2 Συμβολή κυμάτων σε ηχητικό σωλήνα - Στάσιμα κύματα

Όταν δύο η περισσότερα κύματα συναντώνται σε κάποιο σημείο του χώρου, τότε στο σημείο αυτό προκύπτει ένα συνιστάμενο κύμα του οποίου το στιγμιαίο πλάτος θα είναι ίσο με το αλγεβρικό άθροισμα των στιγμιαίων πλατών όλων των κυμάτων. Το φαινόμενο που λαμβάνει χώρα κατά την επαλληλία δυο η περισσότερων κυμάτων ονομάζεται *συμβολή*.

Στην παρούσα εργαστηριακή άσκηση θα εξετασθεί η περίπτωση όπου δυο ηχητικά κύματα τα οποία έχουν την ίδια περίοδο  $T$  (ή ισοδύναμα την ίδια συχνότητα  $f$ ), το ίδιο μήκος κύματος  $\lambda$  και διαδίδονται σε **αντίθετες φορές** μέσα σε ένα ηχητικό σωλήνα. Στην περίπτωση αυτή, τα δυο ηχητικά κύματα θα εκφράζονται από τις εξισώσεις κύματος:

$$y_1 = y_o \cdot \sin \left[ 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{L} \right) \right] \quad (15.1)$$

$$y_2 = y_o \cdot \sin \left[ 2\pi \left( \frac{t}{T} + \frac{x}{L} \right) \right] \quad (15.2)$$

όπου  $y_o$ : το μέγιστο πλάτος

$y_1$  και  $y_2$  : τα στιγμιαία πλάτη των δυο κυμάτων σε απόσταση  $x$  μέσα στον ηχητικό σωλήνα τη χρονική στιγμή  $t$ .

Στο σημείο όπου θα λάβει χώρα η συμβολή, τα στιγμιαία πλάτη των δυο κυμάτων θα προστεθούν, οπότε το συνολικό στιγμιαίο πλάτος θα είναι ίσο με:

$$y_{ολ} = y_1 + y_2$$

$$y_{ολ} = y_o \cdot \sin \left[ 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{L} \right) \right] + y_o \cdot \sin \left[ 2\pi \left( \frac{t}{T} + \frac{x}{L} \right) \right] \Rightarrow$$

$$y_{ολ} = 2y_o \cos \left( 2\pi \frac{x}{L} \right) \sin \left( 2\pi \frac{t}{T} \right) \quad (15.3)$$

ή

$$y_{ολ} = A \cdot \sin \omega t \quad (15.4)$$

όπου

$$A = 2y_o \cdot \cos \left( 2\pi \frac{x}{L} \right) \quad (15.5)$$

είναι το πλάτος της σύνθετης ταλάντωσης, και

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (15.6)$$

είναι η κυκλική συχνότητα της προκύπτουσας ταλάντωσης.

Από τη ΣΧΕΣΗ (15.3) προκύπτει ότι από το συγκεκριμένο αυτό φαινόμενο δεν προκύπτει τρέχον κύμα, αλλά μια ταλάντωση της στήλης του αέρα μέσα στο σωλήνα. Η ταλάντωση αυτή ονομάζεται **στάσιμο κύμα**. Τα χαρακτηριστικά του στάσιμου κύματος προκύπτουν από τη ΣΧΕΣΗ (15.3). Συγκεκριμένα:

- το πλάτος  $y_{ολ}$  της ταλάντωσης αυτής εξαρτάται από τη θέση  $x$  μέσα στον ηχητικό σωλήνα
- το πλάτος αυτό μεταβάλλεται συνημιτονοειδώς με το  $x$  (ΣΧΕΣΗ 15.5)
- κάθε μόριο του αέρα στον ηχητικό σωλήνα ταλαντώνεται με την ίδια συχνότητα  $\omega$

### 15.2.3 Διερεύνηση του στάσιμου κύματος

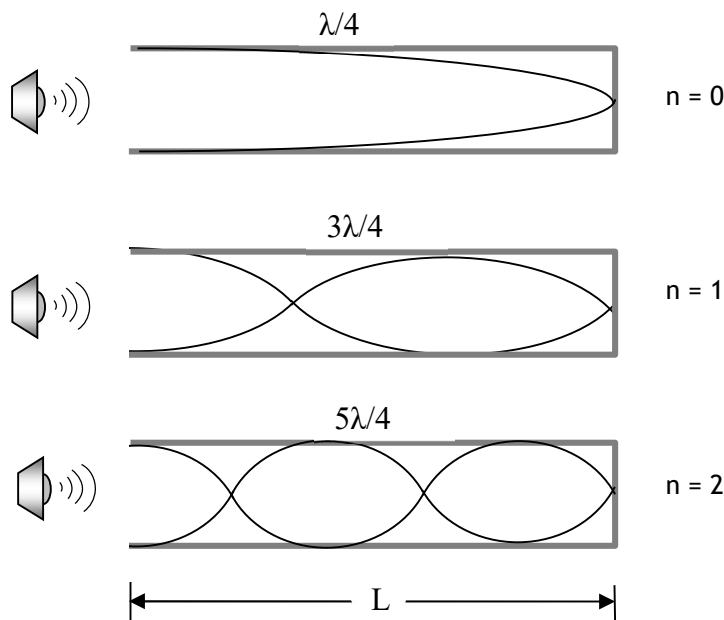
Από τη διερεύνηση της ΣΧΕΣΗΣ (15.5) προκύπτει ότι το πλάτος  $A$  του στάσιμου κύματος θα είναι μηδέν (δεσμός) στις θέσεις εκείνες για τις οποίες ισχύει:

$$2\pi \frac{x}{L} = (2n+1) \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = (2n+1) \frac{\lambda}{4} \quad (n = 0, 1, 2, 3, \dots) \quad (15.7)$$

Αντίστοιχα, το πλάτος  $A$  του στάσιμου κύματος θα είναι μέγιστο (κοιλία) στις θέσεις για τις οποίες ισχύει η σχέση:

$$2\pi \frac{x}{L} = n\pi \Rightarrow x = n \frac{\lambda}{2} \quad (n = 0, 1, 2, 3, \dots) \quad (15.8)$$

Κάτω από τις συνθήκες αυτές, θεωρούμε ένα ηχητικό σωλήνα ο οποίος είναι κλειστός στο ένα άκρο του. Αν στο ανοιχτό άκρο του σωλήνα δημιουργηθεί μια περιοδική διαταραχή της πυκνότητας του αέρα, π.χ. με τη βοήθεια ενός μεγαφώνου, τότε ένα ηχητικό κύμα θα διαδοθεί κατά μήκος του σωλήνα. Στο κλειστό άκρο του σωλήνα, το κύμα θα ανακλαστεί, οπότε το απευθείας κύμα με το ανακλώμενο θα συμβάλουν και κάτω από ορισμένες συνθήκες θα σχηματίσουν ένα *στάσιμο κύμα*.



ΣΧΗΜΑ 15.1

Επειδή στο κλειστό άκρο του σωλήνα είναι αδύνατη η ταλάντωση των μορίων του αέρα, εκεί το πλάτος ταλάντωσης των μορίων θα είναι μηδέν, ενώ το πλάτος της διαταραχής της πίεσης του αέρα θα είναι μέγιστο. Αντίθετα, στο ανοιχτό άκρο του σωλήνα το πλάτος ταλάντωσης των μορίων του αέρα θα είναι μέγιστο, ενώ το πλάτος της διαταραχής της πίεσης του αέρα θα είναι ίσο με το μηδέν. Οι παρατηρήσεις αυτές φαίνονται στο Σχ.15.1

Όπως προκύπτει από τη ΣΧΕΣΗ 15.7 αλλά και όπως φαίνεται και στο Σχ.15.1 μέσα στο συγκεκριμένο ηχητικό σωλήνα θα υπάρχει μόνιμο στάσιμο κύμα μόνο στις περιπτώσεις όπου το μήκος  $L$  του σωλήνα είναι περιττό πολλαπλάσιο του  $\lambda_n/4$ , όπου  $\lambda_n$  είναι το μήκος κύματος του ηχητικού κύματος που εισέρχεται στον ηχητικό σωλήνα. Συγκεκριμένα πρέπει να ισχύει:

$$L = (2n+1) \frac{\lambda_n}{4} \quad (15.9)$$

Στην περίπτωση που το μήκος του ηχητικού σωλήνα είναι σταθερό και ίσο με  $L$  και με δεδομένο ότι η ταχύτητα  $u$  του ήχου στον αέρα είναι σταθερή και ίση με:

$$u = \lambda_n f_n \quad (15.10)$$

όπου  $f_n$  είναι η συχνότητα του ηχητικού κύματος που έχει μήκος κύματος  $\lambda_n$ , τότε η συχνότητα

θα προκύπτει από τις ΣΧΕΣΕΙΣ (15.9) και (15.10), ίση με:

$$f_n = (2n+1) \frac{u}{4L} \quad (15.11)$$

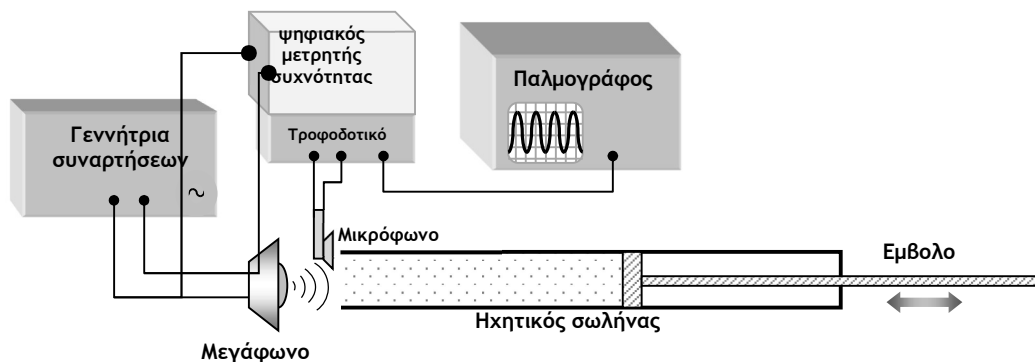
### 15.2.5 Βιβλιογραφία

1. Φυσική για Επιστήμονες και Μηχανικούς, R. Knight, Εκδόσεις ΙΩΝ, 2008
2. Φυσική (Μέρος Α), R.D. Halliday, R. Resnick, Εκδόσεις Γ.Α. Πνευματικού, 1976
3. Πανεπιστημιακή Φυσική, Τόμος Α, H. D. Young, Εκδόσεις Παπαζήση, (1994)

### 15.3 ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗΣ ΔΙΑΤΑΞΗΣ

Για την πραγματοποίηση της παρούσας εργαστηριακής άσκησης απαιτείται ο παρακάτω εξοπλισμός (ΣΧΗΜΑ 15.1):

1. Ένα ηχητικό σωλήνα κατασκευασμένο από plexy-glass ο οποίος είναι εφοδιασμένος με έμβολο για να είναι δυνατή η ρύθμιση του μήκους του. Παράλληλα με τον ηχητικό σωλήνα υπάρχει μετροταινία για τη μέτρηση των θέσεων  $x$  μέσα στο σωλήνα.
2. Ένα μεγάφωνο το οποίο είναι προσαρμοσμένο στην είσοδο του ηχητικού σωλήνα.
3. Μια γεννήτρια συναρτήσεων η οποία τροφοδοτεί το μεγάφωνο με ημιτονικό σήμα ρυθμιζόμενης συχνότητας και πλάτους.
4. Ένα μικρόφωνο με τροφοδοτικό τοποθετημένο στο ανοικτό άκρο του σωλήνα για τη μέτρηση της έντασης του ηχητικού κύματος.
5. Ένας παλμογράφος για τη παρακολούθηση των ηχητικών σημάτων.
6. Ένας ψηφιακός απαριθμητής που μετρά την συχνότητα του σήματος από την γεννήτρια.



ΣΧΗΜΑ 15.1

### 15.4 ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΤΗΣ ΑΣΚΗΣΗΣ

#### Μέτρηση της ταχύτητας του ήχου με ηχητικό σωλήνα

Ο ηχητικός σωλήνας της εργαστηριακής άσκησης έχει ένα έμβολο το οποίο μεταβάλλει το μήκος της αέριας στήλης. Στο ανοικτό άκρο του σωλήνα υπάρχει μεγάφωνο το οποίο τροφοδοτείται με ημιτονική τάση συχνότητας  $f$  και το οποίο παράγει ήχο της ίδιας συχνότητας. Μετακινώντας το έμβολο από το ανοικτό άκρο προς το κλειστό άκρο του σωλήνα παρατηρούμε ότι σε συγκεκριμένες θέσεις του εμβόλου δημιουργούνται συνθήκες συντονισμού. Το φαινόμενο αυτό γίνεται αντιληπτό είτε δια της ακοής είτε με τη βοήθεια μικροφώνου το οποίο είναι προσαρμοσμένο στον ηχητικό σωλήνα και είναι συνδεδεμένο σε παλμογράφο. Στη περίπτωση του συντονισμού, το σήμα στον παλμογράφο γίνεται μέγιστο.

Στις περιπτώσεις του συντονισμού, το μήκος  $L'$  της αέριας στήλης είναι ουσιαστικά ίσο με την απόσταση της θέσης του εμβόλου μέχρι το κώνο του μεγαφώνου. Αν  $L$  είναι το μήκος της αέριας στήλης του ηχητικού σωλήνα, και  $\delta$  είναι η απόσταση του άκρου του σωλήνα από το κώνο του μεγαφώνου, τότε το μήκος της αέριας στήλης που συντονίζεται θα είναι ίσο με:

$$L' = l + \delta \quad (15.18)$$

όπου το μήκος  $L'$  ικανοποιεί τη ΣΧΕΣΗ:

$$L' = (2n + 1) \frac{\lambda}{4} \quad (15.19)$$

Για να απαλειφθεί ο άγνωστος παράγοντας  $\delta$  από τις σχέσεις που ικανοποιούν τις συνθήκες συντονισμού, προσδιορίζουμε δυο διαδοχικές θέσεις του εμβόλου στις οποίες λαμβάνει χώρα το φαινόμενο του συντονισμού. Αν οι τάξεις των δυο διαδοχικών αυτών συντονισμών είναι  $n_1$  και  $n_2$ , τότε θα ισχύει:

$$n_2 - n_1 = 1 \quad (15.20)$$

Σε κάθε ένα από αυτούς τους διαδοχικούς συντονισμούς θα ισχύουν οι παρακάτω σχέσεις:

$$L_1 + \delta = L'_1 = (2n_1 + 1) \frac{\lambda}{4} \quad (15.21)$$

$$L_2 + \delta = L'_2 = (2n_2 + 1) \frac{\lambda}{4} \quad (15.22)$$

Αφαιρώντας κατά μέλη τις ΣΧΕΣΕΙΣ (15.21) και (15.22), και λαμβάνοντας υπόψη τη ΣΧΕΣΗ (15.20) προκύπτει τελικά η σχέση:

$$L_2 - L_1 = \frac{\lambda}{2}$$

από την οποία υπολογίζεται το μήκος κύματος του ηχητικού κύματος:

$$\boxed{\lambda = 2 \cdot (L_2 - L_1)} \quad (15.23)$$

Η ταχύτητα του ήχου  $u$  στον αέρα θα υπολογίζεται από τη σχέση  $u = \lambda \cdot f$  όπου το  $\lambda$  προκύπτει από τη ΣΧΕΣΗ (15.6). Συγκεκριμένα:

$$u = 2f \cdot (L_2 - L_1) \quad (15.24)$$

Προκειμένου να εξάγουμε την ταχύτητα  $u$ , μπορούμε να εφαρμόσουμε τη μέθοδο της γραμμικοποίησης συναρτήσεων (δες θεωρία της Ασκ.2). Συγκεκριμένα, η 15.24 μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$u = 2f \cdot (L_2 - L_1) \Rightarrow u = \lambda \cdot f \Rightarrow \boxed{\lambda = u \cdot \frac{1}{f}}$$

Όμως εξ' ορισμού  $1/f = T$  δηλαδή μπορούμε να εκφράσουμε το μήκος κύματος  $\lambda$  ως συνάρτηση της περιόδου και η σχέση θα γίνει μια απλή γραμμική σχέση (της μορφής  $y = kx$ )

$$\lambda(T) = u \cdot T \quad (15.25)$$

όπου η κλίση της γραφικής παράστασης  $\lambda(T)$  είναι αυτή ακριβώς η ζητούμενη ταχύτητα του ήχου  $u$ .

### 15.4.1 Πειραματική μελέτη του φαινομένου του συντονισμού στον ηχητικό σωλήνα (δεν θα διερευνηθεί πειραματικά)

Στον ηχητικό σωλήνα της παρούσας εργαστηριακής άσκησης θα διερευνηθεί η περίπτωση συντονισμού σε ηχητικό σωλήνα που έχει μήκος  $L$ . Συγκεκριμένα θα διερευνηθεί η σχέση (15.11):

$$f_n = (2n+1) \frac{u}{4L} \quad (15.11)$$

όπου  $f_n$  η συχνότητα συντονισμού  $n$ -οστής τάξης,  $u$  η ταχύτητα του ήχου στον αέρα, και  $L$  το μήκος του ηχητικού σωλήνα. Θα επιχειρηθεί η πειραματική επαλήθευση της σχέσης με δύο τρόπους ως εξής:

- i. Για μήκη  $L$  που διαδοχικά διπλασιάζονται, θα εντοπιστούν και θα καταγραφούν οι συχνότητες  $f_0$  όπου παρατηρείται ο θεμελιώδης συντονισμός. Από τη σχέση (15.11), αναμένεται τα μεγέθη  $f$  και  $L$  να είναι αντιστρόφως ανάλογα. Επίσης, οι πειραματικές τιμές θα συγκριθούν με τις αναμενόμενες από τη σχέση (15.11).
- ii. Για δεδομένο μήκος  $L$ , θα εντοπιστούν και θα καταγραφούν οι συχνότητες  $f$  από τη θεμελιώδη  $f_0$  μέχρι την τρίτη αρμονική  $f_3$ , δηλαδή από  $n=0$  ως  $n=3$ . Οι πειραματικές τιμές θα συγκριθούν με τις αναμενόμενες από τη σχέση (15.11).