

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΑΣΚΗΣΗ 25

ΣΤΑΣΙΜΑ ΚΥΜΑΤΑ ΣΕ ΧΟΡΔΗ

15.1 ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ ΚΑΙ ΣΚΟΠΟΣ ΑΣΚΗΣΗΣ

Στη παρούσα εργαστηριακή άσκηση θα παραχθούν στάσιμα κύματα σε χορδή με πακτωμένα τα άκρα της. Η εργαστηριακή αυτή άσκηση θα δώσει την ευκαιρία στους σπουδαστές να κατανοήσουν τη συμπεριφορά των χορδών που διεγείρονται (ημιτονοειδώς), στην περίπτωση όπου οι παράμετροι που καθορίζουν το σύστημα αυτό, μεταβάλλονται συστηματικά. Συγκεκριμένα:

- α) όταν μεταβάλλεται η συχνότητα διατηρώντας σταθερά: το υλικό, το μήκος και την τάση της χορδής,
- β) όταν μεταβάλλεται το μήκος της χορδής, διατηρώντας σταθερά: το υλικό και την τάση της χορδής
- γ) όταν μεταβάλλεται η τάση (δύναμη) επάνω στην χορδή, διατηρώντας σταθερά: το υλικό και το μήκος της χορδής
- δ) όταν μεταβάλλεται η γραμμική πυκνότητα της χορδής, διατηρώντας σταθερά: το μήκος, και την τάση της χορδής

15.2 ΘΕΩΡΙΑ

15.2.1 Απαραίτητες Γνώσεις.

1. Κύματα και είδη Κυμάτων.
2. Εξισώσεις Κύματος - Ταχύτητα Κύματος.
3. Συμβολή Κυμάτων.
4. Στάσιμα Κύματα.
5. Κανονικοί Τρόποι Ταλάντωσης σε χορδή

Συμβολή Κυμάτων - Στάσιμα Κύματα

Όταν δύο η περισσότερα κύματα συναντώνται σε κάποιο σημείο του χώρου, τότε στο σημείο αυτό προκύπτει ένα συνιστάμενο κύμα του οποίου το στιγμιαίο πλάτος θα είναι ίσο με το αλγεβρικό άθροισμα των στιγμιαίων πλατών όλων των κυμάτων. Το φαινόμενο που λαμβάνει χώρα κατά την επαλληλία δυο η περισσότερων κυμάτων ονομάζεται *συμβολή*.

Στην παρούσα εργαστηριακή άσκηση θα εξετασθεί η περίπτωση όπου δυο μηχανικά κύματα τα οποία έχουν την ίδια περίοδο T (ή ισοδύναμα την ίδια συχνότητα f), το ίδιο μήκος κύματος λ και διαδίδονται σε **αντίθετες φορές** επάνω σε μία χορδή. Στην περίπτωση αυτή, τα δυο ηχητικά κύματα θα εκφράζονται από τις εξισώσεις κύματος:

$$y_1 = y_o \cdot \sin \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{L} \right) \right] \quad (25.1)$$

$$y_2 = y_o \cdot \sin \left[2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{L} \right) \right] \quad (25.2)$$

όπου y_o : το μέγιστο πλάτος

y_1 και y_2 : τα στιγμιαία πλάτη των δυο κυμάτων σε απόσταση x μέσα στον ηχητικό σωλήνα τη χρονική στιγμή t .

Στο σημείο όπου θα λάβει χώρα η συμβολή, τα στιγμιαία πλάτη των δυο κυμάτων θα προστεθούν, οπότε το συνολικό στιγμιαίο πλάτος θα είναι ίσο με:

$$y_{ολ} = y_1 + y_2$$

$$y_{ολ} = y_o \cdot \sin \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{L} \right) \right] + y_o \cdot \sin \left[2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{L} \right) \right] \Rightarrow$$

$$y_{ολ} = 2y_o \cos \left(2\pi \frac{x}{L} \right) \sin \left(2\pi \frac{t}{T} \right) \quad (25.3)$$

ή

$$\boxed{y_{ολ} = A \cdot \sin \omega t} \quad (25.4)$$

όπου

$$A = 2y_o \cdot \cos \left(2\pi \frac{x}{L} \right) \quad (25.5)$$

είναι το πλάτος της σύνθετης ταλάντωσης, και

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (25.6)$$

είναι η κυκλική συχνότητα της προκύπτουσας ταλάντωσης.

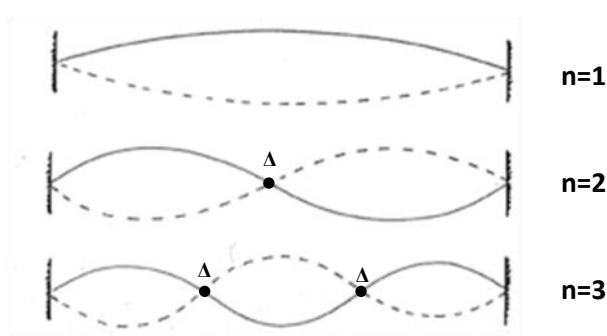
Από τη ΣΧΕΣΗ (15.3) προκύπτει ότι από το συγκεκριμένο αυτό φαινόμενο δεν προκύπτει τρέχον κύμα, αλλά μια ταλάντωση της χορδής. Η ταλάντωση αυτή ονομάζεται **στάσιμο κύμα**. Τα χαρακτηριστικά του στάσιμου κύματος προκύπτουν από τη ΣΧΕΣΗ (25.3). Συγκεκριμένα:

- το πλάτος $y_{ολ}$ της ταλάντωσης αυτής εξαρτάται από τη θέση x κατά μήκος της χορδής
- το πλάτος αυτό μεταβάλλεται συνημιτονοειδώς με το x (ΣΧΕΣΗ 25.5)
- κάθε σημείο της χορδής ταλαντώνεται με την ίδια συχνότητα ω

Κανονικοί τρόποι ταλάντωσης χορδή με πακτωμένα άκρα

Μια τεντωμένη χορδή μπορεί να ταλαντωθεί με πολλούς (θεωρητικά άπειρους) τρόπους που ονομάζονται *κανονικοί τρόποι ταλάντωσης*.

Αν η χορδή είναι πακτωμένη στα άκρα της, το ένα εκ των οποίων σε διεγέρτη ο οποίος ταλαντώνεται αρμονικά (με μικρό πλάτος, ώστε να θεωρείται αμελητέο), θα υπάρξουν συχνότητες για τις οποίες η χορδή θα ταλαντωθεί με μεγάλο πλάτος δημιουργώντας κοιλίες (σημεία μεγίστου πλάτους) και δεσμούς (σημεία μηδενικού πλάτους). Οι χαρακτηριστικές αυτές συχνότητες ονομάζονται *ιδιοσυχνότητες* και εξαρτώνται από τα χαρακτηριστικά της χορδής, δηλαδή το μήκος και την γραμμική πυκνότητά της αλλά και από την τάση που ασκείται στην τεντωμένη χορδή.



Στην Εικόνα 25.1 παρακάτω απεικονίζονται οι τρεις πρώτοι κανονικοί τρόποι ταλάντωσης: Η χορδή μπορεί να ταλαντώνεται σαν ένα τμήμα, εμφανίζονται μία κοιλία, οπότε το μήκος της L θα ισούται με το μισό του μήκους κύματος λ . Στον 2^ο τρόπο ταλάντωσης, εμφανίζει δύο κοιλίες και έναν δεσμό (στη μέση) και σε αυτή την περίπτωση το μήκος της L θα ισούται με το μήκος κύματος λ . Γενικά, μπορεί να αποδειχθεί ότι, στάσιμο κύμα μπορεί να αναπτυχθεί όταν το μήκος L της χορδής είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του ημίσιου μήκους κύματος λ :

$$L = n \frac{\lambda_n}{2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

Αλλιώς μπορεί να ειπωθεί ότι θα αναπτύσσεται κανονικός τρόπος ταλάντωσης όταν το μήκος κύματος υπακούει στο νόμο:

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

Η θεμελιώδης σχέση της κυματικής είναι:

$$u = \lambda \cdot f$$

Όπου u η ταχύτητα του κύματος στο μέσο και f η συχνότητα του κύματος. Είναι γνωστό ότι η ταχύτητα ενός κύματος σε χορδή δίνεται από την σχέση:

$$u = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

Όπου F είναι η τάση που τεντώνει τη χορδή και μ η γραμμική πυκνότητα της δηλαδή, η μάζα ανά μονάδα μήκους.

ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗΣ ΔΙΑΤΑΞΗΣ

Για την πραγματοποίηση της παρούσας εργαστηριακής άσκησης απαιτείται ο παρακάτω εξοπλισμός (ΣΧΗΜΑ 25.1):



1. Ένα μεγάφωνο που θα χρησιμοποιηθεί ως διεγέρτης.
2. Μια γεννήτρια σήματος η οποία τροφοδοτεί το μεγάφωνο με ημιτονικό σήμα ρυθμιζόμενης συχνότητας και πλάτους.
3. Ένας παλμογράφος για τη παρακολούθηση των ηχητικών σημάτων.
4. Δυο κομμάτια σκοινιών (πλεκτών) με διαφορετική γραμμική πυκνότητα, ένα κόκκινο και ένα πράσινο. Το ένα άκρο κάθε σκοινιού είναι δεμένο σε άγκιστρο που βρίσκεται στο κέντρο του μεγαφώνου-διεγέρτη.
5. Μια ευθύγραμμη τροχιά με μετροταινία, επάνω στην οποία θα προσαρμοστούν το μεγάφωνο-διεγέρτης και μια τροχαλία.
6. Μεταλλικά βαρίδα γνωστών μαζών 50gr, 150gr.
7. Ηλεκτρονικός ζυγός, ακρίβειας 0.1 gr.