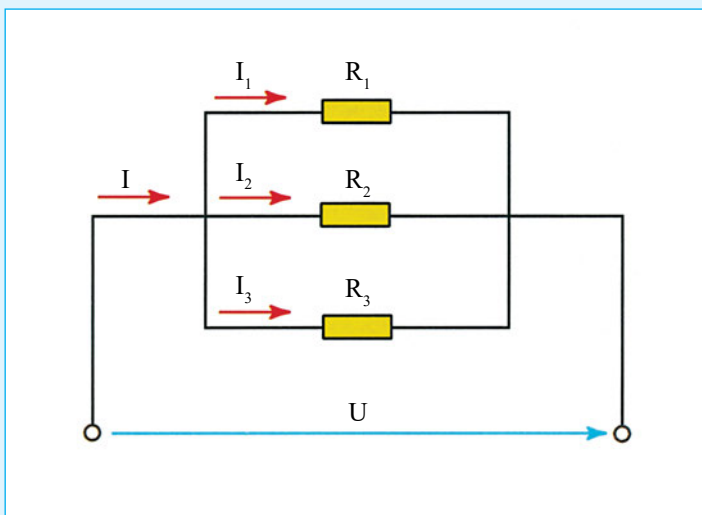
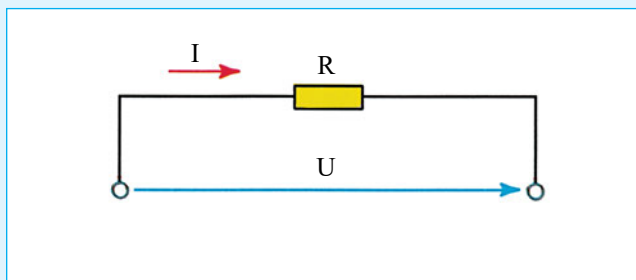


3.6. ΠΑΡΑΛΛΗΛΗ ΣΥΝΔΕΣΗ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ

Περισσότερες αντιστάσεις και πηγές είναι συνδεδεμένες παράλληλα (ή “εν παραλλήλω”) όταν όλοι οι ακροδέκτες εισόδου του ρεύματος σ’ αυτές συνδέονται μεταξύ τους, και όλοι οι ακροδέκτες εξόδου του ρεύματος από αυτές συνδέονται μεταξύ τους. Σχήμα 3.10.α. Όλες οι αντιστάσεις συνδεδεμένες παράλληλα τροφοδοτούνται με την ίδια τάση.



Σχήμα 3.10.α. Παράλληλη σύνδεση τριών αντιστάσεων



Σχήμα 3.10.β. Ισοδύναμη αντίσταση των τριών αντιστάσεων συνδεδεμένες παράλληλα

Όλες οι ηλεκτρικές οικιακές συσκευές, οι λαμπτήρες πυράκτωσης, οι ηλεκτρικοί κινητήρες, οι μετασχηματιστές κατασκευάζονται για τυποποιημένη τάση 220V και συνδέονται παράλληλα στο δίκτυο.

Το ρεύμα που εισέρχεται σε ένα κύκλωμα αντιστάσεων συνδεδεμένων παράλληλα ισούται με το άθροισμα των ρευμάτων σε όλους τους κλάδους, Σχήμα 3.10.α.

$$I = \sum I_k$$

Σε κάθε αντίσταση υπάρχει η ίδια πτώση τάσης.

$$U = R_1 I_1 = R_2 I_2 = R_k I_k$$

Η ισοδύναμη αγωγιμότητα του κυκλώματος, που αποτελείται από αντιστάσεις συνδεδεμένες παράλληλα, ισούται με το άθροισμα των αγωγιμοτήτων των αντιστάσεων.

$$G = \sum G_k$$

Από την ισοδύναμη αγωγιμότητα υπολογίζουμε την ισοδύναμη αντίσταση R, Σχήμα 3. 10.β.

$$\frac{1}{R} = \sum \frac{1}{R_k}$$

Οι ακροδέκτες στους οποίους το ρεύμα διακλαδίζεται ονομάζονται κόμβοι. Στον κάθε κόμβο ισχύει ο πρώτος νόμος του Κίρκωφ.

Η ισοδύναμη αντίσταση είναι μικρότερη από κάθε μία από τις αντιστάσεις που συνδέονται παράλληλα. Για δύο αντιστάσεις συνδεδεμένες παράλληλα ισχύει:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Η τελευταία σχέση για την ισοδύναμη αντίσταση R ισχύει μόνο για δύο αντιστάσεις συνδεδεμένες παράλληλα.

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \neq \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

Για n όμοιες αντιστάσεις ισχύει ότι:

$$R_1 = R_2 = \dots = R_n$$

$$\frac{1}{R} = \frac{n}{R_1}$$

$$R = \frac{R_1}{n}$$

Παράδειγμα 1

Στο σχήμα 3.10.α. οι αντιστάσεις είναι $R_1=10\Omega$, $R_2=5\Omega$, $R_3=4\Omega$. Υπολογίστε την ισοδύναμη αντίσταση R .

Λύση:

$$G = G_1 + G_2 + G_3 = \frac{1}{10} + \frac{1}{5} + \frac{1}{4} = 0,1 + 0,2 + 0,25 = 0,55 \text{ Siemens}$$

$$R = \frac{1}{G} = 1,81\Omega$$

Παράδειγμα 2

Για την συνδεσμολογία του σχήματος 3.10.α. δίνονται τα ρεύματα $I_1=6\text{A}$, $I_2=3\text{A}$, $I_3=1\text{A}$. Η τάση της πηγής είναι $U=50\text{V}$. Υπολογίστε: α) την ισοδύναμη αντίσταση R και β) τις αντιστάσεις R_1 , R_2 , R_3 .

Λύση:

α) Εφαρμόζουμε τον πρώτο νόμο του Κίρκωφ:

$$I=I_1+I_2+I_3=10\text{A}$$

Υπολογίζουμε την ισοδύναμη αντίσταση

$$R = \frac{U}{I} = \frac{50\text{V}}{10\text{A}} = 5\Omega$$

$$\beta) R_1 = \frac{U}{I_1} = \frac{50\text{V}}{6\text{A}} = 8,33\Omega$$

$$R_2 = \frac{U}{I_2} = \frac{50\text{V}}{3\text{A}} = 16,66\Omega$$

$$R_3 = \frac{U}{I_3} = \frac{50\text{V}}{1\text{A}} = 50\Omega$$

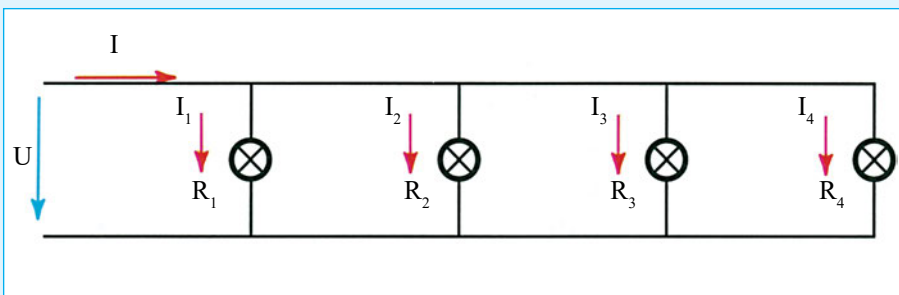
Επαλήθευση:

$$G = \frac{1}{8,33\Omega} + \frac{1}{16,66\Omega} + \frac{1}{50\Omega} = 0,12 + 0,06 + 0,2 \text{ Siemens}$$

$$R = \frac{1}{G} = \frac{1}{0,2(\text{S})} = 5\Omega$$

Παράδειγμα 3

Ένα φωτιστικό αποτελείται από τέσσερις όμοιους λαμπτήρες συνδεδεμένους παράλληλα, Σχήμα 3.11. Το φωτιστικό συνδέεται σε πηγή τάσης 220V. Η ωμική αντίσταση του κάθε λαμπτήρα είναι 440Ω. Υπολογίστε: α) την ισοδύναμη αντίσταση των τεσσάρων λαμπτήρων, β) το ρεύμα που απορροφάει το φωτιστικό από την πηγή, γ) το ρεύμα στον κάθε λαμπτήρα.



Σχήμα 3.11. Τέσσερις λαμπτήρες συνδεδεμένοι παράλληλα

Λύση:

α) Εφ' όσον οι τέσσερις λαμπτήρες είναι όμοιοι, οι ωμικές αντιστάσεις είναι ίσες μεταξύ τους. Τότε ισχύει ότι:

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 440\Omega$$

$$R = \frac{R_1}{4} = \frac{440\Omega}{4} = 110\Omega$$

β) Το συνολικό ρεύμα υπολογίζεται σύμφωνα με τον πρώτο νόμο του Ωμ:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{220\text{ V}}{110\Omega} = 2\text{ A}$$

γ) Για κάθε λαμπτήρα εφαρμόζουμε τον νόμο του Ωμ:

$$I_1 = I_2 = I_3 = I_4$$

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{220 \text{ V}}{440 \Omega} = 0,5 \text{ A}$$

Επαλήθευση:

Εφαρμόζουμε τον πρώτο νόμο του Κίρκωφ:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = 0,5 \text{ A} + 0,5 \text{ A} + 0,5 \text{ A} + 0,5 \text{ A} = 2 \text{ A}$$

Παράδειγμα 4

Ο φωτισμός μιας αίθουσας θεατρικών παραστάσεων αποτελείται από 80 όμοιους λαμπτήρες πυράκτωσης ονομαστικής ισχύος $P_1 = 100 \text{ W}$, συνδεδεμένους παράλληλα σε τάση $U = 220 \text{ V}$. Υπολογίστε: α) την ονομαστική αντίσταση των λαμπτήρων R_1 , β) την ισοδύναμη αντίσταση της εγκατάστασης R , γ) το ονομαστικό ρεύμα των λαμπτήρων I_1 , δ) το ρεύμα που απορροφάει από την πηγή ολόκληρη η εγκατάσταση φωτισμού I και ε) την συνολική απορροφούμενη ισχύ από το δίκτυο P .

Λύση:

Εφ' όσον οι αντιστάσεις είναι ίσες μεταξύ τους και το πλήθος τους είναι $n=80$, τότε ισχύει ότι:

$$\alpha) R_1 = U^2 / P_1 = 220^2 \text{ V}^2 / 100 \text{ W} = 484 \Omega$$

$$\beta) R = R_1 / n = 484 \Omega / 80 = 6,05 \Omega$$

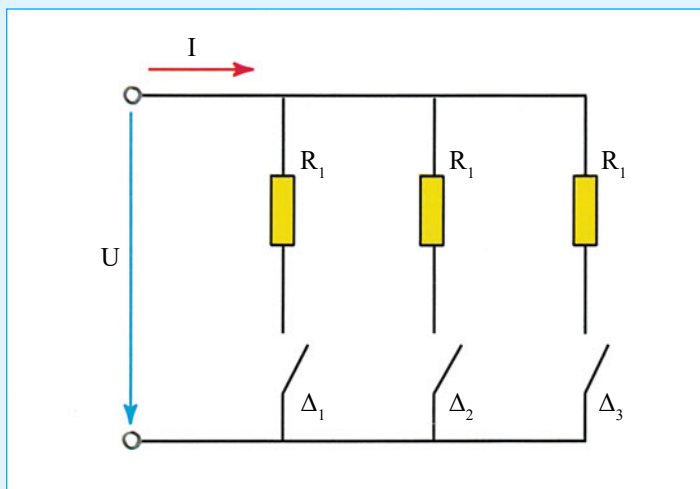
$$\gamma) I_1 = P_1 / U = 100 \text{ W} / 220 \text{ V} = 0,45 \text{ A}$$

$$\delta) I = n \cdot I_1 = 80 \cdot 0,45 \text{ A} = 36,36 \text{ A}$$

$$\epsilon) P = U \cdot I = n \cdot P_1 = 80 \cdot 100 \text{ W} = 8000 \text{ W}$$

Παράδειγμα 5

Ένα θερμαντικό σώμα 1,5 KW/220 V έχει 3 όμοιες θερμαντικές αντιστάσεις, οι οποίες επιλέγονται με διακόπτες, Σχήμα 3.12. Υπολογίστε για τις κλίμακες 1, 2 και 3: α) την ισοδύναμη αντίσταση, β) το συνολικό ρεύμα που απορροφάει και γ) την θερμική ισχύ που παράγει.



Σχήμα 3.12. Διάγραμμα θερμαντικού σώματος με τρεις θερμαντικές αντιστάσεις οι οποίες επιλέγονται με διακόπτες

Λύση:

Α) Κλίμακα 1: Ο διακόπτης Δ_1 είναι κλειστός, οι διακόπτες Δ_2 και Δ_3 είναι ανοικτοί.

Έχουμε συνδέσει μια μόνο αντίσταση, επομένως το θερμαντικό σώμα αποδίδει το 1/3 της ονομαστικής του ισχύος, δηλαδή η θερμική ισχύς είναι:

$$P = R \cdot I^2 = 1500/3 = 500 \text{ W}$$

Η ισοδύναμη αντίσταση είναι:

$$R = R_1 = \frac{U^2}{P} = \frac{220^2 \text{ V}}{500 \text{ W}} = 96,8 \, \Omega$$

Το ρεύμα που απορροφάει είναι:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{220 \text{ V}}{96,8 \Omega} = 2,27 \text{ A}$$

Β) Κλίμακα 2: Οι διακόπτες Δ_1 και Δ_2 είναι κλειστοί, ο διακόπτης Δ_3 είναι ανοικτός.

Οι δύο αντιστάσεις είναι συνδεδεμένες παράλληλα και το θερμαντικό σώμα αποδίδει τα $2/3$ της ονομαστικής του ισχύος. Επομένως:

$$R' = \frac{96,8 \Omega}{2} = 48,4 \Omega$$

$$I' = \frac{220 \text{ V}}{48,4 \Omega} = 4,55 \text{ A}$$

$$P' = R \cdot I^2 = 48,4 \cdot 4,55^2 = 1000 \text{ W}$$

Γ) Κλίμακα 3: οι διακόπτες Δ_1 , Δ_2 και Δ_3 είναι κλειστοί.

Οι τρεις αντιστάσεις είναι συνδεδεμένες παράλληλα και το θερμαντικό σώμα αποδίδει $P''=1500\text{W}$. Το συνολικό ρεύμα (το ονομαστικό) είναι:

$$I'' = \frac{P''}{U} = \frac{1500 \text{ W}}{220 \text{ V}} = 6,82 \text{ A}$$

Η ισοδύναμη αντίσταση είναι:

$$R'' = \frac{P''}{I^2} = \frac{1500 \text{ W}}{6,82^2 \text{ A}^2} = 32,27 \Omega$$

Επαληθεύουμε ότι:

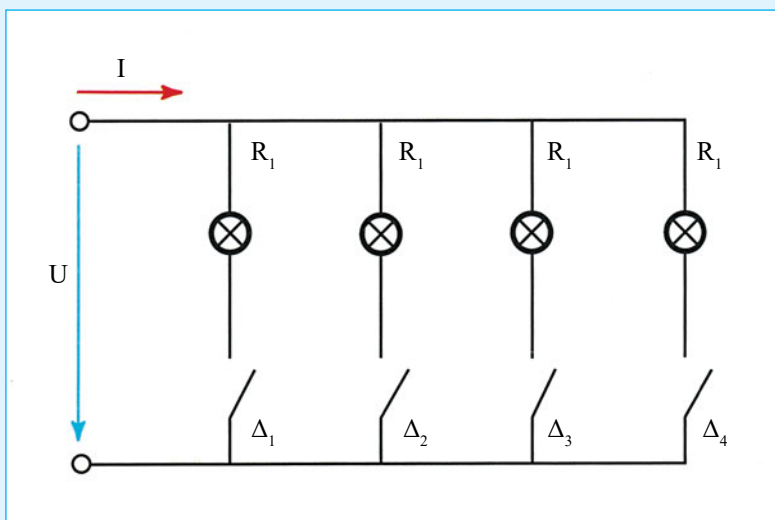
$$R = \frac{R_1}{3} \Rightarrow R_1 = 3 \cdot 32,27 \Omega = 96,8 \Omega$$

Συγκεντρωτικά, τα αποτελέσματα των υπολογισμών παρουσιάζονται στον ακόλουθο πίνακα.

Τάση 220V	Κλίμακα 1 Δ_1 κλειστός	Κλίμακα 2 Δ_1 και Δ_2 κλειστοί	Κλίμακα 3 Δ_1, Δ_2 και Δ_3 κλειστοί
R [Ω]	96,8	48,4	32,27
I [A]	2,27	4,55	6,82
P [W]	500	1000	1500

Παράδειγμα 6

Ένα φωτιστικό αποτελείται από τέσσερις όμοιους λαμπτήρες συνδεδεμένους παράλληλα, Σχήμα 3.13. Όταν συνδέονται μόνο οι δύο λαμπτήρες, η ισοδύναμη αντίσταση του φωτιστικού μειώνεται κατά 10 Ω . Υπολογίστε: α) την αντίσταση κάθε λαμπτήρα και β) την ισοδύναμη αντίσταση του συνδυασμού των λαμπτήρων ανά δύο, ανά τρεις και ανά τέσσερις.



Σχήμα 3.13. Διάγραμμα φωτιστικού με τέσσερις λαμπτήρες οι οποίοι επιλέγονται με διακόπτες

Λύση:

Η ισοδύναμη αντίσταση του φωτιστικού είναι:

$$R = \frac{R_1}{4} \quad \text{για τέσσερις λαμπτήρες συνδεδεμένους παράλληλα}$$

και

$$R = \frac{R_1}{2} \quad \text{για δύο λαμπτήρες συνδεδεμένους παράλληλα}$$

$$\alpha) \frac{R_1}{2} - 10\Omega = \frac{R_1}{4} \Rightarrow \frac{R_1}{4} = 10\Omega \Rightarrow R_1 = 40\Omega$$

β) Για δύο παράλληλους λαμπτήρες:

$$R = R_1/2 = 20\Omega$$

Για τρεις παράλληλους λαμπτήρες:

$$R = R_1/3 = 40/3 = 13,33\Omega$$

Για 4 παράλληλους λαμπτήρες:

$$R = R_1/4 = 40/4 = 10\Omega$$