

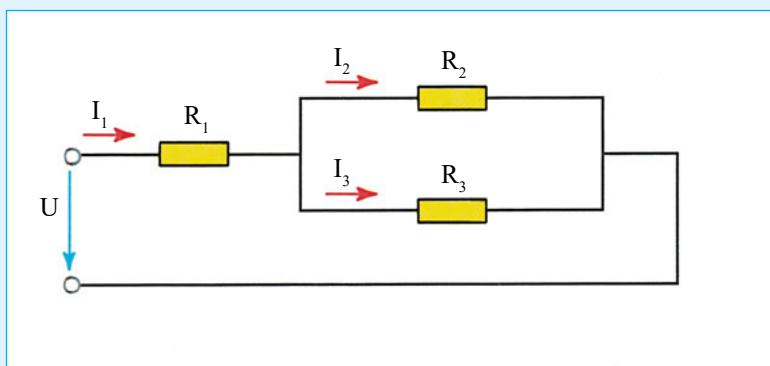
3.7. ΣΥΝΘΕΤΗ ΣΥΝΔΕΣΗ

Ηλεκτρικό κύκλωμα, που περιλαμβάνει ηλεκτρικές αντιστάσεις και ηλεκτρικές πηγές συνδεδεμένες σε σειρά και παράλληλα, ονομάζεται **κύκλωμα με σύνθετη σύνδεση ή μικτή σύνδεση**.

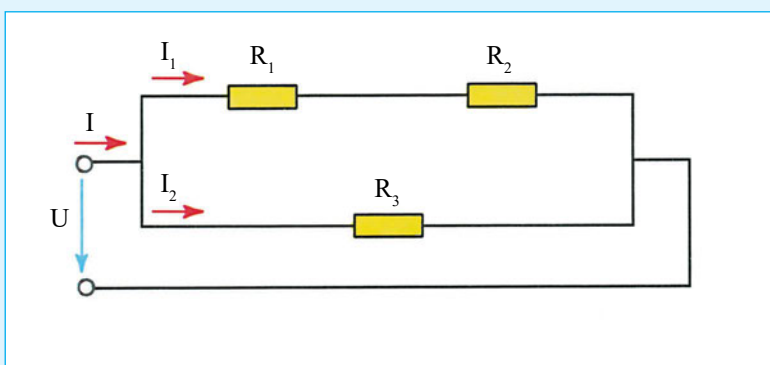
Σε ένα μικτό κύκλωμα προσδιορίζουμε τα τμήματα σε σειρά και τους παράλληλους κλάδους. Στη συνέχεια εφαρμόζουμε όλους τους κανόνες της σύνδεσης σε σειρά και της παράλληλης σύνδεσης.

Οι πρακτικοί κανόνες υπολογισμού σύνθετης συνδεσμολογίας αντιστάσεων είναι:

1. Σε μια συνδεσμολογία σε σειρά, όπου υπάρχει και μια συνδεσμολογία παράλληλη, Σχήμα 3.14, υπολογίζεται πρώτα η παράλληλη συνδεσμολογία για την εύρεση της ισοδύναμης αντίστασης και μετά συνθέτουμε τις αντιστάσεις σε σειρά.
2. Σε μια συνδεσμολογία παράλληλη, αν υπάρχει μια συνδεσμολογία σειράς, Σχήμα 3.15, υπολογίζεται πρώτα η συνδεσμολογία σειράς για την εύρεση της ισοδύναμης αντίστασης και μετά συνθέτουμε τις αντιστάσεις εν παραλλήλω.



Σχήμα 3.14. Μικτή σύνδεση αποτελούμενη από δύο παράλληλες αντιστάσεις R_2 και R_3 , συνδεδεμένες σε σειρά με την αντίσταση R_1



Σχήμα 3.15. Μικτή σύνδεση αποτελούμενη από κλάδο δύο αντιστάσεων σε σειρά R_1 και R_2 συνδεδεμένες παράλληλα με μια τρίτη αντίσταση R_3

Τα δύο κυκλώματα που παρουσιάζονται στα Σχήματα 3.14. και 3.15 συναντώνται συχνά σε σύνθετα κυκλώματα όπως και σε πολλά βιβλία. Πολλά σύνθετα κυκλώματα αποτελούνται από συνδεσμολογίες όπως αυτές.

Παράδειγμα 1

Δίνεται η μικτή σύνδεση του Σχήματος 3.14 όπου: $R_1=100\Omega$, $R_2=1000\Omega$, $R_3=4000\Omega$. Υπολογίστε την ισοδύναμη αντίσταση R .

Λύση:

$$R = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$$

$$R=100\Omega+1000\Omega \cdot 4000\Omega/(1000\Omega+4000\Omega)=100\Omega+800\Omega=900\Omega$$

Παράδειγμα 2

Δίνεται η μικτή σύνδεση του Σχήματος 3.15 όπου: $R_1=100\Omega$, $R_2=300\Omega$, $R_3=400\Omega$. Υπολογίστε την ισοδύναμη αντίσταση R .

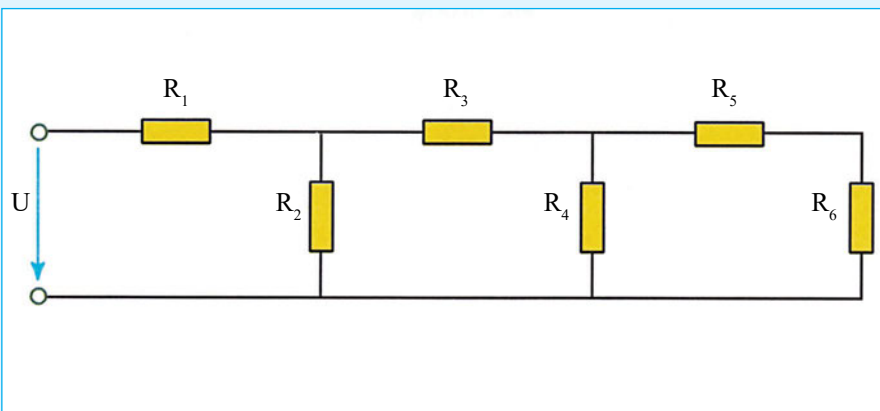
$$\text{Λύση: } \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1 + R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$R = \frac{(R_1 + R_2) R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$R=(100\Omega+300\Omega) \cdot 400\Omega/(100\Omega+300\Omega+400\Omega)=200\Omega$$

Παράδειγμα 3

Δίνεται η μικτή σύνδεση του Σχήματος 3.16 όπου: $R_1=800\Omega$, $R_2=400\Omega$, $R_3=300\Omega$, $R_4=200\Omega$, $R_5=100\Omega$, $R_6=100\Omega$. Υπολογίστε την ισοδύναμη αντίσταση R .



Σχήμα 3.16. Μικτή σύνδεση έξι αντιστάσεων

Λύση:

Για την επίλυση του κυκλώματος προσδιορίζουμε πρώτα ποιες αντιστάσεις αποτελούν συνδεσμολογίες όπως αυτές που αναφέρθηκαν στα Σχήματα 3.14 και 3.15. Μετά προχωράμε στην επίλυσή τους.

- Οι αντιστάσεις R_5 και R_6 είναι συνδεδεμένες σε σειρά μεταξύ τους και παράλληλα με την αντίσταση R_4

$$R_{56} = R_5 + R_6 = 100\Omega + 100\Omega = 200\Omega$$

$$R_{456} = (R_4 \cdot R_{56}) / (R_4 + R_{56}) = 200 \cdot 200 / (200 + 200) = 100\Omega$$

- Όλο το παραπάνω τμήμα του κυκλώματος (οι αντιστάσεις R_4 , R_5 , R_6) ή το ισοδύναμό του που είναι η αντίσταση R_{456} είναι συνδεδεμένο σε σειρά με την αντίσταση R_3 .

$$R_{3-6} = R_3 + R_{456} = 300\Omega + 100\Omega = 400\Omega$$

- Το τμήμα αυτό (οι αντιστάσεις R_3 , R_4 , R_5 , R_6) ή το ισοδύναμό του που είναι η αντίσταση R_{3-6} είναι συνδεδεμένο παράλληλα με την R_2

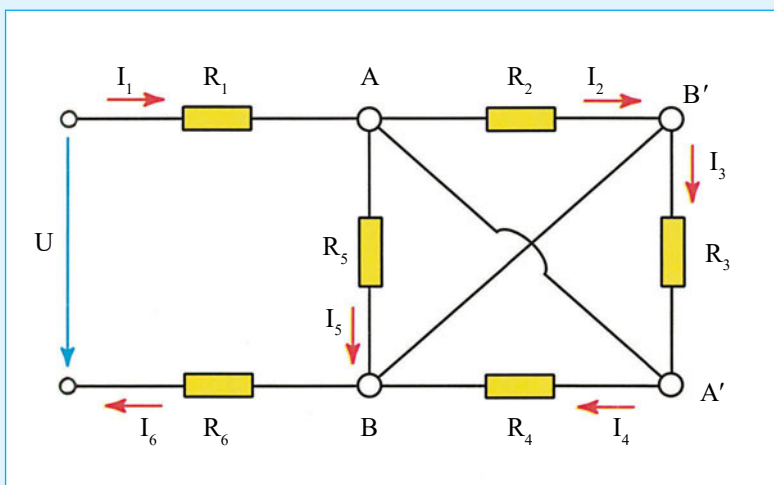
$$R_{2-6} = R_2 \cdot R_{3-6} / (R_2 + R_{3-6}) = 400\Omega \cdot 400\Omega / (400\Omega + 400\Omega) = 200\Omega$$

- Τέλος, η αντίσταση R_1 είναι συνδεδεμένη σε σειρά με όλο το υπόλοιπο κύκλωμα (οι αντιστάσεις R_2, R_3, R_4, R_5, R_6) ή με το ισοδύναμό του που είναι η αντίσταση R_{2-6} .

$$R = R_1 + R_{2-6} = 800\Omega + 200\Omega = 1000\Omega$$

Παράδειγμα 4

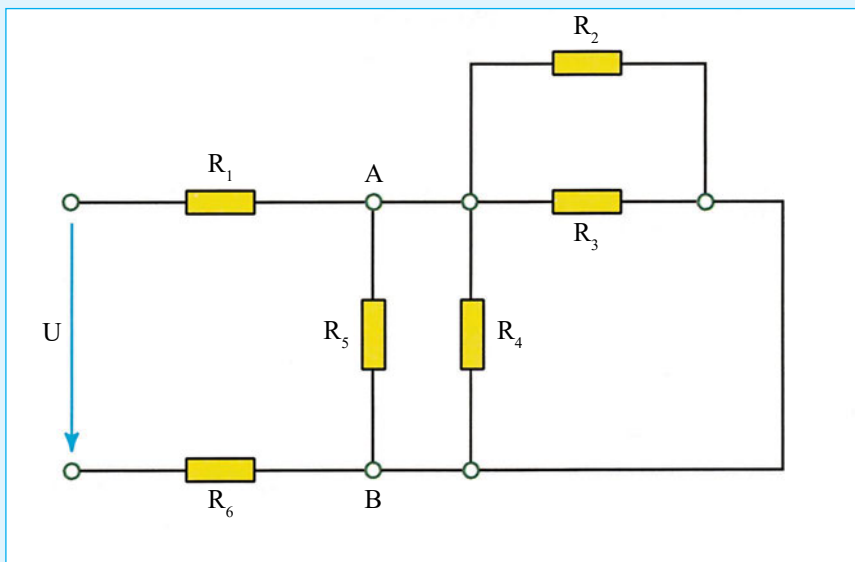
Δίνονται $R_1=10\Omega$, $R_2=20\Omega$, $R_3=40\Omega$, $R_4=10\Omega$, $R_5=40\Omega$, $R_6=15\Omega$, $U=150V$, σχήμα 3.17.α. Υπολογίστε: α) την ισοδύναμη αντίσταση της συνδεσμολογίας, β) το ρεύμα σε κάθε αντίσταση και τη πτώση τάσης στην κάθε αντίσταση.



Σχήμα 3.17.α. Μικτή σύνδεση έξι αντιστάσεων

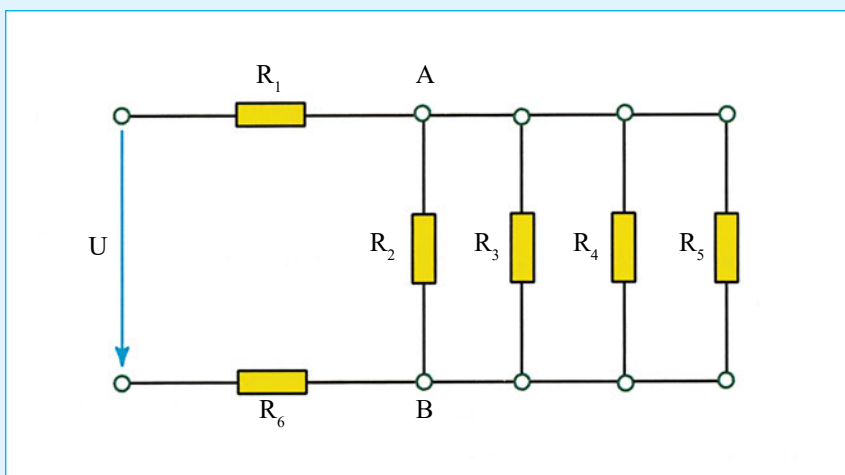
Λύση:

Οι αντιστάσεις R_2 με την R_3 και οι αντιστάσεις R_4 με την R_5 είναι συνδεδεμένες παράλληλα καθώς οι ακροδέκτες A-A' και οι ακροδέκτες B-B' έχουν το ίδιο δυναμικό. Επομένως, το κύκλωμα του σχήματος 3.17.α. μπορεί να σχεδιασθεί όπως φαίνεται στο σχήμα 3.17.β.



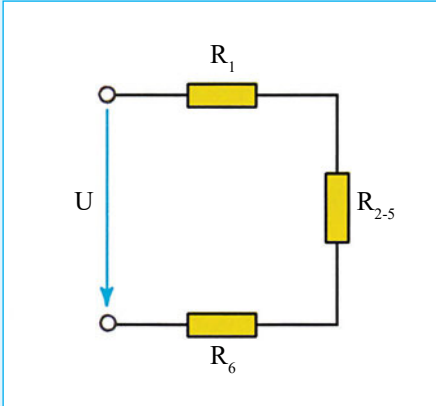
Σχήμα 3.17.β. Πρώτο βήμα μετατροπής του κυκλώματος του σχήματος 3.17.α

Από το σχήμα 3.17.β φαίνεται ότι οι αντιστάσεις R_2 , R_3 , R_4 και R_5 είναι συνδεδεμένες παράλληλα, σχήμα 3.17.γ.

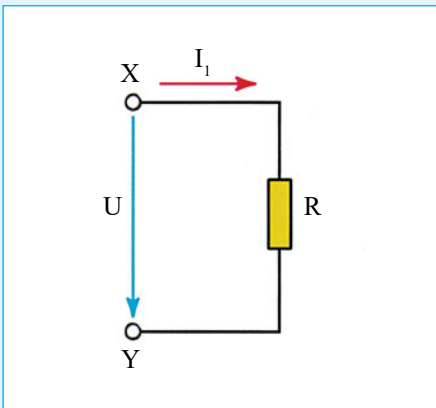


Σχήμα 3.17.γ. Δεύτερο βήμα μετατροπής του κυκλώματος του σχήματος 3.17.α

Στη συνέχεια, οδηγούμαστε στο κύκλωμα του σχήματος 3.17.δ. και τέλος στο ισοδύναμο κύκλωμα του σχήματος 3.17.ε.



Σχήμα 3.17.δ. Τρίτο βήμα μετατροπής του κυκλώματος του σχήματος 3.17.α



Σχήμα 3.17.ε. Ισοδύναμο κύκλωμα της σύνδεσης έξι αντιστάσεων του Σχήματος 3.17.α

α) Η ισοδύναμη αντίσταση R_{2-5} των αντιστάσεων R_2, R_3, R_4, R_5 εν παραλλήλω είναι:

$$\frac{1}{R_{2-5}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} = \frac{1}{20\Omega} + \frac{1}{40\Omega} + \frac{1}{10\Omega} + \frac{1}{40\Omega} =$$

$$= 0,05\text{S} + 0,025\text{S} + 0,1\text{S} + 0,025\text{S} = 0,2\text{S (Siemens)}$$

$$R_{2-5} = 5\Omega$$

Η συνολική ισοδύναμη αντίσταση του αρχικού κυκλώματος είναι:

$$R=R_1+R_{2,5}+R_6=10\Omega+5\Omega+15\Omega=30\Omega$$

β) Από την ανάλυση του κυκλώματος του Σχήματος 3.17.ε παρατηρούμε ότι:

$$I_1=I_6$$

Τα ρεύματα I_1 ή και I_6 υπολογίζονται με την βοήθεια του νόμου του Ωμ:

$$I_1 = I_6 = \frac{U}{R} = \frac{150\text{ V}}{30\Omega} = 5\text{ A}$$

Η πτώση τάσης σε μια αντίσταση υπολογίζεται ως το γινόμενο του ρεύματος και της αντίστασης

$$U_1=I_1 \cdot R_1=5\text{ A} \cdot 10\Omega=50\text{ V}$$

$$U_6=I_6 \cdot R_6=5\text{ A} \cdot 15\Omega=75\text{ V}$$

Σύμφωνα με το Σχήμα 3.17.γ η τάση μεταξύ ακροδεκτών Α και Β, U_{AB} , είναι η πτώση τάσης στις αντιστάσεις R_2 , R_3 , R_4 και R_5 . Ο δεύτερος νόμος του Κίρκωφ για τον βρόχο ΧΑΒΥ, Σχήμα 3.17.γ είναι:

$$U=U_1+U_{AB}+U_6$$

$$U_{AB}=U-U_1-U_6=150\text{ V}-50\text{ V}-75\text{ V}=25\text{ V}$$

Τα ρεύματα I_2 , I_3 , I_4 , I_5 υπολογίζονται από τον νόμο του Ωμ :

$$I_2 = \frac{U_{AB}}{R_2} = \frac{25\text{ V}}{20\Omega} = 1,25\text{ A}$$

$$I_3 = \frac{U_{AB}}{R_3} = \frac{25\text{ V}}{40\Omega} = 0,625\text{ A}$$

$$I_4 = \frac{U_{AB}}{R_4} = \frac{25 \text{ V}}{10 \Omega} = 2,5 \text{ A}$$

$$I_5 = \frac{U_{AB}}{R_5} = \frac{25 \text{ V}}{40 \Omega} = 0,625 \text{ A}$$

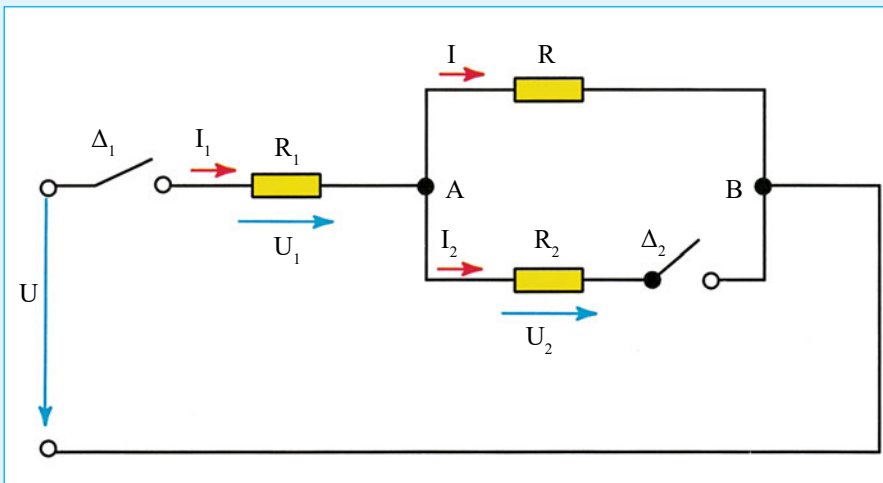
Επαλήθευση:

Εφαρμόζουμε τον πρώτο νόμο του Κίρκωφ:

$$I_1 = I_2 + I_3 + I_4 + I_5 = 1,25 \text{ A} + 0,625 \text{ A} + 2,5 \text{ A} + 0,625 \text{ A} = 5 \text{ A}$$

Παράδειγμα 5

Δίνεται το θερμαντικό σώμα του σχήματος 3.18 το οποίο συνδέεται σε πηγή τάσης $U=100\text{V}$. Ο διακόπτης Δ_1 είναι ο γενικός διακόπτης σύνδεσης και αποσύνδεσης στο δίκτυο. Όταν ο διακόπτης Δ_2 είναι ανοικτός, το θερμαντικό σώμα απορροφάει 10A , ενώ όταν ο διακόπτης Δ_2 είναι κλειστός, τότε η πτώση τάσης στην αντίσταση $R=5\Omega$ μειώνεται κατά 10V . Υπολογίστε τις αντιστάσεις R_1 και R_2 και το ρεύμα στην αντίσταση R με κλειστό το διακόπτη.



Σχήμα 3.18. Μικτή σύνδεση αντιστάσεων μέσω διακόπτη

Λύση:

A. Διακόπτης Δ_1 , κλειστός και διακόπτης Δ_2 ανοικτός:

Η άγνωστη αντίσταση R_1 είναι συνδεδεμένη σε σειρά με την αντίσταση $R=5\ \Omega$, και $I_1=I=10\text{ A}$

$$R_1 + R = \frac{U}{I_1} = \frac{100\text{ V}}{10\text{ A}} = 10\ \Omega$$

$$R_1 = 10\Omega - R = 10\Omega - 5\Omega = 5\Omega$$

$$U_1 = I \cdot R_1 = 10\text{ A} \cdot 5\Omega = 50\text{ V}$$

$$U_2 = U - U_1 = 100\text{ V} - 50\text{ V} = 50\text{ V}$$

B. Διακόπτης Δ_1 κλειστός και διακόπτης Δ_2 κλειστός:

Η αντίσταση $R=5\Omega$ είναι συνδεδεμένη παράλληλα με την άγνωστη αντίσταση R_2 . Η τάση U_2 μειώνεται κατά 10V, δηλαδή είναι:

$$U_2 = 50\text{ V} - 10\text{ V} = 40\text{ V}$$

$$U_1 = U - U_2 = 100\text{ V} - 40\text{ V} = 60\text{ V}$$

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1} \Rightarrow I_1 = \frac{60\text{ V}}{5\Omega} = 12\text{ A}$$

$$I = \frac{U_2}{R} = \frac{40\text{ V}}{5\Omega} = 8\text{ A}$$

Από τον πρώτο νόμο του Κίρκωφ στον κόμβο A υπολογίζουμε το ρεύμα I_2 :

$$I_1 = I + I_2 \Rightarrow I_2 = 12\text{ A} - 8\text{ A} = 4\text{ A}$$

$$R_2 = \frac{U_2}{I_2} = \frac{40\text{ V}}{4\text{ A}} = 10\Omega$$