

## Πρόοδος «Εκπαιδευτική Τεχνολογία και Πολυμέσα» (Ε)

ΑΣΠΑΙΤΕ - Τρίτη 14 Μαΐου 2024

Όνομα: \_\_\_\_\_

Επώνυμο: \_\_\_\_\_

Α.Μ.: \_\_\_\_\_

Εξάμηνο: \_\_\_\_\_

**Μάθημα:** Άλγεβρα και Στοιχεία Πιθανοτήτων / Α' Λυκείου ΕΠΑΛ

([http://ebooks.edu.gr/ebooks/d/8547/2466/22-0284-01\\_Algebra-kai-Stoicheia-Pithanotiton\\_A-Lykeiou\\_Vivlio-Mathiti.pdf](http://ebooks.edu.gr/ebooks/d/8547/2466/22-0284-01_Algebra-kai-Stoicheia-Pithanotiton_A-Lykeiou_Vivlio-Mathiti.pdf))

### Ερώτηση:

Διδάσκεις στην Α' Λυκείου ΕΠΑΛ «**Άλγεβρα και Στοιχεία Πιθανοτήτων**» και για να βοηθήσεις τους μαθητές σου να κατανοήσουν καλύτερα το μάθημα στην ενότητα «**6.3 Η Συνάρτηση  $f(x) = ax + \beta$** » (σελ. 159-161), δημιουργείς ένα φύλλο εργασίας βασισμένο στην (καθοδηγούμενη) ανακαλυπτική/διερευνητική μέθοδο με τη χρήση ψηφιακών εργαλείων. Το μάθημά σου είναι δύο διδακτικές ώρες (45' + 45').

Φτιάξε το φύλλο εργασίας με τρόπο που να κατευθύνεις τους μαθητές σου να φτάσουν από μόνοι τους να «ανακαλύψουν» την έννοια της κλίσης μιας ευθείας από την γραφική παράσταση αυτής.

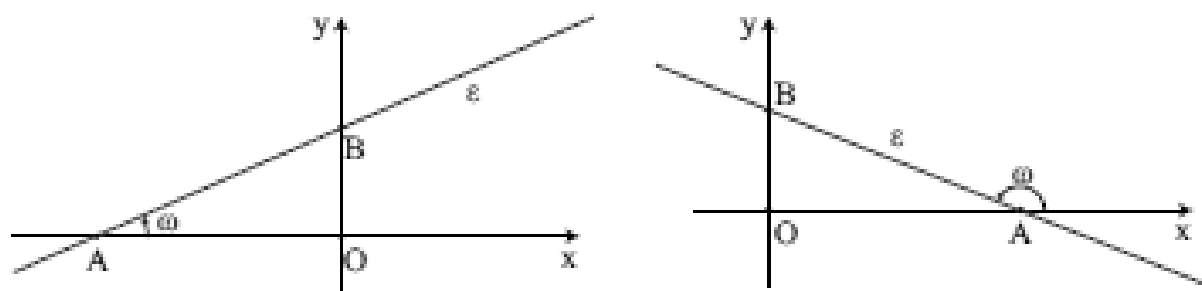
Μπορείς ως ψηφιακό εργαλείο για το συγκεκριμένο μάθημα να χρησιμοποιήσεις την προσομοίωση του PHET (<https://phet.colorado.edu/el/>) “**Γραφικές αναπαραστάσεις γραμμών**” (<https://phet.colorado.edu/el/simulations/graphing-lines>) ή όποιο άλλο εργαλείο επιθυμείς.

### 6.3 Η ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ $f(x) = ax + \beta$

---

#### Συντελεστής διεύθυνσης ευθείας

Έστω  $Oxy$  ένα σύστημα συντεταγμένων στο επίπεδο και  $\varepsilon$  μια ευθεία που τέμνει τον άξονα  $x'x$  στο σημείο  $A$ .



Τη γωνία  $\omega$  που διαγράφει η ημιευθεία  $Ax$ , όταν στραφεί γύρω από το  $A$  κατά τη θετική φορά<sup>(1)</sup> μέχρι να πέσει πάνω στην ευθεία  $\varepsilon$ , τη λέμε *γωνία που σχηματίζει η  $\varepsilon$  με τον άξονα  $x'x$* . Αν η ευθεία  $\varepsilon$  είναι παράλληλη προς τον άξονα  $x'x$  ή συμπίπτει με αυτόν, τότε λέμε ότι η ευθεία  $\varepsilon$  σχηματίζει με τον άξονα  $x'x$  γωνία  $\omega = 0^\circ$ . Σε κάθε περίπτωση για τη γωνία  $\omega$  ισχύει

$$0^\circ \leq \omega < 180^\circ.$$

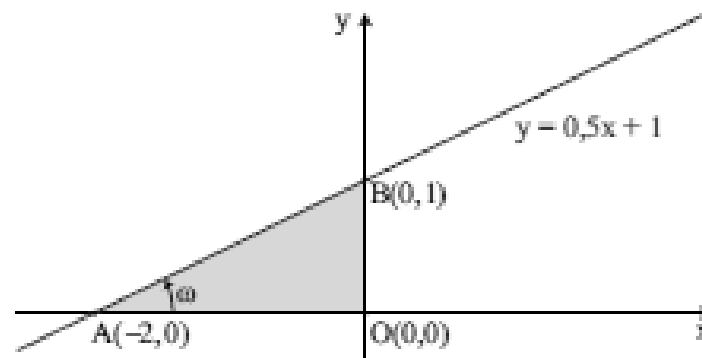
Ως *συντελεστή διεύθυνσης* ή ως *κλίση* μιας ευθείας  $\varepsilon$  ορίζουμε την εφαπτομένη της γωνίας  $\omega$  που σχηματίζει η  $\varepsilon$  με τον άξονα  $x'x$ . Ο συντελεστής διεύθυνσης μιας ευθείας  $\varepsilon$  συμβολίζεται συνήθως με  $\lambda_\varepsilon$  ή απλά με  $\lambda$ . Είναι φανερό ότι ο συντελεστής διεύθυνσης της ευθείας  $\varepsilon$  είναι θετικός, αν η γωνία  $\omega$  είναι οξεία, αρνητικός, αν η γωνία  $\omega$  είναι αμβλεία και μηδέν, αν η γωνία  $\omega$  είναι μηδέν. Στην περίπτωση που η γωνία  $\omega$  είναι ίση με  $90^\circ$ , δηλαδή όταν η ευθεία  $\varepsilon$  είναι κάθετη στον άξονα  $x'x$ , δεν ορίζουμε συντελεστή διεύθυνσης για την  $\varepsilon$ .

---

<sup>(1)</sup> Ως θετική φορά περιστροφής εννοούμε τη φορά κατά την οποία πρέπει να περιστραφεί ο ημιάξονας  $Ox$  για να συμπίπτει με τον ημιάξονα  $O\varepsilon$ , αφού προηγουμένως διαγράφει γωνία  $90^\circ$ .

Γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f(x) = ax + \beta$

Ας θεωρήσουμε τη συνάρτηση  $f(x) = 0,5x + 1$ . Όπως πρακτικά διαπιστώσαμε στο Γυμνάσιο, η γραφική παράσταση της  $f$  είναι ευθεία γραμμή με εξίσωση  $y = 0,5x + 1$  (Σχήμα).



Η ευθεία αυτή:

- ✓ Τέμνει τον άξονα  $x'$  στο σημείο  $A(-2,0)$ , αφού για  $y = 0$  βρίσκουμε  $x = -2$ , και τον άξονα  $y'$  στο σημείο  $B(0,1)$ , αφού για  $x = 0$  βρίσκουμε  $y = 1$  και
- ✓ Έχει κλίση:

$$\lambda = \epsilon\phi\omega = \frac{(OB)}{(OA)} = \frac{1}{2} = 0,5.$$

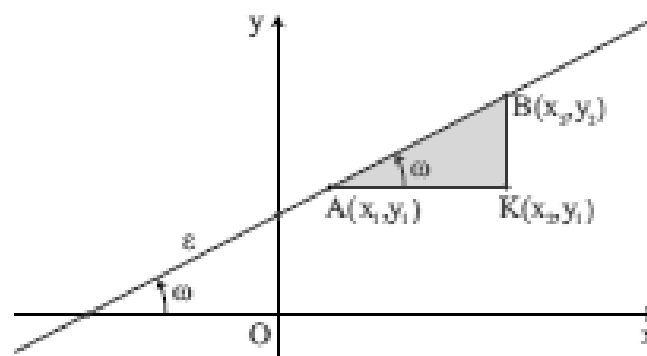
Παρατηρούμε, δηλαδή, ότι η κλίση  $\lambda$  της ευθείας  $y = 0,5x + 1$  είναι ίση με το συντελεστή του  $x$ .

Γενικά, όπως θα αποδείξουμε στη Β' Λυκείου, η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f(x) = ax + \beta$  είναι μία ευθεία, με εξίσωση  $y = ax + \beta$ , η οποία τέμνει τον άξονα των  $y$  στο σημείο  $B(0,\beta)$  και έχει κλίση  $\lambda = a$ . Είναι φανερό ότι:

- αν  $a > 0$ , τότε  $0^\circ < \omega < 90^\circ$
- αν  $a < 0$ , τότε  $90^\circ < \omega < 180^\circ$
- αν  $a = 0$ , τότε  $\omega = 0^\circ$ .

Στην περίπτωση που είναι  $a = 0$ , η συνάρτηση παίρνει τη μορφή  $f(x) = \beta$  και λέγεται σταθερή συνάρτηση, διότι η τιμή της είναι η ίδια για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ .

Ας θεωρήσουμε τώρα δύο τυχαία σημεία  $A(x_1, y_1)$  και  $B(x_2, y_2)$  της ευθείας  $y = ax + \beta$ .



Τότε θα ισχύει:

$$y_1 = \alpha x_1 + \beta \quad \text{και} \quad y_2 = \alpha x_2 + \beta,$$

οπότε θα έχουμε:

$$y_2 - y_1 = (\alpha x_2 + \beta) - (\alpha x_1 + \beta) = \alpha(x_2 - x_1).$$

Επομένως θα είναι:

$$\alpha = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Για παράδειγμα, η ευθεία που διέρχεται από τα σημεία  $A(-1,3)$  και  $B(3,6)$  έχει κλίση

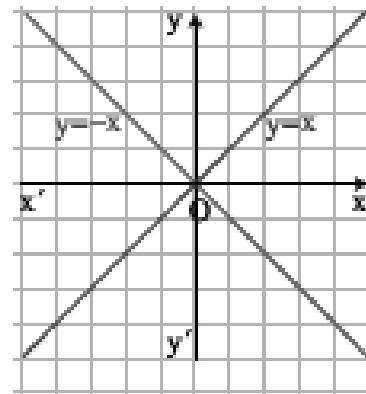
$$\alpha = \frac{6-3}{3-(-1)} = 0,75. \text{ Επομένως, η ευθεία αυτή σχηματίζει με τον άξονα } x'x \text{ γωνία } \omega \text{ με}$$

$\epsilon\phi\omega = 0,75$ , οπότε θα είναι  $\omega \simeq 36,87^\circ$ .

*Η συνάρτηση  $f(x) = ax$*

Αν  $\beta = 0$ , τότε η  $f$  παίρνει τη μορφή  $f(x) = ax$ , οπότε η γραφική της παράσταση είναι η ευθεία  $y = ax$  και περνάει από την αρχή των αξόνων. Ειδικότερα:

✓ Για  $a = 1$  έχουμε την ευθεία  $y = x$ . Για τη γωνία  $\omega$ , που σχηματίζει η ευθεία αυτή με τον άξονα  $x'x$ , ισχύει  $\epsilon\phi\omega = a = 1$ , δηλαδή  $\omega = 45^\circ$ . Επομένως η ευθεία  $y = x$  είναι η διχοτόμος των γωνιών  $x\hat{O}y$  και  $x'\hat{O}y'$  των αξόνων.



✓ Για  $a = -1$  έχουμε την ευθεία  $y = -x$ . Για τη γωνία  $\omega$ , που σχηματίζει η ευθεία αυτή με τον άξονα  $x'x$ , ισχύει  $\epsilon\phi\omega = a = -1$ , δηλαδή  $\omega = 135^\circ$ .

Επομένως η ευθεία  $y = -x$  είναι η διχοτόμος των γωνιών  $y\hat{O}x'$  και  $y'\hat{O}x$  των αξόνων.