

**Μάθημα: Θεωρία Αντισεισμικών
Κατασκευών**

Α' Κύκλος Σπουδών, Ακαδ. έτος 2024-2025

Διδάσκων: Β. Σούλης

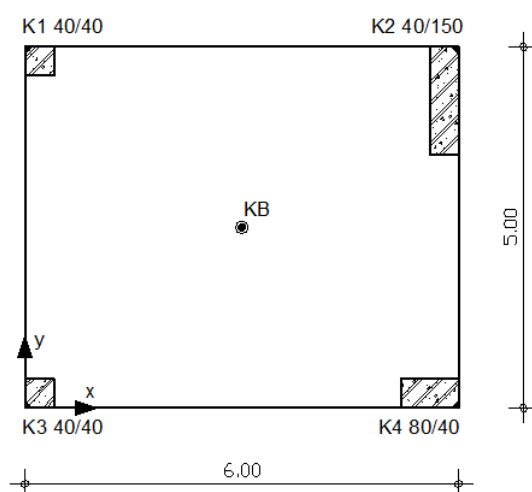
Θεωρία μονώροφου κτιρίου

Σκοπός της θεωρίας μονώροφου κτιρίου είναι η κατανομή του ισοδύναμου σεισμικού φορτίου μίας μονώροφης κατασκευής στα κατακόρυφα στοιχεία (υποστυλώματα) και ο υπολογισμός των μετακινήσεων και των εντατικών μεγεθών (τέμνουσες, ροπές) κάθε υποστυλώματος, λαμβάνοντας υπόψη και τη στρόφη του διαφράγματος.

Για τα επόμενα θα χρησιμοποιηθεί ως παράδειγμα το απλό μονώροφο κτίριο από οπλισμένο σκυρόδεμα του σχήματος 1 παρακάτω. Θα δοθεί η γενική μεθοδολογία και το τυπολόγιο, ενώ σε ξεχωριστό φυλλάδιο θα γίνει αριθμητική εφαρμογή για τη συγκεκριμένη κατασκευή.

1. Ορισμός αρχικού συστήματος συντεταγμένων

Αρχικά, ορίζουμε ένα αυθαίρετο σύστημα συντεταγμένων x, y . Οι άξονες θα πρέπει να είναι παράλληλοι με τις κύριες διευθύνσεις της κατασκευής, ενώ ως αρχή των αξόνων μπορεί να ληφθεί ένα οποιοδήποτε σημείο της κάτοψης. Στο σχήμα 1 φαίνεται το αρχικό (αυθαίρετο) σύστημα συντεταγμένων x και y που έχει οριστεί στην κάτω αριστερά γωνία της κατασκευής.



Σχήμα 1. Παράδειγμα μονώροφου κτιρίου. Ύψος κτιρίου: 3 m.

Παραδοχή: Οι πλάκες της κατασκευής αποτελούν έναν δίσκο απαραμόρφωτο στο επίπεδό του (διάφραγμα).

2. Εύρεση του Κέντρου Βάρους της κατασκευής

Οι παρακάτω σχέσεις δίνουν τις συντεταγμένες του **Κέντρου Βάρους (KB)**, x_{KB} , y_{KB} της κατασκευής ως προς το αρχικό σύστημα συντεταγμένων.

$$x_{KB} = \frac{\sum_{i=1}^M x_i P_i}{\sum_{i=1}^M P_i}, \quad y_{KB} = \frac{\sum_{i=1}^M y_i P_i}{\sum_{i=1}^M P_i}$$

Όπου P_i είναι το κατακόρυφο φορτίο (προς τα κάτω) του στοιχείου i και M ο συνολικός αριθμός των εξεταζόμενων στοιχείων που θα ληφθούν υπόψη για τον υπολογισμό του KB.

Παραδοχή: Για τον υπολογισμό του KB μπορούν να ληφθούν υπόψη μόνο οι πλάκες της κατασκευής με τα φορτία τους (μόνιμα και κινητά), αμελώντας την επιρροή των δοκών, υποστυλωμάτων και της τοιχοποιίας. Σε κάθε περίπτωση, ακόμα και αν ληφθεί υπόψη και το βάρος των στοιχείων αυτών, οι παραπάνω σχέσεις παραμένουν οι ίδιες και αλλάζει μόνο ο αριθμός M των εξεταζόμενων στοιχείων, όπου προστίθενται και τα στοιχεία αυτά.

3. Εύρεση του Κέντρου Ελαστικής Στροφής της κατασκευής

Ορισμός: Το **Κέντρο Ελαστικής Στροφής (ΚΕΣ)** μονώροφης κατασκευής είναι το σημείο στο οποίο αν ασκηθεί δύναμη κατά τον κύριο άξονα x , ο δίσκος (διάφραγμα) της κατασκευής θα μετακινηθεί μόνο κατά x - x (όχι μετακίνηση y - y , όχι στροφή του διαφράγματος). Ομοίως και αν ασκηθεί δύναμη κατά τον κύριο άξονα y . Η θέση του ΚΕΣ μίας μονώροφης κατασκευής εξαρτάται από τα υποστυλώματα (τις διαστάσεις και τις θέσεις τους), αφού αυτά θεωρείται ότι συνεισφέρουν δυσκαμψίες κατά x και y καθώς και δυστρεψία στην κατασκευή.

Οι παρακάτω σχέσεις δίνουν τις συντεταγμένες του ΚΕΣ, $x_{ΚΕΣ}$, $y_{ΚΕΣ}$ ως προς το αρχικό σύστημα συντεταγμένων.

$$x_{ΚΕΣ} = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i \cdot K_{yi})}{\sum_{i=1}^N (K_{yi})}, \quad y_{ΚΕΣ} = \frac{\sum_{i=1}^N (y_i \cdot K_{xi})}{\sum_{i=1}^N (K_{xi})}$$

Όπου N είναι ο αριθμός των υποστυλωμάτων, x_i και y_i οι συντεταγμένες του κέντρου βάρους του i υποστυλώματος και K_{xi} , K_{yi} οι δυσκαμψίες του i υποστυλώματος για μεταφορική κίνηση στις διευθύνσεις x και y , αντίστοιχα.

Αν τα υποστυλώματα θεωρούνται «αμφίπακτα» (μηδενική στροφή στο πάνω μέρος) τότε οι δυσκαμψίες τους δίνονται από τις σχέσεις:

$$K_x = \frac{12EI_y}{h^3}, \quad K_y = \frac{12EI_x}{h^3}$$

Όπου E το μέτρο ελαστικότητας του υλικού, I_x και I_y οι ροπές αδράνειας ως προς κεντροβαρικούς

άξονες x και y αντίστοιχα για κάθε υποστυλώμα και h το ύψος της μονώροφης κατασκευής.

Αν τα υποστυλώματα θεωρούνται «μονόπακτα» (ελεύθερη στροφή στο πάνω μέρος) τότε οι δυσκαμψίες τους είναι μικρότερες και δίνονται αντίστοιχα από τις σχέσεις:

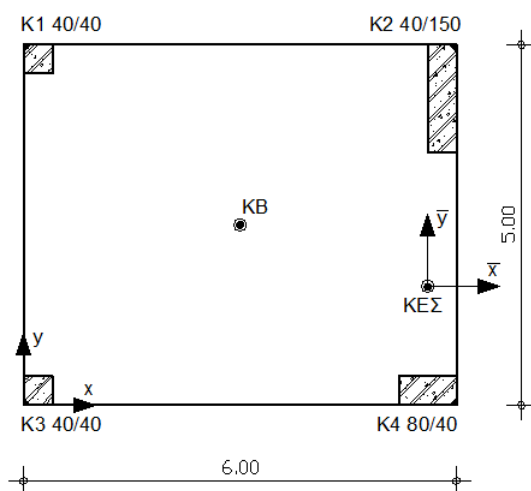
$$K_x = \frac{3EI_y}{h^3}, \quad K_y = \frac{3EI_x}{h^3}$$

Παρατήρηση: Το ΚΕΣ βρίσκεται γενικά πάνω σε άξονες συμμετρίας. Στο παράδειγμα του παραπάνω σχήματος δεν υπάρχουν άξονες συμμετρίας της κατασκευής.

4. Εύρεση των συντεταγμένων σημείου στο νέο σύστημα συντεταγμένων με αρχή το ΚΕΣ

Αφού βρεθεί το ΚΕΣ, πρέπει για τη συνέχεια των υπολογισμών να ληφθεί αυτό ως νέα αρχή των αξόνων. Το νέο σύστημα συντεταγμένων με αρχή το ΚΕΣ θα ονομάζεται σύστημα $\bar{x}, \bar{y}$. Ισχύουν για ένα οποιοδήποτε σημείο x,y οι γενικές σχέσεις μετασχηματισμού από το παλιό στο νέο σύστημα:

$$\bar{x} = x - x_{\text{ΚΕΣ}}, \quad \bar{y} = y - y_{\text{ΚΕΣ}}$$



Σχήμα 2. Θέση του ΚΕΣ για την κατασκευή και νέο σύστημα συντεταγμένων $\bar{x}, \bar{y}$ με αρχή το ΚΕΣ.

5. Εύρεση δυσκαμψιών και δυστρεψιάς «ισοδύναμου υποστυλώματος»

Σκοπός είναι η ανάπτυξη ενός μοντέλου «ισοδύναμου υποστυλώματος». Πρόκειται για ένα θεωρητικό υποστυλώμα το οποίο θεωρείται ότι βρίσκεται στη θέση του ΚΕΣ της κατασκευής και το οποίο έχει την ιδιότητα ότι θα έχει τις ίδιες μετακινήσεις με το ΚΕΣ (μετακινήσεις u κατά x και v κατά y, καθώς και στροφή φ περί τον z), για την ίδια φόρτιση στην κατασκευή. Πρέπει να βρεθούν οι δυσκαμψίες και η δυστρεψία του ισοδύναμου υποστυλώματος, σύμφωνα με τα παρακάτω.

Δυσκαμψίες ισοδύναμου υποστυλώματος κατά x και y:

$$D_x = \sum_{i=1}^N (K_{xi}), \quad D_y = \sum_{i=1}^N (K_{yi})$$

Δυστρεψία ισοδύναμου υποστυλώματος:

$$D_\phi = \sum_{i=1}^N (K_{\phi i} + \bar{x}_i^2 K_{yi} + \bar{y}_i^2 K_{xi})$$

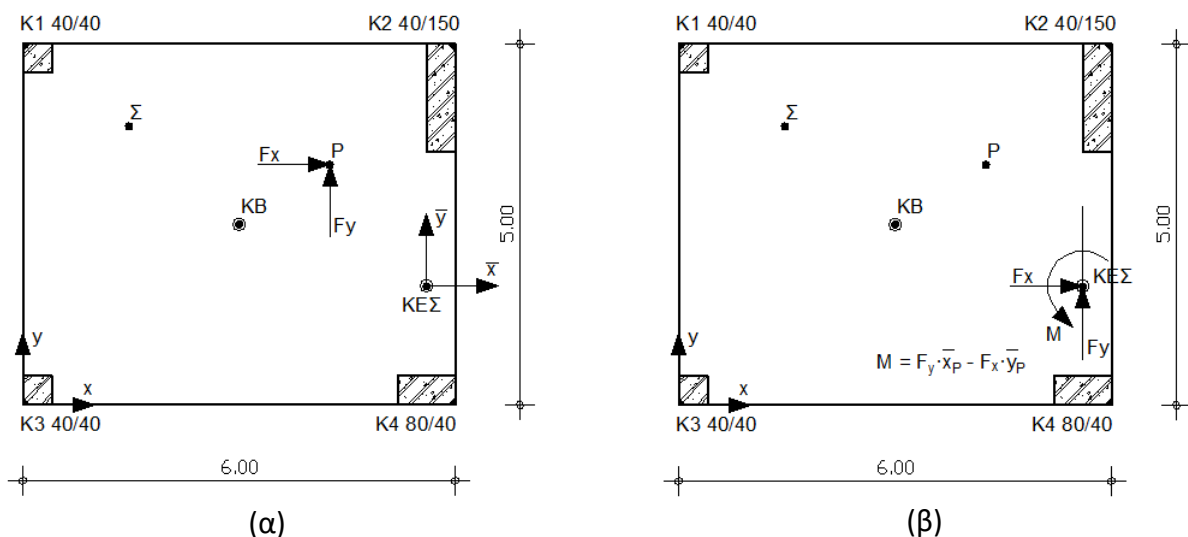
Όπου $K_{\phi i}$ η δυστρεψία κάθε μεμονωμένου υποστυλώματος i . Ο όρος αυτός συχνά παραλείπεται, καθώς είναι σχετικά μικρός σε σχέση με τους δύο άλλους όρους της σχέσης υπολογισμού του D_ϕ .

6. Εύρεση μετακινήσεων και στροφών για δεδομένη φόρτιση

Έστω ότι ασκούνται (σεισμικές) δυνάμεις F_x και F_y σε ένα σημείο P της κατασκευής, με συντεταγμένες $\bar{x}_P, \bar{y}_P$ ως προς το ΚΕΣ. Ζητούνται τελικά οι μετακινήσεις u_z (κατά x) και v_z (κατά y) ενός άλλου δεδομένου σημείου Σ της κατασκευής (πχ το κέντρο βάρους ενός υποστυλώματος), με συντεταγμένες $\bar{x}_\Sigma, \bar{y}_\Sigma$ ως προς το ΚΕΣ.

Για να χρησιμοποιηθεί η έννοια του «ισοδύναμου υποστυλώματος», οι δύο δυνάμεις F_x και F_y στο σημείο P της κατασκευής μεταφέρονται στο ΚΕΣ, όπου προκαλείται και μία ροπή M (M_z) η οποία δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$M = F_y \cdot \bar{x}_P - F_x \cdot \bar{y}_P$$



Σχήμα 3. (α) Θέση P εφαρμογής των σεισμικών δυνάμεων και εξεταζόμενη θέση Σ , (β) Μεταφορά των δυνάμεων από τη θέση P στο ΚΕΣ, όπου προκαλείται και ροπή M .

Η στροφή ϕ και οι μετακινήσεις $u_{ΚΕΣ}$, $v_{ΚΕΣ}$ του ΚΕΣ για τη δεδομένη φόρτιση θα δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις:

$$\varphi = \frac{M}{D_\varphi} = \frac{F_y \cdot \bar{x}_p - F_x \cdot \bar{y}_p}{D_\varphi}$$

$$u_{\text{ΚΕΣ}} = \frac{F_x}{D_x}, \quad v_{\text{ΚΕΣ}} = \frac{F_y}{D_y}$$

Όπου η ροπή M και η στρόφη φ θεωρούνται θετικές όταν είναι αριστερόστροφες.

Οι μετακινήσεις u_Σ , v_Σ κάποιου σημείου Σ του διαφράγματος θα δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις:

$$u_\Sigma = \frac{F_x}{D_x} - \bar{y}_\Sigma \cdot \varphi, \quad v_\Sigma = \frac{F_y}{D_y} + \bar{x}_\Sigma \cdot \varphi$$

Αν όπου Σ ορίσουμε το κέντρο βάρους ενός υποστυλώματος, θα λάβουμε τις μετακινήσεις του εν λόγω υποστυλώματος και με τον τρόπο αυτό μπορούμε να βρούμε τις μετακινήσεις u , v όλων των υποστυλωμάτων της κατασκευής.

7. Εύρεση τεμνουσών δυνάμεων και ροπών κάμψης ενός υποστυλώματος

Οι τέμνουσες δυνάμεις V_{xi} , V_{yi} ενός υποστυλώματος i δίνονται από τις σχέσεις:

$$V_{xi} = K_{xi} \cdot u_i, \quad V_{yi} = K_{yi} \cdot v_i$$

Όπου K_{xi} , K_{yi} οι δυσκαμψίες του υποστυλώματος i κατά x και y αντίστοιχα (έχουν υπολογιστεί ήδη) και u_i , v_i οι μετακινήσεις του υποστυλώματος κατά x και y αντίστοιχα, που έχουν βρεθεί στο προηγούμενο βήμα. Οι τέμνουσες δυνάμεις V_{xi} , V_{yi} που βρέθηκαν παραπάνω αναφέρονται στην κορυφή του υποστυλώματος. Στη βάση του υποστυλώματος οι τέμνουσες (αντιδράσεις) θα έχουν τα αντίθετα πρόσημα.

Οι ροπές κάμψης M_{yi} , M_{xi} ενός υποστυλώματος i εξαρτώνται από τις συνθήκες στήριξης του υποστυλώματος. Για «αμφίπακτο» υποστυλόμε, δίνονται από τις σχέσεις:

$$M_{yi} = \frac{V_{xi} \cdot h}{2}, \quad M_{xi} = \frac{V_{yi} \cdot h}{2}$$

Για «μονόπακτο» υποστυλόμε (όπου επιτρέπεται η στρόφη στο πάνω μέρος του), δίνονται από τις σχέσεις:

$$M_{yi} = V_{xi} \cdot h, \quad M_{xi} = V_{yi} \cdot h$$

Προσοχή στο ότι με τον όρο M_{yi} εννοούμε ροπή κάμψης κατά y η οποία προκαλείται από δύναμη κατά x , σύμφωνα με τον κανόνα του δεξιού χεριού, δηλαδή $M_{yi} = M_{\text{λόγω } V_{xi}}$. Αντίστοιχα $M_{xi} = M_{\text{λόγω } V_{yi}}$.