

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ



ΑΝΩΤΑΤΗ ΣΧΟΛΗ ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΗΣ  
ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

— ΑΣΠΑΙΤΕ —

---

ΤΜΗΜΑ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΩΝ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ &  
ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΩΝ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

**Καταστατικές Εξισώσεις και Σχεδίαση Συστήματος  
Ελέγχου Ενεργού Ισχύος / Συχνότητας ('P-f') σε  
Σύστημα Ηλεκτρικής Ενέργειας με Μία Περιοχή  
Ελέγχου**

**Πτυχιακή Εργασία**

**Φοιτητής: Καραμίχας Ιωάννης**

**ΑΜ: 201200897**

**ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ: ΕΚΠ/ΚΩΝ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**

Επιβλέπων Καθηγητής

**Δρ. Δρίτσας Λεωνίδας**  
**Καθηγητής Εφαρμογών**

**Ημερομηνία: Παρασκευή 24 Μαρτίου 2017**

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ



ΑΝΩΤΑΤΗ ΣΧΟΛΗ ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΗΣ  
ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

— ΑΣΠΑΙΤΕ —

ΤΜΗΜΑ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΩΝ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ &  
ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΩΝ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

# **State Equations and control system design for Active Power / Frequency ( 'P-f' ) in Power System with single control area**

**Degree Thesis**

**Student: Karamichas Ioannis**

**Registration Number: 201200897**

**Degree Option: Electrical Engineering Educators**

Supervisor

**Dr. Dritsas Leonidas**

**Lecturer**

**Date: Friday 24 of March 2017**

.....:

**Καραμίχας Κ. Ιωάννης**

**Copyright © Καραμίχας Κ. Ιωάννης, 27 Μαρτίου 2017**

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος, All rights reserved

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις της Α.Σ.ΠΑΙ.Τ.Ε. .

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ



ΑΝΩΤΑΤΗ ΣΧΟΛΗ ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΗΣ  
ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

— ΑΣΠΑΙΤΕ —

ΤΜΗΜΑ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΩΝ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ &  
ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΩΝ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

## Καταστατικές Εξισώσεις και Σχεδίαση Συστήματος Ελέγχου Ενεργού Ισχύος / Συχνότητας ('P-f') σε Σύστημα Ηλεκτρικής Ενέργειας με Μία Περιοχή Ελέγχου

### Πτυχιακή Εργασία

Επιβλέπων Καθηγητής  
Δρ. Δρίτσας Λεωνίδας  
Καθηγητής Εφαρμογών

.....  
Εξεταστής  
Δρ. Τορτορέλη Μαρίνα  
Καθηγήτρια

.....  
Εξεταστής  
Δρ. Βασιλάκη Μαρίνα  
Επίκουρος Καθηγήτρια

.....  
Εξεταστής  
Δρ. Δρίτσας Λεωνίδας  
Καθηγητής Εφαρμογών

Ημερομηνία: Δευτέρα 27 Μαρτίου 2017

### Λέξεις Κλειδιά

Βρόχος Ενεργού Ισχύος/Συχνότητας 'P-f', Σύστημα μίας περιοχής ελέγχου, Σφάλμα συχνότητας, Σύστημα ανοιχτού Βρόχου, Σύστημα κλειστού Βρόχου, Χαρακτηριστικό Πολύωνυμο, Ιδιοτιμές, Ρίζες, Σχεδιασμός ελεγκτή «LQI»

### Keywords

Active Power/Frequency 'P-f' Loop, Single Area Control System, Frequency Error, Open Loop System, Close Loop System, Characteristic Polynomial, Eigenvalues, Roots, Design "LQI" controller

## Περίληψη

Στην εργασία αυτή μας απασχολεί ο σχεδιασμός γραμμικών ελεγκτών κλειστού βρόχου για τον έλεγχο ενεργού ισχύος – συχνότητας (P-f) συστήματος μιας περιοχής ελέγχου. Το σημείο εκκίνησης είναι η διαπίστωση ότι το ανοιχτό σύστημα παρότι ευσταθές δεν ικανοποιεί βασικές τεχνολογικές προδιαγραφές με κυριότερη την μόνιμη απόκλιση της συχνότητας από την επιθυμητή τιμή των 50 Hz όταν το σύστημα διαταράσσεται από βηματική διαταραχή φορτίου. Καθίσταται λοιπόν φανερή η ανάγκη σχεδιασμού ελεγκτή κλειστού βρόχου (ο οποίος απαραιτήτως θα περιέχει ολοκληρωτική δράση) με σκοπό την ικανοποίηση των παρακάτω τριών βασικών σχεδιαστικών στόχων:

- μηδενισμό της απόκλισης της συχνότητας από την ονομαστική τιμή των 50Hz
- βελτίωση των επιδόσεων του συστήματος με κριτήρια τον χρόνο αποκατάστασης και την υπερύψωση.
- οι δύο προηγούμενοι στόχοι να επιτευχθούν χωρίς να παραβιάζουν τα δύο μη γραμμικά στοιχεία τύπου κορεσμού.

Τους τρεις παραπάνω σχεδιαστικούς στόχους επιχειρήσαμε να τους ικανοποιήσουμε σχεδιάζοντας γραμμικούς ελεγκτές προκαθορισμένης αρχιτεκτονικής και συγκεκριμένα

- i) ελεγκτή ενός βαθμού ελευθερίας με καθαρή ολοκληρωτική δράση (ανατροφοδότηση του ολοκληρώματος εξόδου)
- ii) ελεγκτή δύο βαθμών ελευθερίας με ολοκληρωτική δράση και ανατροφοδότηση κατάστασης.

Απεδείχθη μέσω εκτεταμένων προσομοιώσεων πως ο πρώτος ελεγκτής αδυνατεί να ικανοποιήσει τους τρεις σχεδιαστικούς στόχους, ενώ ο δεύτερος με κατάλληλη ρύθμιση (tuning) είναι δυνατόν αν τους ικανοποιήσει, ενώ ο σχεδιασμός του μπορεί να συστηματοποιηθεί χρησιμοποιώντας μεθοδολογίες βέλτιστου ελέγχου (LQR/LQI).

## Abstract

In this thesis we are concerned with the design of linear feedback controllers for the “P–f” (Active Power - Frequency) loop of single area power systems. The starting point of our work is that the realization that although the open-loop system is stable, a simple “P-type” droop control is not satisfactory and offers no guarantees for regulation of the frequency around its nominal value of 50 Hz in the presence of a constant but unknown load disturbance. Classical control theory has shown that for this purpose, an extra feedback loop containing integral action is necessary must be added. The three design objectives are:

- zero steady state frequency error
- improved performance measured mainly via the settling time (decay rate) and the overshoot/undershoot
- respecting the unavoidable saturation nonlinearities in the speed governor and the turbine/generator pair.

We thus start by investigating the use of the following two control architectures:

- i) 1-Degree-of-Freedom purely integral action on the output deviation
- ii) 2-Degree-of-Freedom integral action and state feedback.

It is shown that the first control architecture (“1-Degree-of-Freedom purely integral action”) can fully satisfy the “zero steady state error” design objective but not the performance and saturation criteria. It is accordingly shown that the second architecture (“2-Degree-of-Freedom integral action and state feedback”) if properly tuned can satisfy all three design criteria. Systematic tuning can be achieved using “LQR/LQI” methodologies.

Extensive simulation results prove the previous claims and demonstrate the superiority of the proposed “LQI” methodology.

## Πίνακας Περιεχομένων

Λέξεις Κλειδιά.....	4
Keywords.....	4
Περίληψη.....	5
Abstract .....	6
Πίνακας Περιεχομένων .....	7
Πρόλογος.....	9
Ευχαριστίες.....	10
Κεφάλαιο 1 – Εισαγωγή & Διατύπωση του προβλήματος.....	11
1.1 Εισαγωγή – Στόχοι Κεφαλαίου .....	11
1.2 Διατύπωση Προβλήματος .....	11
1.3 Ηλεκτρικό Δίκτυο.....	11
1.4 Δομή Δικτύου Ενέργειας.....	13
1.5 Μία περιοχή Ελέγχου .....	14
1.6 Βασικές Αρχές Ελέγχου Ενεργού και Άεργου Ισχύος .....	14
1.7 Ευστάθεια Συστήματος Ηλεκτρικής Ενέργειας.....	14
1.8 Περιγραφή Ελέγχου Συστήματος Ηλεκτρικής Ενέργειας .....	15
1.9 Δυναμική Αλληλεπίδραση των βρόχων Pf – QV .....	15
Κεφάλαιο 2 - Μαθηματική Μοντελοποίηση και Ανάλυση Ευστάθειας Συστήματος με μία περιοχή ελέγχου.....	17
2.1 Μεθοδολογία Μοντελοποίησης.....	17
2.2 Μοντέλο Ρυθμιστή Ταχύτητας .....	17
2.3 Μαθηματικό Μοντέλο Στροβίλου .....	20
2.4 Σύστημα μίας περιοχής ελέγχου.....	21
2.4.1 Κατάστρωση συναρτήσεων μεταφοράς για το ανοικτό σύστημα .....	24
2.4.2 Κατάστρωση καταστατικών εξισώσεων για το ανοικτό σύστημα .....	25
2.5 Φαινόμενα κορεσμού στον ρυθμιστή ταχύτητας και την στροβιλογεννήτρια .....	28
2.6 Ανάλυση ευστάθειας και Μονίμου καταστάσεως για το ανοικτό σύστημα - Εντολή Ελέγχου $\Delta P_e=0$ .....	29
2.6.1 Αριθμητικό Παράδειγμα με Ρεαλιστικές ανά μονάδα (pu) τιμές παραμέτρων - Ανάλυση Ευστάθειας .....	29
2.6.2 Χρονική Απόκριση (μόνιμη και μεταβατική) στο ανά μονάδα (pu) σύστημα .....	31
2.6.3 Αριθμητικό Παράδειγμα με Ρεαλιστικές πραγματικές (actual) τιμές παραμέτρων - Ανάλυση Ευστάθειας .....	38
2.6.4 Χρονική Απόκριση (μόνιμη και μεταβατική) με πραγματικές (actual) τιμές.....	39
2.6.5 Πειράματα Προσομοίωσης.....	46



Κεφάλαιο 3 – Σχεδιασμός Ελεγκτή κλειστού βρόχου με καθαρή ολοκληρωτική δράση για Σύστημα μίας περιοχής ελέγχου.....	48
3.1 Σχεδιασμός μέσω Συναρτήσεων Μεταφοράς ελεγκτή με ολοκληρωτική δράση.....	49
3.2 Σχεδιασμός μέσω Καταστατικών Εξισώσεων ελεγκτή με ολοκληρωτική δράση.....	52
3.3 Πειράματα Προσομοίωσης.....	56
3.3.1 Προσομοίωση για $K_i=100$ .....	56
3.3.2 Προσομοίωση για $K_i=200$ .....	58
3.3.3 Προσομοίωση για $K_i=320$ .....	60
3.4 $K_{i,critical}$ , η τιμή που ξεχωρίζει την ευστάθεια από την αστάθεια.....	62
3.4.1 Γεωμετρικός τόπος ριζών.....	62
3.4.2 Η μέθοδος της διχοτόμου.....	63
Κεφάλαιο 4 – Σχεδιασμός Ελεγκτή Κλειστού Βρόχου με ολοκληρωτική δράση και ανατροφοδότηση κατάστασης για Σύστημα μίας Περιοχής Ελέγχου.....	66
4.1 Θεωρητικός Σχεδιασμός Ελεγκτή με ολοκληρωτική δράση και ανατροφοδότηση κατάστασης.....	66
4.2 Θεωρητική Απόδειξη της ικανότητας του ελεγκτή να απορρίπτει σταθερές άγνωστες διαταραχές.....	67
4.3 Εφαρμογή της μεθοδολογίας στο Σύστημα μίας Περιοχής Ελέγχου – Συναρτήσεις Μεταφοράς.....	69
4.4 Εφαρμογή της μεθοδολογίας στο Σύστημα μίας Περιοχής Ελέγχου – Καταστατικές Εξισώσεις.....	73
4.5 Πειράματα Προσομοίωσης.....	77
Κεφάλαιο 5 – Ανακεφαλαίωση – Συμπεράσματα - Μελλοντική Έρευνα.....	80
5.1 Ανακεφαλαίωση.....	80
5.2 Συμπεράσματα.....	80
5.3 Μελλοντική Έρευνα.....	81
Παράρτημα Α – Κώδικες σε περιβάλλον MATLAB.....	82
Α1. Ενότητες 2.6.1, 2.6.3 και 3.1 – Ρίζες.....	82
Α2. Ενότητες 2.6.1, 2.6.3 και 3.2 – Ιδιοτιμές.....	83
Α3. Ενότητα 3.4.1 – $\sigma$ -locus.....	84
Α4. Ενότητες 4.3 και 4.4 – Ιδιοτιμές και ρίζες.....	85
Α5. Ενότητα 2.6.5 – Πειράματα Προσομοίωσης.....	86
Α6. Ενότητα 3.3 – Πειράματα Προσομοίωσης.....	91
Α7. Ενότητα 4.5 – Πειράματα Προσομοίωσης.....	97
Βιβλιογραφία.....	102

## Πρόλογος

Η μελέτη αυτή αποτελεί την πτυχιακή μου εργασία για την απόκτηση του πτυχίου του Εκπαιδευτικού Ηλεκτρολόγου Μηχανικού της ΑΣΠΑΙΤΕ. Ο σκοπός της παρούσας εργασίας είναι να σχεδιαστεί ένας ελεγκτής αυτομάτου ελέγχου ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας (ΣΗΕ) μιας περιοχής. Για τον σχεδιασμό αυτό βρέθηκαν και υπολογίστηκαν κατάλληλες τιμές των παραμέτρων του ελεγκτή οι οποίες ικανοποιούν βασικούς σχεδιαστικούς στόχους. Για να επιτευχθεί η αξιόπιστη λειτουργία του ελεγκτή, αναπτύχθηκαν και εφαρμόστηκαν διάφορες τεχνικές σχεδίασης. Με βάση τις τεχνικές σχεδιασμού επιβεβαιώθηκε η εγκυρότητα της λειτουργίας του ελεγκτή.

Στο πρώτο κεφάλαιο εισάγονται βασικές αρχές και λειτουργίες του ελεγχόμενου ΣΗΕ, εξηγούνται βασικές έννοιες των στροβιλογεννητριών του ΣΗΕ τις οποίες ο αναγνώστης θα βρει χρήσιμες και απαραίτητες για την κατανόηση του προβλήματος αυτομάτου ελέγχου που αναπτύσσεται στα επόμενα κεφάλαια.

Στο δεύτερο κεφάλαιο γίνεται η μαθηματική μοντελοποίηση και ανάλυση της ευστάθειας για μια περιοχή ελέγχου ενός ΣΗΕ. Αναλυτικότερα, εισάγονται οι έννοιες των βαθμίδων κορεσμού. Περαιτέρω, σχεδιάζονται και διατυπώνονται συναρτήσεις μεταφοράς και καταστατικές εξισώσεις του συστήματος ελέγχου ανοικτού βρόχου καθώς και η χρονική απόκρισή του.

Στο τρίτο κεφάλαιο γίνεται η προσθήκη ενός ελεγκτή καθαρής ολοκληρωτικής δράσης, επανασχεδιάζονται και επαναδιατυπώνονται οι συναρτήσεις μεταφοράς και οι καταστατικές εξισώσεις. Αναλυτικότερα, προσεγγίζεται η βασική παράμετρος ελέγχου ενός τέτοιου ελεγκτή ( $K_i$ ) και η ανώτερη κρίσιμη τιμή αυτού για ευσταθή λειτουργία του ελεγκτή.

Στο τέταρτο κεφάλαιο περιγράφεται θεωρητικά ένας ολοκληρωτικός ελεγκτής κλειστού βρόχου ανατροφοδοτούμενης κατάστασης. Επίσης, αποδεικνύεται η ικανότητα του να απορρίπτει σταθερές άγνωστες διαταραχές. Τέλος, καταστρώνονται εκ νέου οι καταστατικές εξισώσεις του συστήματος κλειστού βρόχου.

Στο πέμπτο και τελευταίο κεφάλαιο γίνεται γενικότερος σχολιασμός των αποτελεσμάτων, εξάγονται βασικά συμπεράσματα και προτείνεται περαιτέρω ερευνητική εργασία.

## Ευχαριστίες

Στο σημείο αυτό, ως είθισται, θα ήθελα να αποδώσω τις ευχαριστίες μου. Αρχικά, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Δρ. Δρίτσα Λεωνίδα για την τιμή που μου έκανε, να μου εμπιστευθεί ένα από τα θέματά του για την εκπόνηση της πτυχιακής μου εργασίας. Επιπλέον, μου στάθηκε σε όποιο πρόβλημα αντιμετώπισα κατά την διαδικασία συγγραφής της εργασίας αυτής καθώς και για τις συμβουλές και την καθοδήγησή του.

Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω τα άλλα δύο μέλη τις τριμελούς εξεταστικής επιτροπής, Δρ. Τορτορέλη Μαρίνα και Δρ. Βασιλάκη Μαρίνα για τον κόπο τους να εξετάσουν την πτυχιακή μου εργασία καθώς και για την συνεργασία που είχα με την καθεμία ξεχωριστά κατά την διάρκεια των μαθημάτων τους.

Ακόμη ένα ευχαριστώ θα ήθελα να πω σε όλο το διδακτικό και μη προσωπικό της σχολής όπως επίσης και στους συμφοιτητές μου, για τις καλές αλλά και για τις άσχημες στιγμές αυτής της πενταετούς παρουσίας μου στην Α.Σ.ΠΑΙ.Τ.Ε.. Διότι, όλοι τους μαζί αλλά και ο καθένας τους ξεχωριστά μου έδωσαν ένα μάθημα πέρα από τα θρανία, ένα μάθημα που διδάσκεται στο σχολείο της ζωής.

Τέλος, θα ευχαριστήσω θερμά την οικογένειά μου και τους φίλους μου για την συμπαράσταση, την καθοδήγηση αλλά και την ανοχή τους.

## Κεφάλαιο 1 – Εισαγωγή & Διατύπωση του προβλήματος

### 1.1 Εισαγωγή – Στόχοι Κεφαλαίου

Σκοπός του κεφαλαίου αυτού είναι να δούμε το πρόβλημα που μας απασχόλησε ώστε να πραγματοποιήσουμε αυτήν την εργασία. Επίσης, θα δούμε κάποιες απλές έννοιες όπου χρειαζόμαστε για την καλύτερη κατανόηση της παρούσας εργασίας. Προφανώς, και στην πορεία των διαφόρων κεφαλαίων και ενοτήτων θα υπάρξουν αρκετές ακόμα επεξηγήσεις.

### 1.2 Διατύπωση Προβλήματος

Το πρόβλημα το οποίο αντιμετωπίζεται είναι η σχεδίαση ενός γραμμικού ελεγκτή κλειστού βρόχου για σύστημα μίας περιοχής ελέγχου ενός ΣΗΕ ώστε να ικανοποιούνται οι παρακάτω τρεις σχεδιαστικοί στόχοι (control objectives):

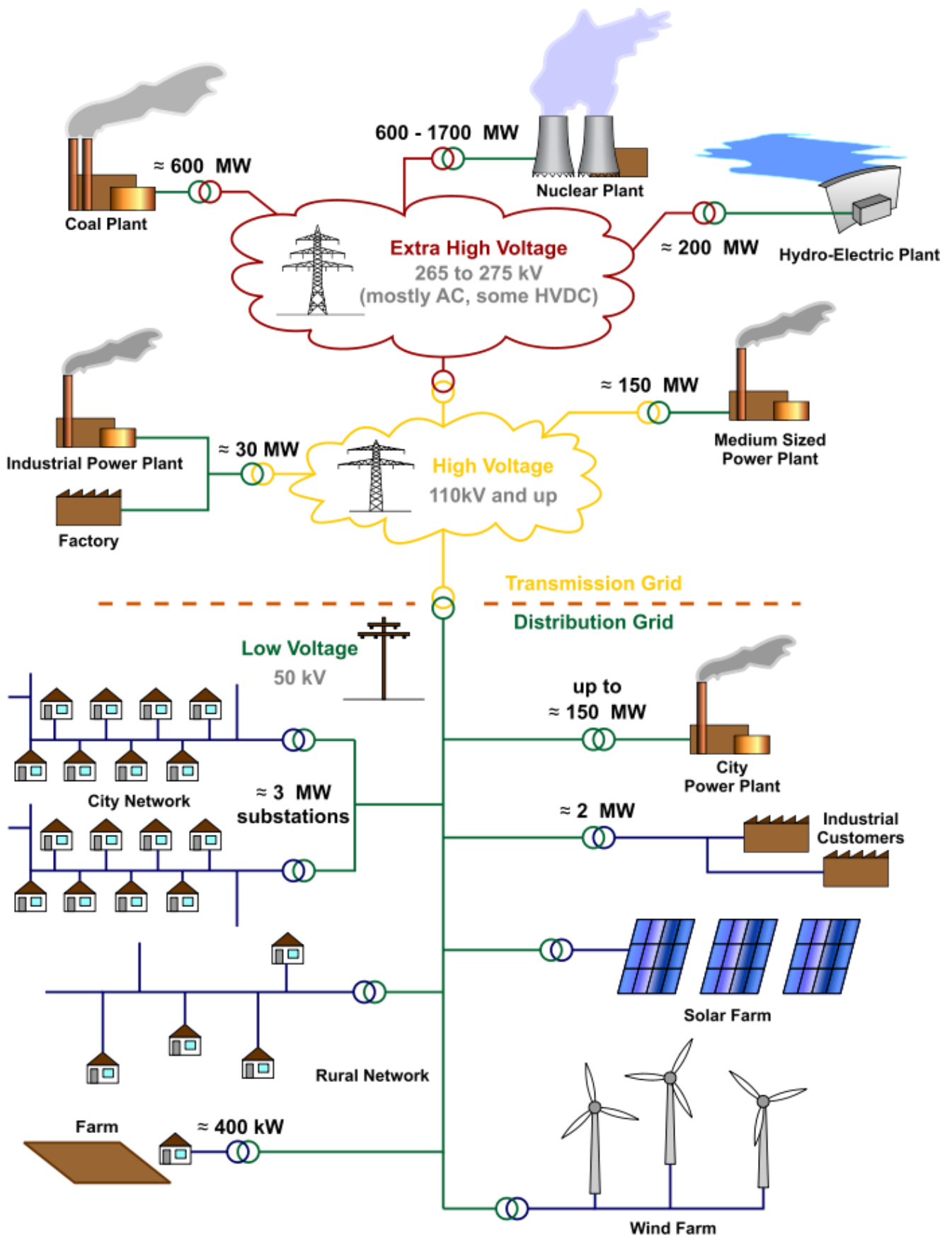
- μηδενικό σφάλμα μόνιμης κατάστασης (zero steady state error) στην χρονική απόκριση της συχνότητας
- επιδόσεις (performance) δηλαδή χρόνος αποκατάστασης, χρόνος ανύψωσης, υπερύψωση
- ικανοποίηση των δυο παραπάνω στόχων σεβόμενοι τους περιορισμούς που εισάγουν οι δύο βαθμίδες κορεσμού (respect saturation)

### 1.3 Ηλεκτρικό Δίκτυο

Το ηλεκτρικό δίκτυο είναι ένα διασυνδεδεμένο δίκτυο για την μεταφορά της ηλεκτρικής ενέργειας από τους παραγωγούς στους καταναλωτές.

Συνίσταται από τρία μέρη:

- Παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας: στα εργοστάσια παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας γίνεται η παραγωγή με χρήση ορυκτών καυσίμων (άνθρακα, φυσικού αερίου, βιομάζας) ή τον αέρα, το νερό, τα πυρηνικά καύσιμα και τον ήλιο.
- Μεταφορά ηλεκτρικής ενέργειας: οι γραμμές μεταφοράς μεταφέρουν την ενέργεια από τα εργοστάσια στα κέντρα ζήτησης.
- Διανομή ηλεκτρικής ενέργειας: η ενέργεια φτάνει στους υποσταθμούς, γίνεται υποβιβασμός της τάσης με τη βοήθεια μετασχηματιστών και μεταφέρεται μέσω των γραμμών διανομής, με περαιτέρω υποβιβασμό τάσης, γίνεται κατάλληλη για χρήση από οικιακά δίκτυα.



Εικόνα 1.3. Ένα τυπικό δίκτυο ηλεκτρικής ενέργειας

### 1.4 Δομή Δικτύου Ενέργειας

Ο έλεγχος αυτόματης παραγωγής και η βέλτιστη οικονομική λειτουργία είναι δύο βασικές λειτουργίες, που σχετίζονται με τον έλεγχο παραγωγής σε μεγάλα διασυνδεδεμένα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας. Συνήθως γειτονικά ηλεκτρικά συστήματα διασυνδέονται με μια ή περισσότερες ηλεκτρικές γραμμές, που ονομάζονται διασυνδετικές γραμμές (ties lines).

Περιοχές ελέγχου:

- Ονομαστική τιμή ηλεκτρικής συχνότητας

$$f_i = f_o, \quad \forall i = 1, 2, \dots, N \quad (1.4.1)$$

- Μεταβολές ηλεκτρικής συχνότητας

$$\Delta f_{\sigma ij}(t) = \Delta f_i(t), \quad \forall j = 1, 2, \dots, p_i \quad (1.4.2)$$

- Τάσεις ζυγών

$$u_i(t) = \sqrt{2} \left[ |V_i^o| + \Delta |V_i|(t) \right] \sin \left[ \omega^o t + \delta i^o + \Delta \delta_i(t) \right] \quad (1.4.3)$$

Διασυνδετικές γραμμές:

- Ονομαστική τιμή μεταφερόμενης ενεργού ισχύος

$$P_{tie,i} = P_{tie,i}^o, \quad \forall i = 1, 2, \dots, N \quad (1.4.4)$$

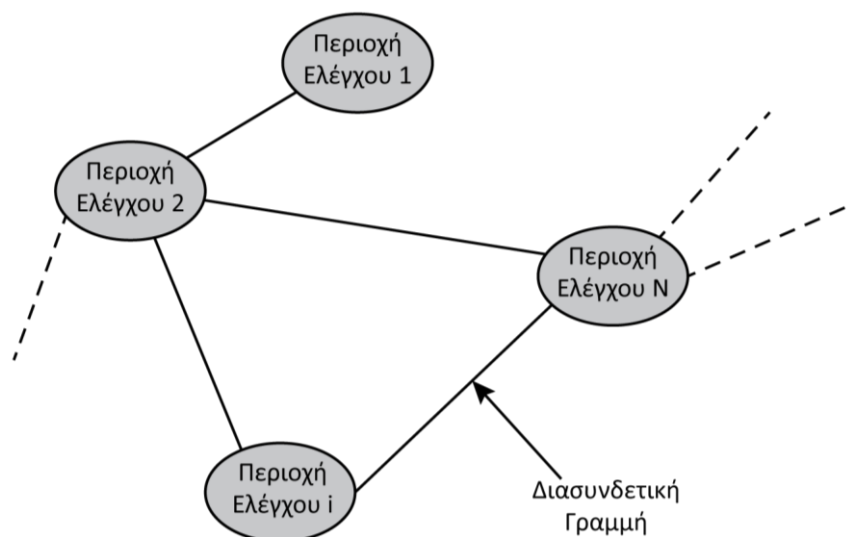
- Συνθήκη ασθενών διασυνδετικών γραμμών

$$P_{tie,i} \ll P_{Bi}, \quad \forall i = 1, 2, \dots, N \quad (1.4.5)$$

και  $P_{Bi}$  είναι η ονομαστική ισχύς [MW] της περιοχής  $i$

**Αποδεικνύεται ότι:**

$$\Delta f_i(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\Delta \delta_i(t)}{dt} \quad (1.4.6)$$



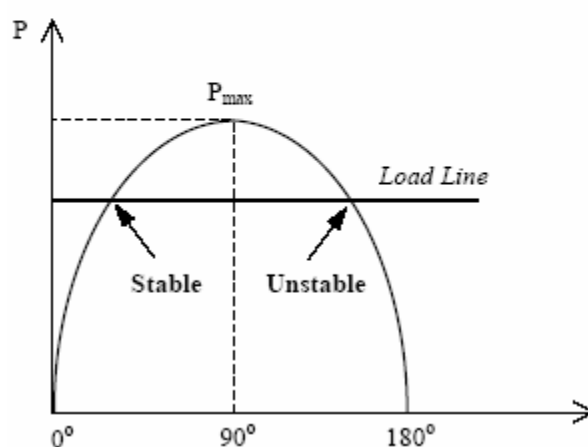
Εικόνα 1.4. 1 Διασυνδεδεμένα ηλεκτρικά συστήματα

### 1.5 Μία περιοχή Ελέγχου

Περιοχή Ελέγχου: είναι ένα κομμάτι ενός Συστήματος Ηλεκτρικής Ενέργειας στο οποίο όλες οι γεννήτριες υφίστανται τις ίδιες μεταβολές συχνότητας  $\Delta f$  δηλαδή, οι γεννήτριες ταλαντώνονται ως ενιαίο σύνολο.

### 1.6 Βασικές Αρχές Ελέγχου Ενεργού και Άεργου Ισχύος

Η ενεργός και άεργος ισχύς σε μια γραμμή μεταφοράς εξαρτάται από τα μέτρα των τάσεων αναχώρησης και άφιξης και από τις αντίστοιχες φασικές τους γωνίες τους καθώς και από την επαγωγική αντίδραση της γραμμής. Για να γίνει πιο ευκολότερη η κατανόηση των βασικών εννοιών περί της ροής ισχύος, χρησιμοποιούμε το απλό μοντέλο των δύο μηχανών, το οποίο φαίνεται στην εικόνα 1.6.1



Εικόνα 1.6. 1 Καμπύλη ενεργού ισχύος - γωνίας

### 1.7 Ευστάθεια Συστήματος Ηλεκτρικής Ενέργειας

Ευστάθεια ενός συστήματος είναι η ικανότητα του συστήματος να επιστρέφει σε κανονική κατάσταση λειτουργίας μετά από μία διαταραχή στην οποία υποβλήθηκε.

Ευστάθεια ενός Συστήματος Ηλεκτρικής Ενέργειας είναι η ευστάθεια των μηχανών του συστήματος. Σε ένα ΣΗΕ που λειτουργεί στην μόνιμη κατάσταση, οι μηχανές του συστήματος λειτουργούν σε συγχρονισμό μεταξύ τους και η μεταφερόμενη ενεργός ισχύς προσδιορίζει τις σχετικές γωνίες των δρομέων τους.

Μία μεταβολή σε ένα ΣΗΕ μπορεί να επιφέρει:

- μεταβολή της ροής ενεργού ισχύος μεταξύ των μηχανών
- ταλάντωση του δρομέα κάθε μηχανής ως προς τους άλλους δρομείς
- διακύμανση των τάσεων του ΣΗΕ

Ένα Σύστημα Ηλεκτρικής Ενέργειας είναι ευσταθές όταν μετά από μία διαταραχή όλες οι μηχανές επιστρέφουν σε κατάσταση συγχρονισμού (μετά από ένα διάστημα που χαρακτηρίζεται από μηχανικές και ηλεκτρικές ταλαντώσεις).

Ένα Σύστημα Ηλεκτρικής Ενέργειας είναι ασταθές όταν μετά από μία διαταραχή, τουλάχιστον μία από τις μηχανές του συστήματος βρίσκεται εκτός συγχρονισμού.

Η ευστάθεια ενός ΣΗΕ διακρίνεται σε:

- ευστάθεια μόνιμης κατάστασης
- ευστάθεια μεταβατικής κατάστασης



Ένα συγχρονισμένο ΣΗΕ έχει ευστάθεια μόνιμης κατάστασης εάν, μετά από μία μικρή και αργή διαταραχή, μπορεί να επανακτήσει τον συγχρονισμό και να τον διατηρήσει.

Αργή, είναι μία διαταραχή η οποία μπορεί να ολοκληρώνεται σε χρόνο μεγαλύτερο από τις χρονικές σταθερές των μηχανών, των ρυθμιστών των στροβίλων και των αυτόματων ρυθμιστών τάσης. Αργές διαταραχές είναι οι φυσιολογικές (μικρές) διακυμάνσεις του φορτίου, η δράση των ρυθμιστών των στροβίλων (P-f) και η δράση των αυτόματων ρυθμιστών τάσης (Q-V).

Ένα συγχρονισμένο ΣΗΕ έχει ευστάθεια μεταβατικής κατάστασης εάν μετά από μία μεγάλη και απότομη διαταραχή μπορεί να επανακτήσει τον συγχρονισμό του αλλά και να τον διατηρήσει. Μεγάλες και απότομες διαταραχές θα μπορούσαν να είναι τα σφάλματα, οι αποξεύξεις, μεγάλες αυξομειώσεις ισχύος και οι χειρισμοί διακοπών.

Ως όριο ευστάθειας ενός ΣΗΕ ορίζεται η μέγιστη ενεργός ισχύς μόνιμης κατάστασης που μπορεί να μεταφερθεί από το σύστημα χωρίς απώλεια της ευστάθειας. Το όριο της ευστάθειας εξαρτάται από το μέγεθος, την μορφή αλλά και την θέση της διαταραχής. Ανάλογα με την φύση και την διάρκεια της διαταραχής τα μηχανικά φαινόμενα που δημιουργούνται στους δρομείς των σύγχρονων γεννητριών του συστήματος μπορεί να αποσβεστούν μέσα σε 1 δευτερόλεπτο ή να συνεχίσουν να υφίστανται για μερικά ακόμη δευτερόλεπτα ή ακόμα και λεπτά. Στην δεύτερη περίπτωση, είναι δυνατό να έχουμε επανάκτηση του συγχρονισμού αλλά και να οδηγηθούμε στην κατάρρευση του συστήματος.

## 1.8 Περιγραφή Ελέγχου Συστήματος Ηλεκτρικής Ενέργειας

Τα συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας αποτελούνται από πολλές μονάδες παραγωγής, τις γραμμές μεταφοράς και διανομής και από τα φορτία. Η συνολική ζήτηση της ισχύος που καλούνται να καλύψουν μεταβάλλεται συνεχώς κατά την διάρκεια της ημέρας. Οι μεγάλες αργές μεταβολές στη ζήτηση της ισχύος ικανοποιούνται κεντρικά, αποφασίζοντας σε τακτά χρονικά διαστήματα κατάλληλη ένταξη μονάδων. Σε πιο μικρά διαστήματα η βέλτιστη οικονομική λειτουργία προσδιορίζει την πραγματική έξοδο ισχύος η οποία απαιτείται από κάθε μια από τις γεννήτριες (έλεγχος τρίτου επιπέδου-tertiary control). Οι άμεσες αλλαγές φορτίου αντιμετωπίζονται με τον Αυτόματο Έλεγχο της Παραγωγής (ΑΕΠ) έτσι ώστε να διατηρείται:

- η συχνότητα στην προκαθορισμένη τιμή (έλεγχος συχνότητας)
- η ανταλλαγή ενεργού ισχύος με γειτονικές περιοχές ελέγχου στις γραμμές διασύνδεσης σε προκαθορισμένες τιμές (tie-line control)
- ο καταμερισμός ισχύος ανάμεσα στις γεννήτριες παραγωγής κάθε περιοχής ελέγχου. Ο έλεγχος αυτός είναι γνωστός ως έλεγχος συχνότητας-φορτίου.

## 1.9 Δυναμική Αλληλεπίδραση των βρόχων Pf – QV

Γνωρίζουμε πως όταν παρατηρούνται μικρές μεταβολές, τότε δεν υπάρχει ισχυρή αλληλεπίδραση μεταξύ των βρόχων P-f και Q-V. Όταν όμως λαμβάνουν χώρα μεγάλες μεταβολές, τότε παρατηρείται σημαντική σύζευξη μεταξύ των δύο βρόχων ελέγχου, κυρίως για δύο λόγους:



1. Καθώς μεταβάλλεται το μέτρο της τάσης ζυγού, μεταβάλλεται και το πραγματικό φορτίο του ζυγού, λόγω της εξάρτησής του από την τάση, δηλαδή έχουμε  $\frac{\partial P_D}{\partial |V|} \neq 0$
2. Καθώς μεταβάλλεται το μέτρο της τάσης του ζυγού, μεταβάλλονται και οι συντελεστές συγχρονισμού των γραμμών, που συνδέονται στο ζυγό και άρα μεταβάλλεται και η πραγματική ισχύς που μεταφέρουν.

Μία δυναμική μεταβολή στο βρόχο Q-V επηρεάζει την ισορροπία πραγματικής ισχύος στο σύστημα, ενώ μια μεταβολή στο βρόχο P-f επηρεάζει πολύ λίγο την ισορροπία άεργου ισχύος στο σύστημα και τις τάσεις. Γενικά όμως ο βρόχος Q-V είναι πολύ ταχύτερος από το βρόχο P-f, λόγω των μηχανικών σταθερών αδράνειας που περιλαμβάνει ο βρόχος P-f. Συνεπώς, υποθέτουμε πως η μεταβατική περίοδος του βρόχου Q-V έχει ουσιαστικά περάσει πριν καν αρχίσει η δράση του βρόχου P-f και επομένως μπορούμε να αμελήσουμε τη σύζευξη μεταξύ των δύο βρόχων.

## Κεφάλαιο 2 - Μαθηματική Μοντελοποίηση και Ανάλυση Ευστάθειας Συστήματος με μία περιοχή ελέγχου

### 2.1 Μεθοδολογία Μοντελοποίησης

Θεωρούμε αποξευγμένους τους βρόχους  $P-f$  (μηχανικός) και  $Q-V$  (ηλεκτρικός), καθώς για τις αντίστοιχες σταθερές χρόνου ισχύει :  $\tau_{mech} \gg \tau_{electr}$

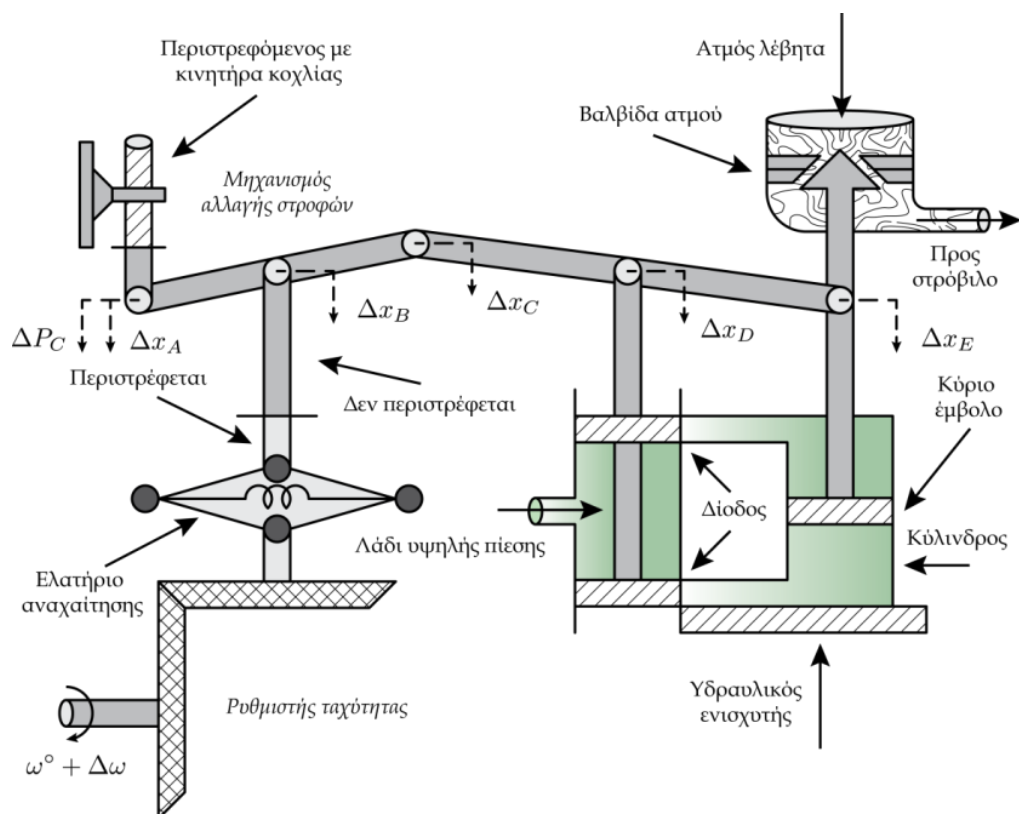
Θεωρούμε αμελητέες απώλειες ενεργού ισχύος επί της σύγχρονης γεννήτριας ή ισοδύναμα θεωρούμε τον αντίστοιχο βαθμό απόδοσης ίσο με τη μονάδα.

$$\eta_{Gi} = 1, \quad \forall i = 1, 2, \dots, N$$

Αγνοούμε την ηλεκτρική δυναμική συμπεριφορά της μηχανής  
Θεωρούμε ποσότητες ενεργού ισχύος σε [MW]

### 2.2 Μοντέλο Ρυθμιστή Ταχύτητας

Σε ένα σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας, παρατηρείτε συνεχής μεταβολή του φορτίου. Συνεπώς, για να μπορέσουμε να έχουμε ισορροπία μεταξύ της ζητούμενης από το σύστημα ισχύς και της ισχύς που παράγει η γεννήτρια, θα πρέπει το σύστημά μας να παρακολουθεί τις μεταβολές αυτές. Για να ελέγξουμε την ισχύ εξόδου μιας γεννήτριας, πρέπει να ήμαστε σε θέση να ελέγξουμε την μηχανική ισχύ εισόδου σε αυτήν. Για παράδειγμα, για να ελέγξουμε την μηχανική ισχύ σε έναν ατμοστρόβιλο, ρυθμίζουμε την ροή του ατμού σε αυτόν. Η συσκευή που ελέγχει τη ροή ατμού στον ατμοστρόβιλο ονομάζεται **ρυθμιστής ταχύτητας** (speed governor). Ο ρυθμιστής ταχύτητας ανακαλύπτει τις μεταβολές της γωνιακής ταχύτητας του στροβίλου και τις χρησιμοποιεί για να ρυθμίσει τη βαλβίδα τροφοδοσίας ατμού στον ατμοστρόβιλο. Θα υπολογίσουμε το δυναμικό μοντέλο αυτής της συσκευής και αργότερα θα το ενώσουμε με το δυναμικό μοντέλο του στροβίλου και της γεννήτριας για να δημιουργήσουμε το μαθηματικό μοντέλο του συστήματος που καθορίζει την ισχύ εξόδου της γεννήτριας και τη συχνότητα. Στην εικόνα 2.2.1 φαίνεται η σχηματική παράσταση του ρυθμιστή ταχύτητας που χρησιμοποιεί το φυγοκεντρικό ρυθμιστή του Watt.



Εικόνα 2.2. 1 Σχηματική παράσταση του ρυθμιστή ταχύτητας

Θα αναπτύξουμε το γραμμικό μοντέλο του ρυθμιστή ταχύτητας κοντά σε ένα ονομαστικό σημείο λειτουργίας. Όλες οι μεταβολές  $\Delta\omega$ ,  $\Delta x_A$ , ...,  $\Delta x_E$ , υποθέτουμε ότι είναι θετικές στις διευθύνσεις που δείχνονται. Επειδή τα σημεία A,B και C βρίσκονται σε ευθεία γραμμή, η θέση του C καθορίζεται από τις θέσεις των A και B. Έτσι για μικρές μεταβολές υπάρχουν θετικές σταθερές ώστε να ισχύουν οι γραμμικές σχέσεις: Προσεγγιστικές γραμμικές δυναμικές εξισώσεις:

$$\Delta x_C = K_B \Delta x_B - K_A \Delta x_A = K_1 \Delta f - K_2 \Delta P_C \quad (2.2.1)$$

Η γεωμετρική σταθερά  $K_B$  περιλαμβάνεται στο  $K_1$  μαζί με την ευαισθησία μεταβολής του ρυθμιστή Watt,  $\frac{\partial x_B}{\partial f}$ . Η γεωμετρική σταθερά  $K_A$  περιλαμβάνεται στη σταθερά  $K_2$

μαζί με το συντελεστή κλίμακας  $\frac{\partial x_A}{\partial P_C}$ .

Για τους ίδιους λόγους παίρνουμε την σχέση:

$$\Delta x_D = K_3 \Delta x_C + K_4 \Delta x_E \quad (2.2.2)$$

όπου  $K_3$  και  $K_4$  είναι θετικές σταθερές, που εξαρτώνται από την απόσταση των σημείων C,D και E.

Εξετάζουμε τώρα τη δυναμική του υδραυλικού ενισχυτή, δηλαδή τη σχέση μεταξύ της εισόδου  $\Delta x_D$  και της εξόδου  $\Delta x_E$ . Υποθέτουμε ότι το D κατεβαίνει κατά ένα μικρό ποσοστό, οπότε λάδι με ορισμένο ρυθμό ρέει στο κάτω μέρος του εμβόλου και το ανεβάζει με συγκεκριμένο ρυθμό. Για απλότητα υποθέτουμε ότι ο ρυθμός ροής του λαδιού από την είσοδο της οδηγού βαλβίδας είναι ανάλογος του  $\Delta x_D$ , οπότε η θέση του κυρίου εμβόλου  $\Delta x_E$  σχετίζεται με το  $\Delta x_D$  με την σχέση:

$$\frac{d\Delta x_E}{dt} = -K_5 \Delta x_D \quad (2.2.3)$$

όπου η θετική σταθερά  $K_5$  εξαρτάται από τη γεωμετρία του υδραυλικού ενισχυτή και την πίεση του λαδιού.

Υποθέτουμε ότι η μεταβατική περίοδος αρχίζει σε χρόνο  $t=0$  και το σύστημα αρχικά βρισκόταν στο ονομαστικό σημείο λειτουργίας. Σε αυτήν την περίπτωση έχουμε  $\Delta x_E(0^-) = 0$ . Αν πάρουμε τους μετασχηματισμούς Laplace των εξισώσεων 2.1, 2.2 και 2.3 και απαλείψουμε τις μεταβλητές  $\Delta x_C$  και  $\Delta x_D$  παίρνουμε την εξίσωση:

$$\begin{aligned} \Delta x_E(s) &= \frac{K_2 K_3 / K_4}{1 + s / K_4 K_5} (\Delta P_C(s) - \frac{K_1}{K_2} \Delta F(s)) = \\ &= \frac{K_g}{1 + T_g s} (\Delta P_C(s) - \frac{1}{R} \Delta F(s)) = G_g(s) (\Delta P_C(s) - \frac{1}{R} \Delta F(s)) \end{aligned} \quad (2.2.4)$$

όπου: Με κεφαλαία γράμματα συμβολίζουμε τους μετασχηματισμούς Laplace των χρονικών συναρτήσεων.

$R = \frac{K_2}{K_1}$  = ρύθμιση ταχύτητας, που οφείλεται στην δράση του ρυθμιστή ταχύτητας

$K_g = \frac{K_2 K_3}{K_4}$  = στατικό κέρδος του ρυθμιστή ταχύτητας

$T_g = \frac{1}{K_4 K_5}$  = χρονική σταθερά του ρυθμιστή ταχύτητας

$G_g(s) = \frac{K_g}{1 + T_g s}$  = συνάρτηση μεταφοράς του ρυθμιστή ταχύτητας

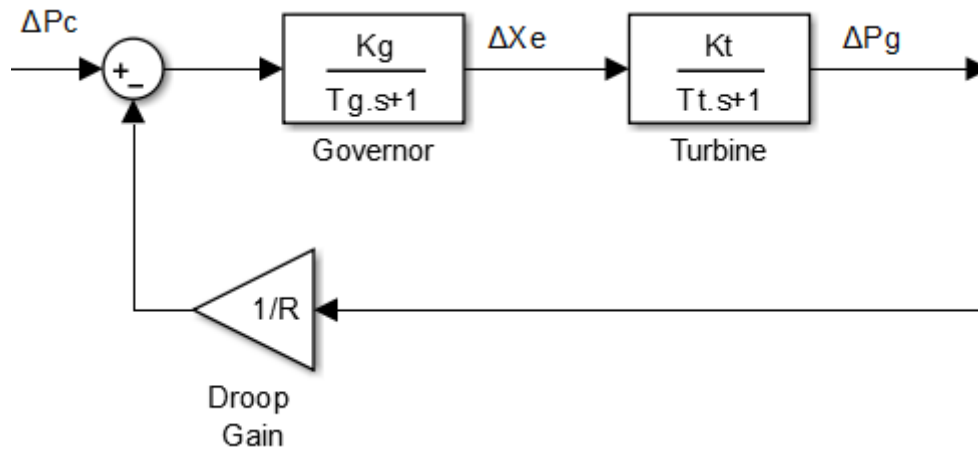
Οι τυπικές τιμές της χρονικής σταθεράς  $T_g$  είναι μικρότερες από 0.1 δευτερόλεπτα. Ο ρυθμιστής ταχύτητας στους υδροστροβίλους περιλαμβάνει έναν επιπλέον βρόχο ανατροφοδότησης για να παρέχει προσωρινή αντιστάθμιση και να αποτρέπει την αστάθεια. Το πρόβλημα αυτό στους υδροστροβίλους οφείλεται στην μεγάλη αδράνεια των υδατοθυρίδων, που ρυθμίζουν την ροή νερού στον στρόβιλο.

### 2.3 Μαθηματικό Μοντέλο Στροβίλου

Το απλούστερο μοντέλο ενός αμοστροβίλου **χωρίς αναθέρμανση** μπορεί να χαρακτηριστεί από έναν απλό συντελεστή κέρδους  $K_T$  και από μια απλή χρονική σταθερά  $T_T$ . Περιγράφεται ικανοποιητικά ως ένα γραμμικό χρονικά αμετάβλητο πρωτοτάξιο σύστημα.

Μπορούμε να το περιγράψουμε με την συνάρτηση μεταφοράς ( $n_G = 1$ )

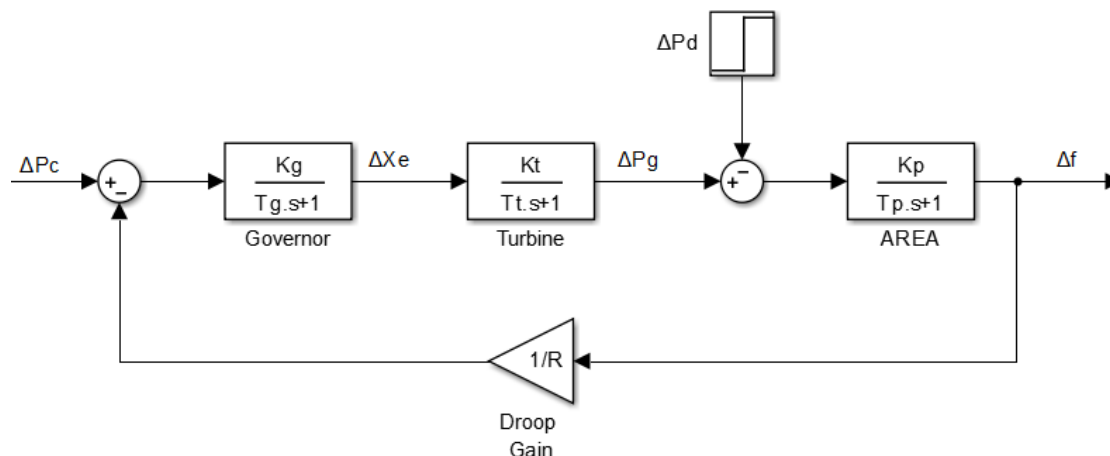
$$G_T(s) = \frac{\Delta P_G(s)}{\Delta x_E(s)} = \frac{K_T}{1 + T_T s} \quad (2.3.1)$$



Εικόνα 2.3. 1 Συναρτήσεις μεταφοράς στροβίλου χωρίς αναθέρμανση και του ρυθμιστή ταχύτητας

## 2.4 Σύστημα μίας περιοχής ελέγχου

Για να παρακολουθήσουμε τη δυναμική συμπεριφορά του βρόχου ελέγχου συστημάτων P-f, θα μελετήσουμε την περίπτωση μίας περιοχής ελέγχου, δηλαδή μιας περιοχής ελέγχου χωρίς διασυνδέσεις. Η παράσταση μιας απομονωμένης περιοχής ελέγχου φαίνεται στην Εικόνα 2.4.1



Εικόνα 2.4. 1 Σχηματική παράσταση μίας περιοχής ελέγχου

Για την ανάπτυξη του δυναμικού μοντέλου, που περιγράφει την μεταβολή της συχνότητας για μια περιοχή ελέγχου, υποθέτουμε πως προκαλείται μία μεταβολή του πραγματικού φορτίου  $\Delta P_D$  MW. Εξαιτίας της λειτουργίας του ρυθμιστή ταχύτητας του στροβίλου, η περιοχή μεταβάλλει την παραγωγή της κατά  $\Delta P_G$  MW. Συνεπώς, η καθαρή μεταβολή της ισχύος στην περιοχή είναι  $\Delta P_G - \Delta P_D$  MW και αυτή η μεταβολή καλύπτεται από το σύστημα με δύο τρόπους.

1. Με μεταβολή της κινητικής ενέργειας  $W_{κιν}$  με ρυθμό  $dW_{κιν} / dt$  που οδηγεί σε μεταβολή της συχνότητας κατά  $\Delta f$ .
2. Με μεταβολή του φορτίου. Όλα τα τυπικά φορτία (επειδή περιέχουν σε σημαντικό ποσοστό κινητήρες) υφίστανται μια μεταβολή με την ταχύτητα ή την συχνότητα που εκφράζεται από την χαρακτηριστική παράμετρο του φορτίου  $D = \partial P_D / \partial f$  MW/Hz. Η σταθερά D υπολογίζεται μόνο εμπειρικά και ονομάζεται συντελεστής αυτορύθμισης του φορτίου.

Την εξίσωση μεταβολών της ισχύος, μπορούμε να την εκφράσουμε με την παρακάτω μαθηματική σχέση.

$$\Delta P_G - \Delta P_D = \frac{dW_{κιν}}{dt} + D \cdot \Delta f_{νέο} \quad (2.4.1)$$

Και τώρα, μπορούμε να εκφράσουμε ως μεταβολή της συχνότητας  $\Delta f$  τον ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας.

Μεταβολή της κινητικής ενέργειας  $W_{κιν}$ : η συνολική κινητική ενέργεια  $W_{κιν}$  της περιοχής είναι ανάλογη με το τετράγωνο της ταχύτητας ή της συχνότητας και μπορεί να γραφεί:

$$W_{κιν} = \left( \frac{f_{vέο}}{f_{ov}} \right)^2 W_{κιν,ov} \quad (2.4.2)$$

όπου  $W_{κιν,ov}$  είναι η κινητική ενέργεια της περιοχής σε MWs ή MJ, μετρημένη στην ονομαστική συχνότητα  $f_{ov}$ . Αν  $f_{vέο}$  είναι η στιγμιαία συχνότητα της περιοχής, τότε ισχύει η σχέση:

$$f_{vέο} = f_{ov} + \Delta f_{vέο} \quad (2.4.3)$$

Γράφοντας όμως την σχέση (2.4.2) χρησιμοποιώντας την σχέση (2.4.3) προκύπτει η σχέση:

$$W_{κιν} = \left( \frac{f_{ov} + \Delta f_{vέο}}{f_{ov}} \right)^2 W_{κιν,ov} = \left[ 1 + 2 \frac{\Delta f_{vέο}}{f_{ov}} + \left( \frac{\Delta f_{vέο}}{f_{ov}} \right)^2 \right] W_{κιν,ov} \quad (2.4.4)$$

ο όρος όμως  $\Delta f_i$  είναι πολύ μικρός συνεπώς, το τετράγωνό του ακόμη μικρότερο για αυτόν τον λόγο, από την παραπάνω σχέση παραλείπουμε τον όρο δεύτερης τάξης.

$$W_{κιν} \approx \left( 1 + 2 \frac{\Delta f_{vέο}}{f_{ov}} \right) W_{κιν,ov} \quad (2.4.5)$$

Τώρα, εάν παραγωγίσουμε την παραπάνω σχέση, προκύπτει:

$$\frac{dW_{κιν}}{dt} = 2 \frac{W_{κιν,ov}}{f_{ov}} \frac{d\Delta f_{vέο}}{dt} \quad MW \quad (2.4.6)$$

Αντικαθιστώντας την σχέση (2.4.6) στην (2.4.1) και διαιρώντας με την συνολική ονομαστική ισχύ  $P_r$ , παίρνουμε την εξίσωση:

$$\Delta P_{G,pu} - \Delta P_{D,pu} = 2 \frac{H_{pu}}{f_{ov}} \frac{d\Delta f_{vέο}}{dt} + D_{pu} \cdot \Delta f_{vέο} \quad (2.4.7)$$

όπου  $\Delta P$  και  $D$  μετρούνται σε ανά μονάδα τιμές της  $P_r$  και η σταθερά:

$$H_{pu} = \frac{W_{κιν,ov}}{P_r} \quad (2.4.8)$$

που έχει διαστάσεις σε  $\text{sec} \cdot puMW$  και είναι η σταθερά αδράνειας του συστήματος, οι τιμές της μεταβάλλονται λίγο ανάλογα με το μέγεθος του συστήματος και κυμαίνονται μεταξύ 2 και 8  $\text{sec} \cdot puMW$ .

Αν πάρουμε τώρα τον μετασχηματισμό Laplace της εξίσωσης (2.4.7) καταλήγουμε στην εξής εξίσωση:

$$\begin{aligned} \Delta P_{G,pu}(s) - \Delta P_{D,pu}(s) &= 2 \frac{H_{pu}}{f_{ov}} s \cdot \Delta F_{pu}(s) + D_{pu} \cdot \Delta F_{pu}(s) \Rightarrow \\ \Rightarrow \Delta P_{G,pu}(s) - \Delta P_{D,pu}(s) &= \frac{1 + (2H_{pu} / f_{ov} D_{pu})s}{1 / D_{pu}} \Delta F_{pu}(s) \Rightarrow \\ \Rightarrow [\Delta P_{G,pu}(s) - \Delta P_{D,pu}(s)] G_{p,pu}(s) &= \Delta F_{pu}(s) \end{aligned} \quad (2.4.9)$$

Όπου

$$G_{p,pu} = \frac{1/D_{pu}}{1 + (2H_{pu} / f_{ov} D_{pu})s} \quad (2.4.10)$$

Αυτό μας θυμίζει την

$$G_{p,pu} = \frac{K_{p,pu}}{1 + T_{p,pu} s} \quad (2.4.11)$$

με

$$T_{p,pu} = \frac{2H_{pu}}{f_{ov} D_{pu}} \text{ sec} \quad (2.4.12)$$

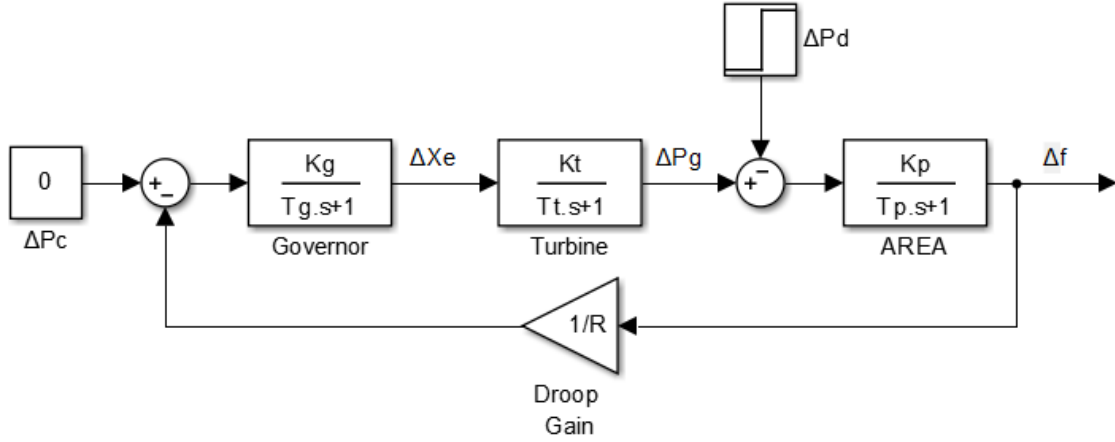
και

$$K_{p,pu} = \frac{1}{D_{pu}} \text{ Hz} / \text{ puMW} \quad (2.4.13)$$



### 2.4.1 Κατάστρωση συναρτήσεων μεταφοράς για το ανοικτό σύστημα

Όπως παρατηρούμε στο παρακάτω σύστημα, έχουμε δύο εισόδους και μία έξοδο. Η έξοδος είναι η μεταβολή της συχνότητας  $\Delta f$



Εικόνα 2.4. 2 Μία περιοχή ελέγχου με  $\Delta Pc=0$

$$TF_{open, pu}(s) = \frac{\Delta F_{pu}(s)}{\Delta P_{D, pu}(s)} = - \frac{G_{p, pu}}{1 + (1/R_{pu})G_{p, pu}(s)G_{gT}(s)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow TF_{open, pu}(s) = - \frac{\frac{K_{p, pu}}{1 + T_{p, pu}s}}{1 + \left(\frac{1}{R_{pu}}\right) \left(\frac{K_{p, pu}}{1 + T_{p, pu}s}\right) \left(\frac{K_g}{1 + T_g s}\right) \left(\frac{K_T}{1 + T_T s}\right)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow TF_{open, pu}(s) = - \frac{\frac{K_{p, pu}}{(1 + T_{p, pu}s)}}{\frac{R_{pu}(1 + T_{p, pu}s)(1 + T_g s)(1 + T_T s) + K_{p, pu} K_g K_T}{R_{pu}(1 + T_{p, pu}s)(1 + T_g s)(1 + T_T s)}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow TF_{open, pu}(s) = - \frac{K_{p, pu} R_{pu} (1 + T_g s)(1 + T_T s)}{R_{pu} (1 + T_{p, pu}s)(1 + T_g s)(1 + T_T s) + K_{p, pu} K_g K_T} \Rightarrow$$

$$TF_{open, pu} = - \frac{s^2 \cdot R_{pu} (K_{p, pu} T_g T_T) + s \cdot R_{pu} (K_{p, pu} T_g + K_{p, pu} T_T) + R_{pu} K_{p, pu}}{s^3 \cdot R_{pu} (T_{p, pu} T_g T_T) + s^2 \cdot R_{pu} (T_{p, pu} T_g + T_{p, pu} T_T + T_g T_T) + s \cdot R_{pu} (T_{p, pu} + T_g + T_T) + (R_{pu} + K_{p, pu} K_g K_T)}$$

#### 2.4.2 Κατάστρωση καταστατικών εξισώσεων για το ανοικτό σύστημα

Για να καταστρώσουμε τις καταστατικές εξισώσεις, ξεκινάμε με τον εντοπισμό των σημάτων εισόδου και εξόδου σε κάθε μεταβλητή ελέγχου.

Συνεπώς έχουμε:

$$\text{Governor: } \left\{ \begin{array}{l} \text{Είσοδος: } \Delta P_c(t) - \frac{1}{R_{pu}} \Delta f(t) = u(t) - \frac{1}{R_{pu}} X_1(t) \\ \text{Εξοδος: } \Delta X_E(t) = X_3(t) \end{array} \right\}$$

$$\text{Turbine: } \left\{ \begin{array}{l} \text{Είσοδος: } \Delta X_E(t) = X_3(t) \\ \text{Εξοδος: } \Delta P_G(t) = X_2(t) \end{array} \right\}$$

$$\text{Area: } \left\{ \begin{array}{l} \text{Είσοδος: } \Delta P_G(t) - \Delta P_{D,pu}(t) = X_2(t) - w(t) \\ \text{Εξοδος: } \Delta f(t) = X_1(t) \end{array} \right\}$$

Ο τρόπος για να περάσουμε από την αναπαράσταση μέσω συναρτήσεων μεταφοράς σε αναπαράσταση μέσω καταστατικών εξισώσεων για σύστημα 1<sup>ης</sup> τάξεως

$$G(s) = \frac{K}{1+T \cdot s} \text{ είναι:}$$

$$\dot{X} = -\frac{1}{T} X + \frac{K}{T} u, \text{ έχουμε:}$$

$$y = x$$

$$\dot{X}_1(t) = -\frac{1}{T_{p,pu}} X_1(t) + \frac{K_{p,pu}}{T_{p,pu}} (X_2(t) - w(t)) = -\frac{1}{T_{p,pu}} X_1(t) + \frac{K_{p,pu}}{T_{p,pu}} X_2(t) - \frac{K_{p,pu}}{T_{p,pu}} w(t)$$

$$\dot{X}_2(t) = -\frac{1}{T_T} X_2(t) + \frac{K_T}{T_T} X_3(t)$$

$$\dot{X}_3(t) = -\frac{1}{T_g} X_3(t) + \frac{K_g}{T_g} \left( u(t) - \frac{1}{R_{pu}} X_1(t) \right) = -\frac{1}{T_g} X_3(t) + \frac{K_g}{T_g} u(t) - \frac{K_g}{T_g R_{pu}} X_1(t)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \dot{X}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_{p,pu}} & \frac{K_{p,pu}}{T_{p,pu}} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_T} & \frac{K_T}{T_T} \\ -\frac{K_g}{T_g R_{pu}} & 0 & -\frac{1}{T_g} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{K_g}{T_g} \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} -\frac{K_{p,pu}}{T_{p,pu}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} w(t)$$

όπου

$$\dot{X}_{open} = A_{open} \cdot X_{open}(t) + B_{1,open} \cdot u(t) + B_{2,open} \cdot w(t)$$

$$|A_{open} - \lambda \cdot I| = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \det \left[ \begin{array}{ccc} -\frac{1}{T_{p,pu}} & \frac{K_{p,pu}}{T_{p,pu}} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_T} & \frac{K_T}{T_T} \\ -\frac{K_g}{R_{pu} \cdot T_g} & 0 & -\frac{1}{T_g} \end{array} \right] - \lambda \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \det \left[ \begin{array}{ccc} -\frac{1}{T_{p,pu}} & \frac{K_{p,pu}}{T_{p,pu}} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_T} & \frac{K_T}{T_T} \\ -\frac{K_g}{R_{pu} \cdot T_g} & 0 & -\frac{1}{T_g} \end{array} \right] - \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \det \left[ \begin{array}{ccc} -\frac{1}{T_{p,pu}} - \lambda & \frac{K_{p,pu}}{T_{p,pu}} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_T} - \lambda & \frac{K_T}{T_T} \\ -\frac{K_g}{R_{pu} \cdot T_g} & 0 & -\frac{1}{T_g} - \lambda \end{array} \right] = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left( -\frac{1}{T_{p,pu}} - \lambda \right) \cdot A_{11} - \left( \frac{K_{p,pu}}{T_{p,pu}} \right) \cdot A_{12} + 0 \cdot A_{13} = 0$$

$$A_{11} = \begin{vmatrix} -\frac{1}{T_T} - \lambda & \frac{K_T}{T_T} \\ 0 & -\frac{1}{T_g} - \lambda \end{vmatrix} = \left( -\frac{1}{T_T} - \lambda \right) \left( -\frac{1}{T_g} - \lambda \right) - 0 \cdot \left( \frac{K_T}{T_T} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A_{11} = \lambda^2 + \lambda \left( \frac{T_g + T_T}{T_g T_T} \right)$$

$$A_{12} = \begin{vmatrix} 0 & \frac{K_T}{T_T} \\ -\frac{K_g}{R_{pu} \cdot T_g} & -\frac{1}{T_g} - \lambda \end{vmatrix} = 0 \cdot \left( -\frac{1}{T_g} - \lambda \right) - \left( \frac{K_T}{T_T} \right) \left( -\frac{K_g}{R \cdot T_g} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A_{12} = \frac{K_g K_T}{R_{pu} T_g T_T}$$

$$\det|A - \lambda \cdot I| = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left( -\frac{1}{T_{p,pu}} - \lambda \right) \left( \lambda^2 + \lambda \left( \frac{T_g + T_T}{T_g T_T} \right) \right) - \left( \frac{K_{p,pu}}{T_{p,pu}} \right) \left( \frac{K_g K_T}{R_{pu} T_g T_T} \right) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\lambda^2 \frac{1}{T_{p,pu}} - \lambda^3 - \lambda \frac{T_g + T_T}{T_{p,pu} T_g T_T} - \lambda^2 \frac{T_g + T_T}{T_g T_T} - \frac{1}{T_{p,pu} T_g T_T} - \lambda \frac{1}{T_g T_T} - \frac{K_{p,pu} K_g K_T}{R_{pu} T_{p,pu} T_g T_T} = 0 \Rightarrow$$

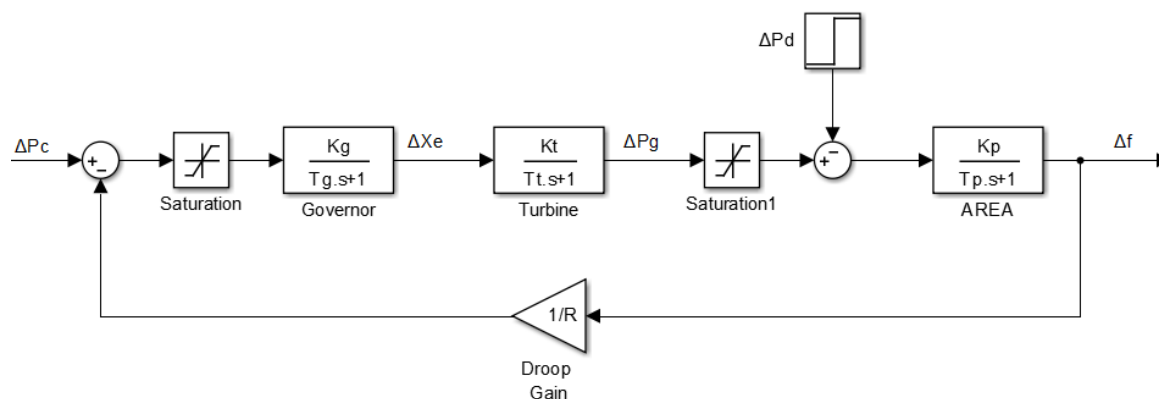
$$\Rightarrow -\lambda^3 - \lambda^2 \left( \frac{T_g + T_T}{T_g T_T} + \frac{1}{T_{p,pu}} \right) - \lambda \left( \frac{T_g + T_T}{T_{p,pu} T_g T_T} + \frac{1}{T_g T_T} \right) - \left( \frac{R_{pu} + K_{p,pu} K_g K_T}{R_{pu} T_{p,pu} T_g T_T} \right) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lambda^3 + \lambda^2 \left( \frac{T_{p,pu} T_g + T_{p,pu} T_T + T_g T_T}{T_{p,pu} T_g T_T} \right) + \lambda \left( \frac{T_{p,pu} + T_g + T_T}{T_{p,pu} T_g T_T} \right) + \left( \frac{R_{pu} + K_{p,pu} K_g K_T}{R_{pu} T_{p,pu} T_g T_T} \right) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lambda^3 \cdot R_{pu} (T_{p,pu} T_g T_T) + \lambda^2 \cdot R_{pu} (T_{p,pu} T_g + T_{p,pu} T_T + T_g T_T) + \lambda \cdot R_{pu} (T_{p,pu} + T_g + T_T) + (R_{pu} + K_{p,pu} K_g K_T) = 0 \quad (2.4.14)$$

## 2.5 Φαινόμενα κορεσμού στον ρυθμιστή ταχύτητας και την στροβιλογεννήτρια

Για να κάνουμε την μοντελοποίηση ρεαλιστικότερη, προσθέτουμε στο μοντέλο μας δύο βαθμίδες κορεσμού.



Εικόνα 2.5. 1 Open Loop System with Saturators

Η πρώτη βαθμίδα αφορά την σερβοβαλβίδα ατμού στον αμοστρόβιλο η οποία έχει πεπερασμένη δράση εντός κάποιων ορίων. Τα όρια αυτά είναι: από πλήρως ανοιχτή (fully open) σε πλήρως κλειστή (fully closed). Ενώ, η δεύτερη βαθμίδα αφορά την έξοδο της σύγχρονης γεννήτριας η οποία για λόγους ασφαλείας φροντίζουμε να μην υπερβαίνει κάποια όρια.

Οι δύο βαθμίδες κορεσμού συνιστούν αυτό που στην βιβλιογραφία το συναντάμε ως «σκληρό περιορισμό εισόδου» (**hard input constraint**) πράγμα που καθιστά τον σχεδιασμό ελεγκτή πολύ δυσκολότερα.

Είναι απολύτως λογικό να θεωρήσουμε πως εφόσον γνωρίζουμε τα όρια διακύμανσης του φορτίου, έχουμε διαστασιολογήσει ανάλογα την σερβοβαλβίδα και την γεννήτρια μας ώστε να διαχειρίζεται 10% επιπλέον ισχύ.

Και οι δύο βαθμίδες κορεσμού αφορούν ισχύ. Για αυτόν τον λόγο, στα πειράματα προσομοίωσης ελήφθησαν τα όρια που αφορούν τις δύο βαθμίδες κορεσμού να είναι ίδια μεταξύ τους και ίσα με  $\Delta P_{\max} = -\Delta P_{\min} = 220 \text{ MW}$ .

## 2.6 Ανάλυση ευστάθειας και Μονίμου καταστάσεως για το ανοικτό σύστημα - Εντολή Ελέγχου $\Delta P_c=0$

Αρχικά, η πιο απλή περίπτωση για να μελετήσουμε την συμπεριφορά του συστήματος, είναι αυτή όπου η εντολή ελέγχου  $\Delta P_c = 0$ , ώστε να δούμε τα μειονεκτήματα και να αποφασίσουμε με ποιον τρόπο θα ελέγξουμε το  $\Delta P_c$ .

Για να κάνουμε την μελέτη μας ποιο ρεαλιστική, θεωρούμε τα παρακάτω δεδομένα εργασίας:

- Ονομαστική συνολική ισχύς της περιοχής  $P_r = 2000MW$
- Ονομαστικό φορτίο της περιοχής  $\Delta P_D = 200MW$
- Σταθερά αδρανείας  $H_{pu} = 5 \text{ sec} \cdot puMW$
- Ονομαστική συχνότητα  $f_{ov} = 50Hz$
- Ταχύτητα ρύθμισης  $R = 2,4 \text{ Hz} / puMW$
- Σταθερά μεταβολής φορτίου / συχνότητας  $D = 8,33 \cdot 10^{-3} puMW / Hz$
- Χρονική σταθερά ρυθμιστή ταχύτητας  $T_g = 0,08 \text{ sec}$
- Χρονική σταθερά στροβίλου  $T_T = 0,3 \text{ sec}$
- $K_g K_T = 1$

Για να υλοποιήσουμε όμως την παραπάνω μελέτη, θα εργαστούμε με δύο μεθόδους. Η πρώτη μέθοδος είναι αυτή του «ανά μονάδα σύστημα (pu)» και η δεύτερη μέθοδος είναι η εργασία με «πραγματικές (actual)» τιμές.

### 2.6.1 Αριθμητικό Παράδειγμα με Ρεαλιστικές ανά μονάδα (pu) τιμές παραμέτρων - Ανάλυση Ευστάθειας

Για να μελετήσουμε το παραπάνω σύστημα στο ανά μονάδα σύστημα, αρχικά, μετατρέπουμε όλα τα στοιχεία στο ανά μονάδα σύστημα και για αυτόν τον λόγο θεωρούμε ως τιμή βάσης την συνολική ισχύ του συστήματος,  $P_{base} = P_r = 2000MW$

- Ονομαστική συνολική ισχύς της περιοχής  $P_{r,pu} = \frac{P_r}{P_{base}} = \frac{2000MW}{2000MW} = 1puMW$
- Ονομαστικό φορτίο περιοχής  $\Delta P_{D,pu} = \frac{\Delta P_D}{P_{base}} = \frac{200MW}{2000MW} = 0,1puMW$
- Σταθερά αδρανείας  $H_{pu} = 5 \text{ sec} \cdot puMW$
- Ονομαστική συχνότητα  $f_{ov} = 50Hz$
- Ταχύτητα ρύθμισης  $R_{pu} = 2,4 \text{ Hz} / puMW$
- Σταθερά μεταβολής φορτίου / συχνότητας  $D_{pu} = 8,33 \cdot 10^{-3} puMW / Hz$
- Χρονική σταθερά ρυθμιστή ταχύτητας  $T_g = 0,08 \text{ sec}$
- Χρονική σταθερά στροβίλου  $T_T = 0,3 \text{ sec}$
- $K_g K_T = 1$

Επίσης, επιβάλλετε να έχουμε στην διάθεσή μας όλες τις τιμές των παραμέτρων, αντικαθιστούμε στις εξισώσεις (2.4.12) και (2.4.13) και παίρνουμε:

$$T_{p,pu} = \frac{2 \cdot H_{pu}}{f_{ov} \cdot D_{pu}} = \frac{2 \cdot 5 \text{ sec} \cdot puMW}{50 \text{ Hz} \cdot 8,33 \cdot 10^{-3} \frac{puMW}{Hz}} = 24 \text{ sec}$$

$$K_{p,pu} = \frac{1}{D_{pu}} = \frac{1}{8,33 \cdot 10^{-3} \frac{puMW}{Hz}} = 120 \frac{Hz}{puMW}$$

Αφού πλέον έχουμε όλες τις παραμέτρους, μπορούμε να βρούμε τους πόλους του συστήματος αφού κάνουμε αντικατάσταση στην εξίσωση (2.4.14)

$$\begin{aligned} & \lambda^3 \cdot R_{pu} (T_{p,pu} T_g T_T) + \lambda^2 \cdot R_{pu} (T_{p,pu} T_g + T_{p,pu} T_T + T_g T_T) + \lambda \cdot R_{pu} (T_{p,pu} + T_g + T_T) + (R_{pu} + K_{p,pu} K_g K_T) = 0 \\ \Rightarrow & \lambda^3 \cdot 2.4(24 \cdot 0.08 \cdot 0.3) + \lambda^2 \cdot 2.4(24 \cdot 0.08 + 24 \cdot 0.3 + 0.08 \cdot 0.3) + \\ & + \lambda \cdot 2.4(24 + 0.08 + 0.3) + (2.4 + 120 \cdot 1) = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow & \lambda^3 \cdot 1.3824 + \lambda^2 \cdot 21.9456 + \lambda \cdot 58.512 + 122.4 = 0 \end{aligned}$$

και βρίσκουμε τις παρακάτω ιδιοτιμές

$$\lambda_{1,pu} = -13,1720 + j0,0000$$

$$\lambda_{2,pu} = -1,3515 + j2,2125$$

$$\lambda_{3,pu} = -1,3515 - j2,2125$$

Ένας άλλος τρόπος να βρούμε τους πόλους του συστήματος είναι να βρούμε τις ρίζες του χαρακτηριστικού πολυωνύμου. Το χαρακτηριστικό πολυώνυμο είναι ο παρονομαστής της συνάρτησης μεταφοράς τους συστήματος ανοικτού βρόχου.

$$\begin{aligned} & s^3 \cdot R_{pu} (T_{p,pu} T_g T_T) + s^2 \cdot R_{pu} (T_{p,pu} T_g + T_{p,pu} T_T + T_g T_T) + s \cdot R_{pu} (T_{p,pu} + T_g + T_T) + (R_{pu} + K_{p,pu} K_g K_T) = 0 \\ \Rightarrow & s^3 \cdot 2.4(24 \cdot 0.08 \cdot 0.3) + s^2 \cdot 2.4(24 \cdot 0.08 + 24 \cdot 0.3 + 0.08 \cdot 0.3) + \\ & + s \cdot 2.4(24 + 0.08 + 0.3) + (2.4 + 120 \cdot 1) = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow & s^3 \cdot 1.3824 + s^2 \cdot 21.9456 + s \cdot 58.512 + 122.4 = 0 \end{aligned}$$

και βρίσκουμε τις παρακάτω ιδιοτιμές

$$s_{1,pu} = -13,1720 + j0,0000$$

$$s_{2,pu} = -1,3515 + j2,2125$$

$$s_{3,pu} = -1,3515 - j2,2125$$

Όπως παρατηρούμε, οι ιδιοτιμές και οι ρίζες του συστήματος είναι ίδιες, όπως περιμέναμε άλλωστε.

Επίσης, παρατηρούμε πως οι πόλοι μας είναι όλοι στο αριστερό μιγαδικό επίπεδο (δηλαδή, το πραγματικό μέρος είναι αρνητικό). Συνεπώς, το σύστημά μας είναι ευσταθές και κατά Lyapunov και κατά ΦΕΦΕ.

### 2.6.2 Χρονική Απόκριση (μόνιμη και μεταβατική) στο ανά μονάδα (pu) σύστημα

Για βηματική αύξηση του φορτίου  $\Delta P_D = 200MW$  δηλαδή,  $\Delta P_{D,pu} = 0,1 puMW$ , παρατηρούμε μόνιμο βύθισμα συχνότητας. Για τον υπολογισμό της οποίας θεωρούμε  $\Delta P_c = 0$

$$\Delta F_{pu}(s) = -\frac{G_{p,pu}}{1 + (1/R_{pu})G_{p,pu}(s)G_{gT}(s)} \Delta P_{D,pu}(s) \quad (2.6.1)$$

$$\Delta F_{pu}(s) = -\frac{G_{p,pu}}{1 + (1/R_{pu})G_{p,pu}(s)G_{gT}(s)} \Delta P_{D,pu}(s)$$

με

$$G_{p,pu}(s) = \frac{K_{p,pu}}{1 + T_{p,pu}s} \quad (2.6.2)$$

και

$$G_{gT}(s) = \frac{K_g K_T}{(1 + T_g s)(1 + T_T s)} \quad (2.6.3)$$

όπου για βηματική αύξηση του φορτίου  $\Delta P_{D,pu}$ , έχουμε:

$$\Delta P_{D,pu}(s) = \frac{\Delta P_{D,pu}}{s} \quad (2.6.4)$$

Συνεπώς, αντικαθιστώντας τις σχέσεις (2.5.4), (2.5.3) και (2.5.2) στην (2.5.1), έχουμε:

$$\Delta F_{pu}(s) = -\frac{\frac{K_{p,pu}}{1 + T_{p,pu}s} \Delta P_{D,pu}}{1 + \left(\frac{1}{R_{pu}}\right) \left(\frac{K_{p,pu}}{1 + T_{p,pu}s}\right) \left(\frac{K_g K_T}{(1 + T_g s)(1 + T_T s)}\right) s} \quad (2.6.5)$$

και χρησιμοποιώντας το θεώρημα τελικής τιμής  $\lim_{t \rightarrow \infty} \Delta f_{pu}(t) = \lim_{s \rightarrow 0} [s \cdot \Delta F_{pu}(s)]$  έχουμε

$$\Delta f_{\mu\omicron\nu,pu} = \lim_{s \rightarrow 0} \left[ -s \frac{\frac{K_{p,pu}}{1 + T_{p,pu}s} \Delta P_{D,pu}}{1 + \left(\frac{1}{R_{pu}}\right) \left(\frac{K_{p,pu}}{1 + T_{p,pu}s}\right) \left(\frac{K_g K_T}{(1 + T_g s)(1 + T_T s)}\right) s} \right] \Rightarrow$$

$$\Delta f_{\mu\omicron\nu,pu} = -\frac{\frac{K_{p,pu}}{1 + 0} \Delta P_{D,pu}}{1 + \left(\frac{1}{R_{pu}}\right) \left(\frac{K_{p,pu}}{1 + 0}\right) \left(\frac{1}{(1 + 0)(1 + 0)}\right)} \Delta P_{D,pu} = -\frac{K_{p,pu}}{1 + \frac{K_{p,pu}}{R_{pu}}} \Delta P_{D,pu} \Rightarrow$$



$$\Delta f_{\mu\text{ov},pu} = -\frac{R_{pu} K_{p,pu}}{R_{pu} + K_{p,pu}} \Delta P_{D,pu} \quad (2.6.6)$$

Με αντικατάσταση των αριθμητικών δεδομένων έχουμε:

$$\Delta f_{\mu\text{ov},pu} = -\frac{2,4 \cdot 120}{2,4 + 120} \cdot 0,1 \Rightarrow \Delta f_{\mu\text{ov},pu} = -0,2353 \text{ Hz}$$

**Χρονική απόκριση:** η χρονική απόκριση της συχνότητας  $\Delta f(t)$  μπορεί να βρεθεί αν πάρουμε τον αντίστροφο μετασχηματισμό Laplace της σχέσης (2.6.5). Επειδή, υπάρχουν τρεις χρονικές σταθερές, περιμένουμε ο παρονομαστής να είναι ανώτερης τάξης και αυτό απαιτεί αρκετές μαθηματικές δυσκολίες. Μπορούμε λοιπόν να απλοποιήσουμε την ανάλυση εάν κάνουμε μία λογική υπόθεση. Η χρονική σταθερά του συστήματος είναι 24 δευτερόλεπτα ενώ, οι χρονικές σταθερές του ρυθμιστή ταχύτητας και του στροβίλου είναι μικρότερες από 1 δευτερόλεπτο. Για αυτόν τον λόγο, η δράση τους μπορεί να θεωρηθεί στιγμιαία και να θέσουμε  $T_g = T_T = 0$ .

Με αυτήν την υπόθεση, η χρονική απόκριση του συστήματος για μία βηματική μεταβολή του φορτίου, φαίνεται παρακάτω.

$$\begin{aligned} \Delta F_{pu}(s) &= -\frac{\frac{K_{p,pu}}{1+T_{p,pu}s}}{1+\left(\frac{1}{R_{pu}}\right)\left(\frac{K_{p,pu}}{1+T_{p,pu}s}\right)\left(\frac{K_g K_T}{(1+T_g s)(1+T_T s)}\right)} \frac{\Delta P_{D,pu}}{s} \xrightarrow{T_g=T_T=0} \\ \Delta F_{pu}(s) &= -\frac{\frac{K_{p,pu}}{1+T_{p,pu}s}}{1+\left(\frac{1}{R_{pu}}\right)\left(\frac{K_{p,pu}}{1+T_{p,pu}s}\right)\left(\frac{K_g K_T}{(1+T_{g,0}s)(1+T_{T,0}s)}\right)} \frac{\Delta P_{D,pu}}{s} = \\ &= -\frac{\frac{K_{p,pu}}{1+T_{p,pu}s}}{1+\left(\frac{1}{R_{pu}}\right)\left(\frac{K_{p,pu}}{1+T_{p,pu}s}\right)\left(\frac{K_g K_T}{(1)(1)}\right)} \frac{\Delta P_{D,pu}}{s} = \\ &= -\frac{\frac{K_{p,pu}}{1+T_{p,pu}s}}{1+\left(\frac{K_{p,pu} \cdot K_g K_T}{R_{pu} + R_{pu} \cdot T_{p,pu}s}\right)} \frac{\Delta P_{D,pu}}{s} = \\ &= -\frac{\frac{K_{p,pu}}{1+T_{p,pu}s}}{\frac{R_{pu} + R_{pu} \cdot T_{p,pu}s + K_{p,pu} \cdot K_g K_T}{R_{pu} + R_{pu} \cdot T_{p,pu}s}} \frac{\Delta P_{D,pu}}{s} = \end{aligned}$$

$$= -\frac{K_{p,pu} \cdot R_{pu} + K_{p,pu} \cdot R_{pu} \cdot T_{p,pu} s}{R_{pu} \cdot T_{p,pu} s + R_{pu} \cdot T_{p,pu}^2 s^2 + K_{p,pu} \cdot K_g K_T \cdot T_{p,pu} s + R_{pu} + R_{pu} \cdot T_{p,pu} s + K_{p,pu} \cdot K_g K_T} \frac{\Delta P_{D,pu}}{s} \Rightarrow$$

$$= -\frac{K_{p,pu} \cdot R_{pu} + K_{p,pu} \cdot R_{pu} \cdot T_{p,pu} s}{s^2 (R_{pu} \cdot T_{p,pu}^2) + s [T_{p,pu} (2R_{pu} + K_{p,pu} \cdot K_g K_T)] + (R_{pu} + K_{p,pu} \cdot K_g K_T)} \frac{\Delta P_{D,pu}}{s} \quad (2.6.7)$$

Όπως παρατηρούμε στην παραπάνω σχέση, ο παρονομαστής μας θυμίζει μία δευτεροβάθμια εξίσωση της μορφής

$$\alpha \cdot x^2 + \beta \cdot x + \gamma = \alpha(x - x_1)(x - x_2) \quad (2.6.8)$$

$$\text{με } \alpha = R_{pu} \cdot T_{pu}^2, \quad \beta = T_{p,pu} (2R_{pu} + K_{p,pu} \cdot K_g K_T), \quad \gamma = (R_{pu} + K_{p,pu} \cdot K_g K_T)$$

$$\text{και } \Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma \text{ όπου } x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha}$$

Επιλύοντας την διακρίνουσα, έχουμε:

$$\Delta = (2T_{p,pu} R_{pu} + T_{p,pu} K_{p,pu} K_g K_T)^2 - 4(R_{pu} T_{p,pu}^2)(R_{pu} + K_{p,pu} K_g K_T) \Rightarrow$$

$$\Delta = (2T_{p,pu} R_{pu})^2 + 2 \cdot 2T_{p,pu} R_{pu} T_{p,pu} K_{p,pu} K_g K_T + (T_{p,pu} K_{p,pu} K_g K_T)^2 - 4R_{pu}^2 T_{p,pu}^2 - 4R_{pu} T_{p,pu}^2 K_{p,pu} K_g K_T \Rightarrow$$

$$\Delta = \cancel{4R_{pu}^2 T_{p,pu}^2} + 4R_{pu} T_{p,pu}^2 \cancel{K_{p,pu} K_g K_T} + (T_{p,pu} K_{p,pu} K_g K_T)^2 - \cancel{4R_{pu}^2 T_{p,pu}^2} - 4R_{pu} T_{p,pu}^2 \cancel{K_{p,pu} K_g K_T} \Rightarrow$$

$$\Delta = (T_{p,pu} K_{p,pu} K_g K_T)^2 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = T_{p,pu} K_{p,pu} K_g K_T$$

$$x_1 = \frac{-(2R_{pu} T_{p,pu} + T_{p,pu} K_{p,pu} K_g K_T) + \sqrt{\Delta}}{2R_{pu} T_{p,pu}^2} \Rightarrow$$

$$x_1 = \frac{-2R_{pu} T_{p,pu} - \cancel{T_{p,pu} K_{p,pu} K_g K_T} + \cancel{T_{p,pu} K_{p,pu} K_g K_T}}{2R_{pu} T_{p,pu}^2} \Rightarrow$$

$$x_1 = \frac{-2R_{pu} T_{p,pu}}{2R_{pu} T_{p,pu}^2} \Rightarrow$$

$$x_1 = -\frac{1}{T_{p,pu}}$$

$$x_2 = \frac{-(2R_{pu} T_{p,pu} + T_{p,pu} K_{p,pu} K_g K_T) - \sqrt{\Delta}}{2R_{pu} T_{p,pu}^2} \Rightarrow$$

$$x_2 = \frac{-2R_{pu} T_{p,pu} - \cancel{T_{p,pu} K_{p,pu} K_g K_T} - \cancel{T_{p,pu} K_{p,pu} K_g K_T}}{2R_{pu} T_{p,pu}^2} \Rightarrow$$

$$x_2 = \frac{-\cancel{2} R_{pu} \cancel{T_{p,pu}} - \cancel{2} \cdot \cancel{T_{p,pu}} K_{p,pu} K_g K_T}{\cancel{2} R_{pu} T_{p,pu}^2} \Rightarrow$$

$$x_2 = -\frac{R_{pu} + K_{p,pu} K_g K_T}{R_{pu} T_{p,pu}}$$

Αντικαθιστώντας όμως τα αποτελέσματα στην σχέση (2.6.8), έχουμε

$$R_{pu} T_{p,pu}^2 \left( s + \frac{1}{T_{p,pu}} \right) \left( s + \frac{R_{pu} + K_{p,pu} K_g K_T}{R_{pu} T_{p,pu}} \right)$$

όπου είναι ο παρονομαστής της σχέσης (2.5.7)

$$\Delta F_{pu}(s) = - \frac{K_{p,pu} \cdot R_{pu} + K_{p,pu} \cdot R_{pu} \cdot T_{p,pu} s}{R_{pu} T_{p,pu}^2 \left( s + \frac{1}{T_{p,pu}} \right) \left( s + \frac{R_{pu} + K_{p,pu} K_g K_T}{R_{pu} T_{p,pu}} \right)} \frac{\Delta P_{D,pu}}{s}$$

και

$$\begin{aligned} \Delta F_{pu}(s) &= - \frac{1}{R_{pu} T_{p,pu}^2} \frac{K_{p,pu} \cdot R_{pu} + K_{p,pu} \cdot R_{pu} \cdot T_{p,pu} s}{\left( s + \frac{1}{T_{p,pu}} \right) \left( s + \frac{R_{pu} + K_{p,pu} K_g K_T}{R_{pu} T_{p,pu}} \right)} \frac{\Delta P_{D,pu}}{s} \\ \Delta F_{pu}(s) &= - \frac{\frac{K_{p,pu} \cdot R_{pu} \cdot \Delta P_{D,pu}}{R_{pu} \cdot T_{p,pu}^2} + \frac{K_{p,pu} \cdot R_{pu} \cdot T_{p,pu} s \cdot \Delta P_{D,pu}}{R_{pu} \cdot T_{p,pu}^2}}{s \left( s + \frac{1}{T_{p,pu}} \right) \left( s + \frac{R_{pu} + K_{p,pu} K_g K_T}{R_{pu} T_{p,pu}} \right)} \end{aligned} \quad (2.6.9)$$

Τώρα, χρησιμοποιώντας την μέθοδο των μερικών κλασμάτων, έχουμε:

$$\Delta F_{pu}(s) = - \frac{A}{s} - \frac{B}{s + \frac{1}{T_{p,pu}}} - \frac{\Gamma}{s + \frac{R_{pu} + K_{p,pu} K_g K_T}{R_{pu} T_{p,pu}}} \quad (2.6.10)$$

με

$$A = \Delta F_{pu}(s) \cdot s \Big|_{s=0} = - \frac{\frac{K_{p,pu} \cdot R_{pu} \cdot \Delta P_{D,pu}}{R_{pu} \cdot T_{p,pu}^2} + \frac{K_{p,pu} \cdot R_{pu} \cdot T_{p,pu} s^0 \cdot \Delta P_{D,pu}}{R_{pu} \cdot T_{p,pu}^2}}{s^0 \left( s^0 + \frac{1}{T_{p,pu}} \right) \left( s^0 + \frac{R_{pu} + K_{p,pu} K_g K_T}{R_{pu} T_{p,pu}} \right)} \cdot s^0 \Big|_{s=0} \Rightarrow$$

$$A = - \frac{\frac{K_{p,pu} \cdot R_{pu} \cdot \Delta P_{D,pu}}{R_{pu} \cdot T_{p,pu}^2}}{\left( \frac{1}{T_{p,pu}} \right) \left( \frac{R_{pu} + K_{p,pu} K_g K_T}{R_{pu} T_{p,pu}} \right)} = - \frac{\cancel{R_{pu}} \cdot \cancel{T_{p,pu}^2}}{R_{pu} + K_{p,pu} K_g K_T} \Rightarrow$$

$$A = - \frac{K_{p,pu} \cdot R_{pu} \cdot \Delta P_{D,pu}}{R_{pu} + K_{p,pu} K_g K_T}$$

$$\begin{aligned}
 B &= \Delta F_{pu}(s) \cdot \left( s + \frac{1}{T_{p,pu}} \right) \Bigg|_{s=-\frac{1}{T_{p,pu}}} \Rightarrow \\
 B &= - \frac{\frac{K_{p,pu} \cdot R_{pu} \cdot \Delta P_{D,pu}}{R_{pu} \cdot T_{p,pu}^2} + \frac{K_{p,pu} \cdot R_{pu} \cdot T_{p,pu} \cancel{s^{-\frac{1}{T_{p,pu}}}} \cdot \Delta P_{D,pu}}{R_{pu} \cdot T_{p,pu}^2}}{\cancel{s^{-\frac{1}{T_{p,pu}}}} \left( s + \frac{1}{T_{p,pu}} \right) \left( \cancel{s^{-\frac{1}{T_{p,pu}}}} + \frac{R_{pu} + K_{p,pu} K_g K_T}{R_{pu} T_{p,pu}} \right)} \cdot \left( s + \frac{1}{T_{p,pu}} \right) \Bigg|_{s=-\frac{1}{T_{p,pu}}} \Rightarrow \\
 B &= - \frac{\frac{K_{p,pu} \cdot R_{pu} \cdot \Delta P_{D,pu}}{R_{pu} \cdot T_{p,pu}^2} + \frac{K_{p,pu} \cdot R_{pu} \cdot \cancel{T_{p,pu}} \left( -\frac{1}{T_{p,pu}} \right) \cdot \Delta P_{D,pu}}{R_{pu} \cdot T_{p,pu}^2}}{\left( -\frac{1}{T_{p,pu}} \right) \left( -\frac{1}{T_{p,pu}} + \frac{R_{pu} + K_{p,pu} K_g K_T}{R_{pu} T_{p,pu}} \right)} \Rightarrow \\
 B &= - \frac{\cancel{\frac{K_{p,pu} \cdot R_{pu} \cdot \Delta P_{D,pu}}{R_{pu} \cdot T_{p,pu}^2}} - \cancel{\frac{K_{p,pu} \cdot R_{pu} \cdot \Delta P_{D,pu}}{R_{pu} \cdot T_{p,pu}^2}}}{\left( -\frac{1}{T_{p,pu}} \right) \left( -\frac{1}{T_{p,pu}} + \frac{R_{pu} + K_{p,pu} K_g K_T}{R_{pu} T_{p,pu}} \right)} \Rightarrow \\
 B &= 0 \\
 \Gamma &= \Delta F(s) \cdot \left( s + \frac{R_{pu} + K_{p,pu} K_g K_T}{R_{pu} T_{p,pu}} \right) \Bigg|_{s=-\frac{R_{pu} + K_{p,pu} K_g K_T}{R_{pu} T_{p,pu}}} \Rightarrow \\
 \Gamma &= \frac{\frac{K_{p,pu} \cdot R_{pu} \cdot \Delta P_{D,pu}}{R_{pu} \cdot T_{p,pu}^2} + \frac{K_{p,pu} \cdot R_{pu} \cdot T_{p,pu} \cancel{s^{-\frac{R_{pu} + K_{p,pu} K_g K_T}{R_{pu} T_{p,pu}}}} \cdot \Delta P_{D,pu}}{R_{pu} \cdot T_{p,pu}^2}}{\cancel{s^{-\frac{R_{pu} + K_{p,pu} K_g K_T}{R_{pu} T_{p,pu}}}} \left( \cancel{s^{-\frac{R_{pu} + K_{p,pu} K_g K_T}{R_{pu} T_{p,pu}}} + \frac{1}{T_{p,pu}}} \right) \left( s + \frac{R_{pu} + K_{p,pu} K_g K_T}{R_{pu} T_{p,pu}} \right)} \cdot \\
 &\quad \cdot \left( s + \frac{R_{pu} + K_{p,pu} K_g K_T}{R_{pu} T_{p,pu}} \right) \Bigg|_{s=-\frac{R_{pu} + K_{p,pu} K_g K_T}{R_{pu} T_{p,pu}}} \Rightarrow
 \end{aligned}$$

$$\Gamma = -\frac{\frac{K_{p,pu} \cdot R_{pu} \cdot \Delta P_{D,pu}}{R_{pu} \cdot T_{p,pu}^2} + \frac{K_{p,pu} \cdot R_{pu} \cdot T_{p,pu} \left( -\frac{R_{pu} + K_{p,pu} K_g K_T}{R_{pu} T_{p,pu}} \right) \cdot \Delta P_{D,pu}}{R_{pu} \cdot T_{p,pu}^2}}{\left( -\frac{R_{pu} + K_{p,pu} K_g K_T}{R_{pu} T_{p,pu}} \right) \left( -\frac{R_{pu} + K_{p,pu} K_g K_T}{R_{pu} T_{p,pu}} + \frac{1}{T_{p,pu}} \right)} \Rightarrow$$

$$\Gamma = -\frac{\frac{K_{p,pu} \cdot R_{pu} \cdot \Delta P_{D,pu}}{R_{pu} \cdot T_{p,pu}^2} - \frac{K_{p,pu} \cdot R_{pu} \cdot \Delta P_{D,pu}}{R_{pu} \cdot T_{p,pu}^2} - \frac{K_{p,pu}^2 K_g K_T \cdot \Delta P_{D,pu}}{R_{pu} \cdot T_{p,pu}^2}}{\left( -\frac{R_{pu} + K_{p,pu} K_g K_T}{R_{pu} T_{p,pu}} \right) \left( \frac{-R_{pu} - K_{p,pu} K_g K_T + R_{pu}}{R_{pu} T_{p,pu}} \right)} \Rightarrow$$

$$\Gamma = -\frac{\frac{K_{p,pu}^2 K_g K_T \cdot \Delta P_{D,pu}}{R_{pu} \cdot T_{p,pu}^2}}{\frac{K_{p,pu} K_g K_T R_{pu} + (K_{p,pu} K_g K_T)^2}{R_{pu} \cdot T_{p,pu}^2}} = \frac{R_{pu} K_{p,pu}^2 K_g K_T \cdot \Delta P_{D,pu}}{K_{p,pu} K_g K_T R_{pu} + (K_{p,pu} K_g K_T)^2} \Rightarrow$$

$$\Gamma = \frac{R_{pu} K_{p,pu} \Delta P_{D,pu} (K_{p,pu} K_g K_T)}{(R_{pu} + K_{p,pu} K_g K_T) (K_{p,pu} K_g K_T)} = \frac{R_{pu} K_{p,pu} \Delta P_{D,pu}}{R_{pu} + K_{p,pu} K_g K_T} = -A$$

Εάν τώρα αντικαταστήσουμε τα παραπάνω αποτελέσματα στην σχέση (2.6.10), έχουμε:

$$\Delta F_{pu}(s) = -\frac{R_{pu} K_{p,pu} \Delta P_{D,pu}}{R_{pu} + K_{p,pu} K_g K_T} \frac{1}{s} - \frac{0}{s + \frac{1}{T_{p,pu}}} + \frac{R_{pu} K_{p,pu} \Delta P_{D,pu}}{R_{pu} + K_{p,pu} K_g K_T} \frac{1}{s + \frac{1}{T_{p,pu}}} \Rightarrow$$

$$\Delta F_{pu}(s) = -\frac{R_{pu} K_{p,pu} \Delta P_{D,pu}}{R_{pu} + K_{p,pu} K_g K_T} \frac{1}{s} + \frac{R_{pu} K_{p,pu} \Delta P_{D,pu}}{R_{pu} + K_{p,pu} K_g K_T} \frac{1}{s + \frac{1}{T_{p,pu}}}$$

Εδώ τώρα, εφαρμόζουμε αντίστροφο μετασχηματισμό Laplace ώστε να βρούμε την χρονική απόκριση του συστήματος

$$\Delta f(t) = L^{-1}\{\Delta F_{pu}(s)\} = L^{-1}\left\{-\frac{R_{pu} K_{p,pu} \Delta P_{D,pu}}{R_{pu} + K_{p,pu} K_g K_T} \frac{1}{s} + \frac{R_{pu} K_{p,pu} \Delta P_{D,pu}}{R_{pu} + K_{p,pu} K_g K_T} \frac{1}{s + \frac{1}{T_{p,pu}}}\right\} \Rightarrow$$

$$\Delta f(t) = -\frac{R_{pu} K_{p,pu} \Delta P_{D,pu}}{R_{pu} + K_{p,pu} K_g K_T} \cdot L^{-1} \left\{ \frac{1}{s} - \frac{1}{s + \frac{R_{pu} + K_{p,pu} K_g K_T}{R_{pu} T_{p,pu}}} \right\} \Rightarrow$$

$$\Delta f(t) = -\frac{R_{pu} K_{p,pu} \Delta P_{D,pu}}{R_{pu} + K_{p,pu} K_g K_T} \cdot \left( 1 - e^{-\frac{R_{pu} + K_{p,pu} K_g K_T}{R_{pu} T_{p,pu}} t} \right) \quad (2.6.11)$$

Όπου εάν αντικαταστήσουμε με τα αριθμητικά δεδομένα του προβλήματος, βρίσκουμε

$$\Delta f(t) = -\frac{2,4 \cdot 120 \cdot 0,1}{2,4 + 120 \cdot 1} \cdot \left( 1 - e^{-\frac{2,4 + 120 \cdot 1}{2,4 \cdot 24} t} \right) \Rightarrow$$

$$\Delta f(t) = -0,2353 \cdot \left( 1 - e^{-2,125t} \right) \text{ Hz}$$

### 2.6.3 Αριθμητικό Παράδειγμα με Ρεαλιστικές πραγματικές (actual) τιμές παραμέτρων - Ανάλυση Ευστάθειας

Για να μελετήσουμε το παραπάνω σύστημα σε πραγματικές τιμές, αρχικά, μετατρέπουμε όλα τα στοιχεία από το ανά μονάδα σύστημα σε πραγματικές τιμές και για αυτόν τον λόγο, θεωρούμε  $P_{base} = P_r = 2000MW$

- Ονομαστική συνολική ισχύς της περιοχής  $P_{r,actual} = P_r = 2000MW$
- Ονομαστικό φορτίο περιοχής  $\Delta P_{D,actual} = \Delta P_D = 200MW$
- Σταθερά αδράνειας  $H_{actual} = H_{pu} \cdot P_{base} = 5 \cdot 2000 = 10 \cdot 10^3 \text{ sec} \cdot MW$
- Ονομαστική συχνότητα  $f_{ov} = 50Hz$
- Ταχύτητα ρύθμισης  $R_{actual} = \frac{R_{pu}}{P_{base}} = \frac{2,4}{2000} = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ Hz} / MW$
- Σταθερά μεταβολής φορτίου / συχνότητας  
 $D_{actual} = D_{pu} \cdot P_{base} = 8,33 \cdot 10^{-3} \cdot 2000 = 16,66 \text{ MW} / Hz$
- Χρονική σταθερά ρυθμιστή ταχύτητας  $T_g = 0,08 \text{ sec}$
- Χρονική σταθερά στροβίλου  $T_T = 0,3 \text{ sec}$
- $K_g K_T = 1$

Στην πορεία, αντικαθιστούμε τα αριθμητικά δεδομένα σε πραγματικές (actual) τιμές στις εξισώσεις (2.4.12) και (2.4.13) και παίρνουμε:

$$T_{p,actual} = \frac{2 \cdot H_{actual}}{f_{ov} \cdot D_{actual}} = \frac{2 \cdot 10 \cdot 10^3 \text{ sec} \cdot MW}{50 \text{ Hz} \cdot 16,66 \frac{MW}{Hz}} = 24 \text{ sec}$$

$$K_{p,actual} = \frac{1}{D_{actual}} = \frac{1}{16,66 \frac{MW}{Hz}} = 0,06 \frac{Hz}{MW}$$

Αφού πλέον έχουμε όλες τις παραμέτρους, μπορούμε να βρούμε τους πόλους του συστήματος αφού κάνουμε αντικατάσταση στην εξίσωση (2.4.14) αυτήν την φορά όμως με τις πραγματικές τιμές.

$$\begin{aligned} & \lambda^3 \cdot R_{act} (T_{p,act} T_g T_T) + \lambda^2 \cdot R_{act} (T_{p,act} T_g + T_{p,act} T_T + T_g T_T) + \lambda \cdot R_{act} (T_{p,act} + T_g + T_T) + (R_{act} + K_{p,act} K_g K_T) = 0 \\ \Rightarrow & \lambda^3 \cdot 0,0012(24 \cdot 0,08 \cdot 0,3) + \lambda^2 \cdot 0,0012(24 \cdot 0,08 + 24 \cdot 0,3 + 0,08 \cdot 0,3) + \\ & + \lambda \cdot 0,0012(24 + 0,08 + 0,3) + (0,0012 + 0,06 \cdot 1) = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow & \lambda^3 \cdot 0,0006912 + \lambda^2 \cdot 0,0109728 + \lambda \cdot 0,029256 + 0,0612 = 0 \end{aligned}$$

και βρίσκουμε τις παρακάτω ιδιοτιμές

$$\lambda_{1,act} = -13,1720 + j0,0000$$

$$\lambda_{2,act} = -1,3515 + j2,2125$$

$$\lambda_{3,act} = -1,3515 - j2,2125$$

Ένας άλλος τρόπος να βρούμε τους πόλους του συστήματος είναι να βρούμε τις ρίζες του χαρακτηριστικού πολυωνύμου. Το χαρακτηριστικό πολυώνυμο είναι ο παρονομαστής της συνάρτησης μεταφοράς τους συστήματος ανοικτού βρόχου.

$$s^3 \cdot R_{act} (T_{p,act} T_g T_T) + s^2 \cdot R_{act} (T_{p,act} T_g + T_{p,act} T_T + T_g T_T) + s \cdot R_{act} (T_{p,act} + T_g + T_T) + (R_{act} + K_{p,act} K_g K_T) = 0$$

$$\Rightarrow s^3 \cdot 0.0012(24 \cdot 0.08 \cdot 0.3) + s^2 \cdot 0.0012(24 \cdot 0.08 + 24 \cdot 0.3 + 0.08 \cdot 0.3) +$$

$$+ s \cdot 0.0012(24 + 0.08 + 0.3) + (0.0012 + 0.06 \cdot 1) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow s^3 \cdot 0.0006912 + s^2 \cdot 0.0109728 + s \cdot 0.029256 + 0.0612 = 0$$

και βρίσκουμε τις παρακάτω ιδιοτιμές

$$s_{1,pu} = -13,1720 + j0,0000$$

$$s_{2,pu} = -1,3515 + j2,2125$$

$$s_{3,pu} = -1,3515 - j2,2125$$

Όπως παρατηρούμε, οι ιδιοτιμές και οι ρίζες του συστήματος είναι ίδιες, όπως περιμέναμε άλλωστε. Επίσης, είναι ίδιες με τις τιμές που βρήκαμε στο ανά μονάδα (pu) σύστημα. Συνεπώς, ακόμα κι αν ακολουθήσουμε την μεθοδολογία με χρήση των πραγματικών (actual) τιμών και όχι των τιμών στο ανά μονάδα (pu) σύστημα, έχουμε ακριβώς τα ίδια τελικά αποτελέσματα. Προσοχή όμως, τα ενδιάμεσα αποτελέσματα, κατά περιπτώσεις διαφέρουν.

#### 2.6.4 Χρονική Απόκριση (μόνιμη και μεταβατική) με πραγματικές (actual) τιμές

Για βηματική αύξηση του φορτίου  $\Delta P_{D,actual} = 200MW$  παρατηρούμε μόνιμο βύθισμα συχνότητας. Για τον υπολογισμό της οποίας θεωρούμε  $\Delta P_c = 0$

$$\Delta F_{actual}(s) = - \frac{G_{p,actual}}{1 + (1/R_{actual})G_{p,actual}(s)G_{gT}(s)} \Delta P_{D,actual}(s) \quad (2.6.12)$$

με

$$G_{p,actual}(s) = \frac{K_{p,actual}}{1 + T_{p,actual}s} \quad (2.6.13)$$

και

$$G_{gT}(s) = \frac{K_g K_T}{(1 + T_g s)(1 + T_T s)} \quad (2.6.14)$$

όπου για βηματική αύξηση του φορτίου  $\Delta P_{D,actual}$ , έχουμε:

$$\Delta P_{D,actual}(s) = \frac{\Delta P_{D,actual}}{s} \quad (2.6.15)$$

Συνεπώς, αντικαθιστώντας τις σχέσεις (2.6.4), (2.6.3) και (2.6.2) στην (2.6.1), έχουμε:

$$\Delta F_{actual}(s) = - \frac{\frac{K_{p,actual}}{1 + T_{p,actual}s}}{1 + \left(\frac{1}{R_{actual}}\right) \left(\frac{K_{p,actual}}{1 + T_{p,actual}s}\right) \left(\frac{K_g K_T}{(1 + T_g s)(1 + T_T s)}\right)} \frac{\Delta P_{D,actual}}{s} \quad (2.6.16)$$

και χρησιμοποιώντας το θεώρημα τελικής τιμής  $\lim_{t \rightarrow \infty} \Delta f_{actual}(t) = \lim_{s \rightarrow 0} [s \cdot \Delta F_{actual}(s)]$

έχουμε



$$\Delta f_{\mu\text{ov,actual}} = \lim_{s \rightarrow 0} \left[ -s \frac{\frac{K_{p,\text{actual}}}{1+T_{p,\text{actual}}s_0} \frac{\Delta P_{D,\text{actual}}}{s}}{1 + \left( \frac{1}{R_{\text{actual}}} \right) \left( \frac{K_{p,\text{pu}}}{1+T_{p,\text{actual}}s_0} \right) \left( \frac{K_g K_T}{(1+T_g s_0)(1+T_T s_0)} \right)} \right] \Rightarrow$$

$$\Delta f_{\mu\text{ov,actual}} = - \frac{\frac{K_{p,\text{actual}}}{1+0}}{1 + \left( \frac{1}{R_{\text{actual}}} \right) \left( \frac{K_{p,\text{actual}}}{1+0} \right) \left( \frac{1}{(1+0)(1+0)} \right)} \Delta P_{D,\text{actual}} = - \frac{K_{p,\text{actual}}}{1 + \frac{K_{p,\text{actual}}}{R_{\text{actual}}}} \Delta P_{D,\text{actual}} \Rightarrow$$

$$\Delta f_{\mu\text{ov,actual}} = - \frac{R_{\text{actual}} K_{p,\text{actual}}}{R_{\text{actual}} + K_{p,\text{actual}}} \Delta P_{D,\text{actual}} \quad (2.6.17)$$

Με αντικατάσταση των αριθμητικών δεδομένων έχουμε:

$$\Delta f_{\mu\text{ov,actual}} = - \frac{1,2 \cdot 10^{-3} \cdot 0,06}{1,2 \cdot 10^{-3} + 0,06} \cdot 200 \Rightarrow \Delta f_{\mu\text{ov,actual}} = -0,2353 \text{ Hz}$$

**Χρονική απόκριση:** η χρονική απόκριση της συχνότητας  $\Delta f(t)$  μπορεί να βρεθεί αν πάρουμε τον αντίστροφο μετασχηματισμό Laplace της σχέσης (2.6.5). Επειδή, υπάρχουν τρεις χρονικές σταθερές, περιμένουμε ο παρονομαστής να είναι ανώτερης τάξης και αυτό απαιτεί αρκετές μαθηματικές δυσκολίες. Μπορούμε λοιπόν να απλοποιήσουμε την ανάλυση εάν κάνουμε μία λογική υπόθεση. Η χρονική σταθερά του συστήματος είναι 24 δευτερόλεπτα ενώ, οι χρονικές σταθερές του ρυθμιστή ταχύτητας και του στροβίλου είναι μικρότερες από 1 δευτερόλεπτο. Για αυτόν τον λόγο, η δράση τους μπορεί να θεωρηθεί στιγμιαία και να θέσουμε  $T_g = T_T = 0$ .

Με αυτήν την υπόθεση, η χρονική απόκριση του συστήματος για μία βηματική μεταβολή του φορτίου, φαίνεται παρακάτω.

$$\Delta F_{\text{actual}}(s) = - \frac{\frac{K_{p,\text{actual}}}{1+T_{p,\text{pu}}s}}{1 + \left( \frac{1}{R_{\text{actual}}} \right) \left( \frac{K_{p,\text{actual}}}{1+T_{p,\text{actual}}s} \right) \left( \frac{K_g K_T}{(1+T_g s)(1+T_T s)} \right)} \frac{\Delta P_{D,\text{actual}}}{s} \xrightarrow{T_g=T_T=0}$$

$$\Delta F_{\text{actual}}(s) = - \frac{\frac{K_{p,\text{actual}}}{1+T_{p,\text{actual}}s}}{1 + \left( \frac{1}{R_{\text{actual}}} \right) \left( \frac{K_{p,\text{actual}}}{1+T_{p,\text{actual}}s} \right) \left( \frac{K_g K_T}{(1+T_{g0}s)(1+T_{T0}s)} \right)} \frac{\Delta P_{D,\text{actual}}}{s} =$$

$$= - \frac{\frac{K_{p,\text{actual}}}{1+T_{p,\text{actual}}s}}{1 + \left( \frac{1}{R_{\text{actual}}} \right) \left( \frac{K_{p,\text{actual}}}{1+T_{p,\text{actual}}s} \right) \left( \frac{K_g K_T}{(1)(1)} \right)} \frac{\Delta P_{D,\text{actual}}}{s} =$$

$$\begin{aligned}
 &= -\frac{\frac{K_{p,actual}}{1+T_{p,actual}s}}{1+\left(\frac{K_{p,actual} \cdot K_g K_T}{R_{actual} + R_{actual} \cdot T_{p,actual}s}\right)} \frac{\Delta P_{D,actual}}{s} = \\
 &= -\frac{\frac{K_{p,actual}}{1+T_{p,actual}s}}{\frac{R_{actual} + R_{actual} \cdot T_{p,actual}s + K_{p,actual} \cdot K_g K_T}{R_{actual} + R_{actual} \cdot T_{p,actual}s}} \frac{\Delta P_{D,actual}}{s} = \\
 &= -\frac{K_{p,actual} \cdot R_{actual} + K_{p,actual} \cdot R_{actual} \cdot T_{p,actual}s}{R_{actual} \cdot T_{p,actual}s + R_{actual} \cdot T_{p,actual}^2 s^2 + K_{p,actual} \cdot K_g K_T \cdot T_{p,actual}s + R_{actual} + R_{actual} \cdot T_{p,actual}s + K_{p,actual} \cdot K_g K_T} \frac{\Delta P_{D,actual}}{s} \Rightarrow \\
 &= -\frac{K_{p,actual} \cdot R_{actual} + K_{p,actual} \cdot R_{actual} \cdot T_{p,actual}s}{s^2(R_{actual} \cdot T_{p,actual}^2) + s[T_{p,actual}(2R_{actual} + K_{p,actual} \cdot K_g K_T)] + (R_{actual} + K_{p,actual} \cdot K_g K_T)} \frac{\Delta P_{D,actual}}{s} \quad (2.6.18)
 \end{aligned}$$

Όπως παρατηρούμε στην παραπάνω σχέση, ο παρονομαστής μας θυμίζει μία δευτεροβάθμια εξίσωση της μορφής

$$\alpha \cdot x^2 + \beta \cdot x + \gamma = \alpha(x-x_1)(x-x_2) \quad (2.6.19)$$

$$\mu\epsilon \quad \alpha = R_{actual} \cdot T_{p,actual}^2, \quad \beta = T_{p,actual}(2R_{actual} + K_{p,actual} \cdot K_g K_T), \quad \gamma = (R_{actual} + K_{p,actual} \cdot K_g K_T)$$

$$\kappa\alpha\iota \quad \Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma \quad \acute{o}\pi\omega\upsilon \quad x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha}$$

Επιλύοντας την διακρίνουσα, έχουμε:

$$\Delta = (2T_{p,actual}R_{actual} + T_{p,actual}K_{p,actual}K_gK_T)^2 - 4(R_{actual}T_{p,actual}^2)(R_{actual} + K_{p,actual}K_gK_T) \Rightarrow$$

$$\Delta = (2T_{p,actual}R_{actual})^2 + 2 \cdot 2T_{p,actual}R_{actual}T_{p,actual}K_{p,actual}K_gK_T + (T_{p,actual}K_{p,actual}K_gK_T)^2 +$$

$$- 4R_{actual}^2T_{p,actual}^2 - 4R_{actual}T_{p,actual}^2K_{p,actual}K_gK_T \Rightarrow$$

$$\Delta = \cancel{4R_{actual}^2T_{p,actual}^2} + \cancel{4R_{actual}T_{p,actual}^2K_{p,actual}K_gK_T} + (T_{p,actual}K_{p,actual}K_gK_T)^2 +$$

$$- \cancel{4R_{actual}^2T_{p,actual}^2} - \cancel{4R_{actual}T_{p,actual}^2K_{p,actual}K_gK_T} \Rightarrow$$

$$\Delta = (T_{p,actual}K_{p,actual}K_gK_T)^2 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = T_{p,actual}K_{p,actual}K_gK_T$$

$$x_1 = \frac{-(2R_{actual}T_{p,actual} + T_{p,actual}K_{p,actual}K_gK_T) + \sqrt{\Delta}}{2R_{actual}T_{p,actual}^2} \Rightarrow$$

$$x_1 = \frac{\cancel{-2R_{actual}T_{p,actual}} - \cancel{T_{p,actual}K_{p,actual}K_gK_T} + \cancel{T_{p,actual}K_{p,actual}K_gK_T}}{2R_{actual}T_{p,actual}^2} \Rightarrow$$

$$x_1 = \frac{\cancel{-2R_{actual}T_{p,actual}}}{\cancel{2R_{actual}T_{p,actual}^2}} \Rightarrow$$

$$x_1 = -\frac{1}{T_{p,actual}}$$

$$x_2 = \frac{-(2R_{actual} T_{p,actual} + T_{p,actual} K_{p,actual} K_g K_T) - \sqrt{\Delta}}{2R_{actual} T_{p,actual}^2} \Rightarrow$$

$$x_2 = \frac{-2R_{actual} T_{p,actual} - T_{p,actual} K_{p,actual} K_g K_T - T_{p,actual} K_{p,actual} K_g K_T}{2R_{actual} T_{p,actual}^2} \Rightarrow$$

$$x_2 = \frac{-\cancel{2} R_{actual} \cancel{T_{p,actual}} - \cancel{2} \cdot \cancel{T_{p,actual}} K_{p,actual} K_g K_T}{\cancel{2} R_{actual} T_{p,actual}^{\cancel{2}}} \Rightarrow$$

$$x_2 = -\frac{R_{actual} + K_{p,actual} K_g K_T}{R_{actual} T_{p,actual}}$$

Αντικαθιστώντας όμως τα αποτελέσματα στην σχέση (2.6.19), έχουμε

$$R_{actual} T_{p,actual}^2 \left( s + \frac{1}{T_{p,actual}} \right) \left( s + \frac{R_{actual} + K_{p,actual} K_g K_T}{R_{actual} T_{p,actual}} \right)$$

όπου είναι ο παρονομαστής της σχέσης (2.5.7)

$$\Delta F_{actual}(s) = -\frac{K_{p,actual} \cdot R_{actual} + K_{p,actual} \cdot R_{actual} \cdot T_{p,actual} s}{R_{actual} T_{p,actual}^2 \left( s + \frac{1}{T_{p,actual}} \right) \left( s + \frac{R_{actual} + K_{p,actual} K_g K_T}{R_{actual} T_{p,actual}} \right)} \frac{\Delta P_{D,actual}}{s}$$

και

$$\Delta F_{actual}(s) = -\frac{1}{R_{actual} T_{p,actual}^2} \frac{K_{p,actual} \cdot R_{actual} + K_{p,actual} \cdot R_{actual} \cdot T_{p,actual} s}{\left( s + \frac{1}{T_{p,actual}} \right) \left( s + \frac{R_{actual} + K_{p,actual} K_g K_T}{R_{actual} T_{p,actual}} \right)} \frac{\Delta P_{D,actual}}{s}$$

$$\Delta F_{actual}(s) = -\frac{\frac{K_{p,actual} \cdot R_{actual} \cdot \Delta P_{D,actual}}{R_{actual} \cdot T_{p,actual}^2} + \frac{K_{p,actual} \cdot R_{actual} \cdot T_{p,actual} s \cdot \Delta P_{D,actual}}{R_{actual} \cdot T_{p,actual}^2}}{s \left( s + \frac{1}{T_{p,actual}} \right) \left( s + \frac{R_{actual} + K_{p,actual} K_g K_T}{R_{actual} T_{p,actual}} \right)} \quad (2.6.20)$$

Τώρα, χρησιμοποιώντας την μέθοδο των μερικών κλασμάτων, έχουμε:

$$\Delta F_{actual}(s) = -\frac{A}{s} - \frac{B}{s + \frac{1}{T_{p,actual}}} - \frac{\Gamma}{s + \frac{R_{actual} + K_{p,actual} K_g K_T}{R_{actual} T_{p,actual}}} \quad (2.6.21)$$

με

$$A = \Delta F_{actual}(s) \cdot s \Big|_{s=0} = -\frac{\frac{K_{p,actual} \cdot R_{actual} \cdot \Delta P_{D,actual}}{R_{actual} \cdot T_{p,actual}^2} + \frac{K_{p,actual} \cdot R_{actual} \cdot T_{p,actual} s^0 \cdot \Delta P_{D,actual}}{R_{actual} \cdot T_{p,actual}^2}}{s^0 \left( s^0 + \frac{1}{T_{p,actual}} \right) \left( s^0 + \frac{R_{actual} + K_{p,actual} K_g K_T}{R_{actual} T_{p,actual}} \right)} \cdot s^0 \Big|_{s=0} \Rightarrow$$

$$A = -\frac{\frac{K_{p,actual} \cdot R_{actual} \cdot \Delta P_{D,actual}}{R_{actual} \cdot T_{p,actual}^2}}{\left(\frac{1}{T_{p,actual}}\right) \left(\frac{R_{actual} + K_{p,actual} K_g K_T}{R_{actual} T_{p,actual}}\right)} = -\frac{\frac{K_{p,actual} \cdot R_{actual} \cdot \Delta P_{D,actual}}{R_{actual} \cdot T_{p,actual}^2}}{\frac{R_{actual} + K_{p,actual} K_g K_T}{R_{actual} T_{p,actual}}} \Rightarrow$$

$$A = -\frac{K_{p,actual} \cdot R_{actual} \cdot \Delta P_{D,actual}}{R_{actual} + K_{p,actual} K_g K_T}$$

$$B = -\frac{\frac{K_{p,actual} \cdot R_{actual} \cdot \Delta P_{D,pu}}{R_{actual} \cdot T_{p,actual}^2} + \frac{K_{p,actual} \cdot R_{actual} \cdot T_{p,actual} \delta^{-\frac{1}{T_{p,actual}}} \cdot \Delta P_{D,actual}}{R_{actual} \cdot T_{p,actual}^2}}{\delta^{-\frac{1}{T_{p,actual}}} \left(s + \frac{1}{T_{p,actual}}\right) \left(\delta^{-\frac{1}{T_{p,actual}}} + \frac{R_{actual} + K_{p,actual} K_g K_T}{R_{actual} T_{p,actual}}\right)} \cdot \left(s + \frac{1}{T_{p,actual}}\right) \Bigg|_{s = -\frac{1}{T_{p,actual}}} \Rightarrow$$

$$B = -\frac{\frac{K_{p,actual} \cdot R_{actual} \cdot \Delta P_{D,actual}}{R_{actual} \cdot T_{p,actual}^2} + \frac{K_{p,actual} \cdot R_{actual} \cdot T_{p,actual} \left(-\frac{1}{T_{p,actual}}\right) \cdot \Delta P_{D,actual}}{R_{actual} \cdot T_{p,actual}^2}}{\left(-\frac{1}{T_{p,actual}}\right) \left(-\frac{1}{T_{p,actual}} + \frac{R_{actual} + K_{p,actual} K_g K_T}{R_{actual} T_{p,actual}}\right)} \Rightarrow$$

$$B = -\frac{\frac{K_{p,actual} \cdot R_{actual} \cdot \Delta P_{D,actual}}{R_{actual} \cdot T_{p,actual}^2} - \frac{K_{p,actual} \cdot R_{actual} \cdot \Delta P_{D,actual}}{R_{actual} \cdot T_{p,actual}^2}}{\left(-\frac{1}{T_{p,actual}}\right) \left(-\frac{1}{T_{p,actual}} + \frac{R_{actual} + K_{p,actual} K_g K_T}{R_{actual} T_{p,actual}}\right)} \Rightarrow$$

$$B = 0$$

$$\Gamma = \Delta F_{actual}(s) \cdot \left(s + \frac{R_{actual} + K_{p,actual} K_g K_T}{R_{actual} T_{p,actual}}\right) \Bigg|_{s = -\frac{R_{actual} + K_{p,actual} K_g K_T}{R_{actual} T_{p,actual}}} \Rightarrow$$

$$\Gamma = -\frac{\frac{K_{p,actual} \cdot R_{actual} \cdot \Delta P_{D,actual}}{R_{actual} \cdot T_{p,actual}^2} + \frac{K_{p,actual} \cdot R_{actual} \cdot T_{p,actual} \delta^{-\frac{R_{actual} + K_{p,actual} K_g K_T}{R_{actual} T_{p,actual}}} \cdot \Delta P_{D,actual}}{R_{actual} \cdot T_{p,actual}^2}}{\delta^{-\frac{R_{actual} + K_{p,actual} K_g K_T}{R_{actual} T_{p,actual}}} \left(\delta^{-\frac{R_{actual} + K_{p,actual} K_g K_T}{R_{actual} T_{p,actual}}} + \frac{1}{T_{p,actual}}\right) \left(s + \frac{R_{actual} + K_{p,actual} K_g K_T}{R_{actual} T_{p,actual}}\right)}$$

$$\cdot \left(s + \frac{R_{actual} + K_{p,actual} K_g K_T}{R_{actual} T_{p,actual}}\right) \Bigg|_{s = -\frac{R_{actual} + K_{p,actual} K_g K_T}{R_{actual} T_{p,actual}}} \Rightarrow$$

$$\Gamma = -\frac{K_{p,actual} \cdot R_{actual} \cdot \Delta P_{D,actual}}{R_{actual} \cdot T_{p,actual}^2} + \frac{K_{p,actual} \cdot R_{actual} \cdot T_{p,actual} \left( -\frac{R_{actual} + K_{p,actual} K_g K_T}{R_{actual} T_{p,actual}} \right) \cdot \Delta P_{D,actual}}{R_{actual} \cdot T_{p,actual}^2} \Rightarrow$$

$$\Gamma = -\frac{\left( -\frac{R_{actual} + K_{p,actual} K_g K_T}{R_{actual} T_{p,actual}} \right) \left( -\frac{R_{actual} + K_{p,actual} K_g K_T}{R_{actual} T_{p,actual}} + \frac{1}{T_{p,actual}} \right)}{\left( -\frac{R_{actual} + K_{p,actual} K_g K_T}{R_{actual} T_{p,actual}} \right) \left( -\frac{R_{actual} + K_{p,actual} K_g K_T}{R_{actual} T_{p,actual}} + \frac{1}{T_{p,actual}} \right)} \Rightarrow$$

$$\Gamma = -\frac{\frac{K_{p,actual} \cdot R_{actual} \cdot \Delta P_{D,actual}}{R_{actual} \cdot T_{p,actual}^2} - \frac{K_{p,actual} \cdot R_{actual} \cdot \Delta P_{D,actual}}{R_{actual} \cdot T_{p,actual}^2} - \frac{K_{p,actual}^2 K_g K_T \cdot \Delta P_{D,actual}}{R_{actual} \cdot T_{p,actual}^2}}{\left( -\frac{R_{actual} + K_{p,actual} K_g K_T}{R_{actual} T_{p,actual}} \right) \left( -\frac{R_{actual} + K_{p,actual} K_g K_T}{R_{actual} T_{p,actual}} + \frac{1}{T_{p,actual}} \right)} \Rightarrow$$

$$\Gamma = -\frac{K_{p,actual}^2 K_g K_T \cdot \Delta P_{D,actual}}{R_{actual} \cdot T_{p,actual}^2} = \frac{R_{actual} K_{p,actual}^2 K_g K_T \cdot \Delta P_{D,actual}}{K_{p,actual} K_g K_T R_{actual} + (K_{p,actual} K_g K_T)^2} \Rightarrow$$

$$\Gamma = \frac{R_{actual} K_{p,actual} \Delta P_{D,actual} \left( \frac{K_{p,actual} K_g K_T}{R_{actual} + K_{p,actual} K_g K_T} \right)}{\left( R_{actual} + K_{p,actual} K_g K_T \right) \left( \frac{K_{p,actual} K_g K_T}{R_{actual} + K_{p,actual} K_g K_T} \right)} = \frac{R_{actual} K_{p,actual} \Delta P_{D,actual}}{R_{actual} + K_{p,actual} K_g K_T} = -A$$

Εάν τώρα αντικαταστήσουμε τα παραπάνω αποτελέσματα στην σχέση (2.6.21), έχουμε:

$$\Delta F_{actual}(s) = -\frac{R_{actual} K_{p,actual} \Delta P_{D,actual}}{R_{actual} + K_{p,actual} K_g K_T} - \frac{0}{s + \frac{1}{T_{p,pu}}} + \frac{R_{actual} K_{p,actual} \Delta P_{D,actual}}{R_{actual} + K_{p,actual} K_g K_T} \Rightarrow$$

$$\Delta F_{actual}(s) = -\frac{R_{actual} K_{p,actual} \Delta P_{D,actual}}{R_{actual} + K_{p,actual} K_g K_T} + \frac{R_{actual} K_{p,actual} \Delta P_{D,actual}}{R_{actual} + K_{p,actual} K_g K_T} = \frac{R_{actual} K_{p,actual} \Delta P_{D,actual}}{R_{actual} + K_{p,actual} K_g K_T}$$

Εδώ τώρα, εφαρμόζουμε αντίστροφο μετασχηματισμό Laplace ώστε να βρούμε την χρονική απόκριση του συστήματος

$$\Delta f(t) = L^{-1}\{\Delta F_{actual}(s)\} = L^{-1}\left\{ -\frac{R_{actual} K_{p,actual} \Delta P_{D,actual}}{R_{actual} + K_{p,actual} K_g K_T} + \frac{R_{actual} K_{p,actual} \Delta P_{D,actual}}{R_{actual} + K_{p,actual} K_g K_T} \right\} \Rightarrow$$

$$\Delta f(t) = -\frac{R_{actual} K_{p,actual} \Delta P_{D,actual}}{R_{actual} + K_{p,actual} K_g K_T} \cdot L^{-1} \left\{ \frac{1}{s} - \frac{1}{s + \frac{R_{actual} + K_{p,actual} K_g K_T}{R_{actual} T_{p,actual}}} \right\} \Rightarrow$$

$$\Delta f(t) = -\frac{R_{actual} K_{p,actual} \Delta P_{D,actual}}{R_{actual} + K_{p,actual} K_g K_T} \cdot \left( 1 - e^{-\frac{R_{actual} + K_{p,actual} K_g K_T}{R_{actual} T_{p,actual}} t} \right)$$

(2.6.22)

Όπου εάν αντικαταστήσουμε με τα αριθμητικά δεδομένα του προβλήματος, βρίσκουμε

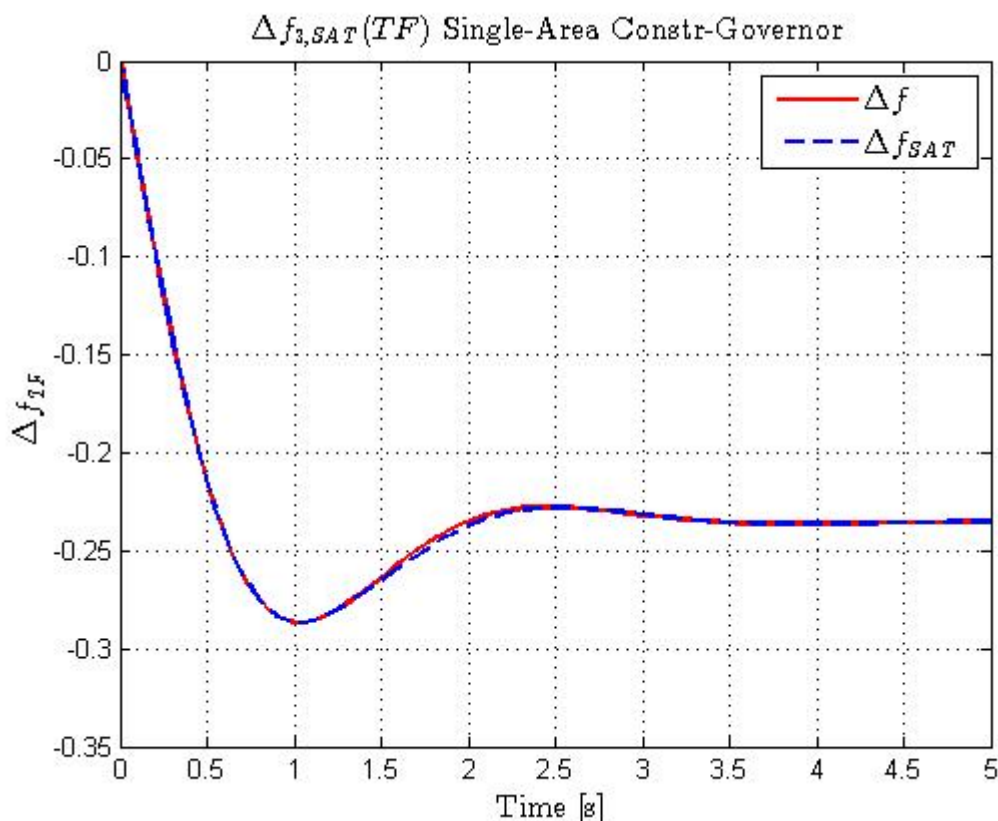
$$\Delta f(t) = -\frac{0,0012 \cdot 0,06 \cdot 200}{0,0012 + 0,06 \cdot 1} \cdot \left( 1 - e^{-\frac{0,0012 + 0,06 \cdot 1}{0,0012 \cdot 24} t} \right) \Rightarrow$$

$$\Delta f(t) = -0,2353 \cdot \left( 1 - e^{-2,125t} \right) \text{ Hz}$$

Κι εδώ βλέπουμε πως ενώ εργαστήκαμε με πραγματικές (actual) τιμές, το τελικό αποτέλεσμα είναι ίδιο με την εργασία μας στο ανά μονάδα (pu) σύστημα.

### 2.6.5 Πειράματα Προσομοίωσης

Χρησιμοποιώντας Τυποποιημένο Λογισμικό Προσομοίωσης επιλύσαμε τις παραπάνω διαφορικές εξισώσεις και προέκυψαν οι παρακάτω γραφικές παραστάσεις.

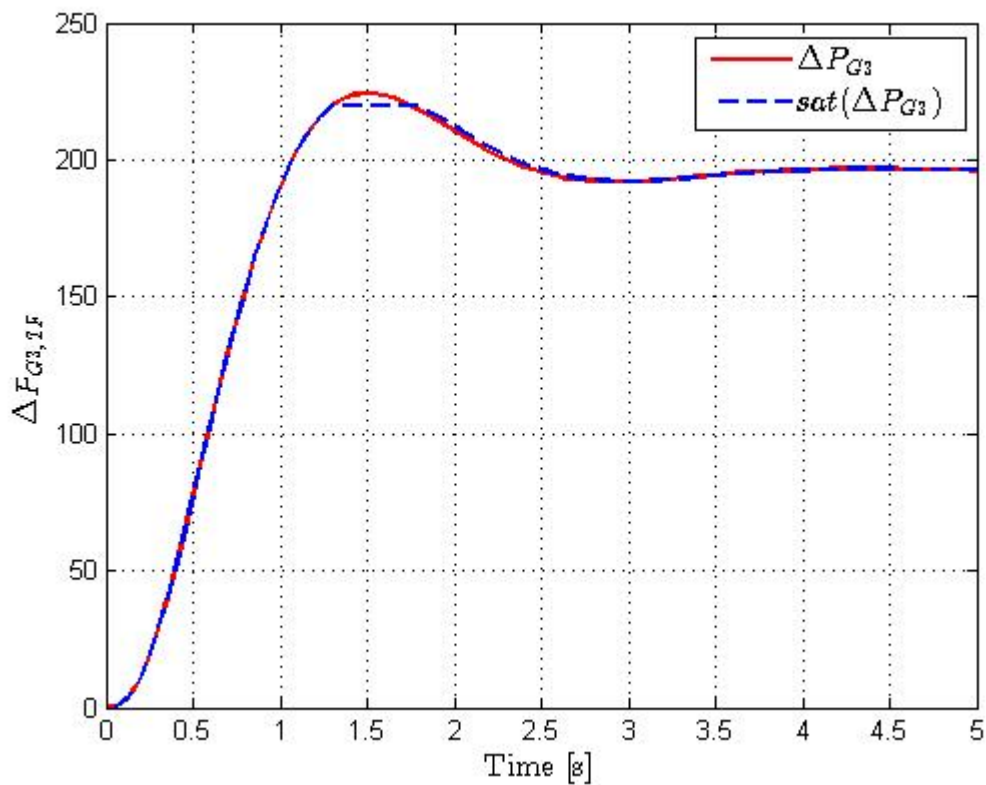


Εικόνα 2.6. 2 Η χρονική απόκριση της συχνότητας  $\Delta f(t)$

Στην παραπάνω γραφική παράσταση, βλέπουμε την χρονική απόκριση της συχνότητας  $\Delta f(t)$  έπειτα από βηματική διαταραχή  $\Delta P_D = 200 \text{ MW}$ . Όπως μπορούμε να παρατηρήσουμε, υπάρχει μία μεταβατική περίοδος γύρω στα 3.5 δευτερόλεπτα και στην συνέχεια η συχνότητα σταθεροποιείται στην τιμή των  $-0.2353 \text{ Hz}$  από την ονομαστική τιμή της συχνότητας η οποία είναι  $f_{ov} = 50 \text{ Hz}$ .

Αυτό όμως δεν είναι ένα επιθυμητό αποτέλεσμα διότι διάφορες ηλεκτρονικές συσκευές βασίζονται σε αυτήν την διατήρηση της σταθερής συχνότητας, δηλαδή  $\Delta f = 0$ , για την ορθή λειτουργία τους.

Στην παρακάτω γραφική παράσταση, έχουμε την χρονική απόκριση της ισχύος  $\Delta P_G(t)$  της γεννήτριας. Την χρονική στιγμή μηδέν, λαμβάνει χώρα η βηματική διαταραχή. Παρατηρούμε, πως το σύστημά μας ακόμη και μόνο με τον βρόχο 1/R προσπαθεί να ανταποκριθεί για την εξυπηρέτηση του επιπλέον φορτίου αλλά, παρόλα αυτά, τα αποτελέσματα αυτής της προσπάθειας δεν είναι ικανοποιητικά.



Εικόνα 2.6. 3 Η χρονική απόκριση της ισχύος  $\Delta P_G(t)$

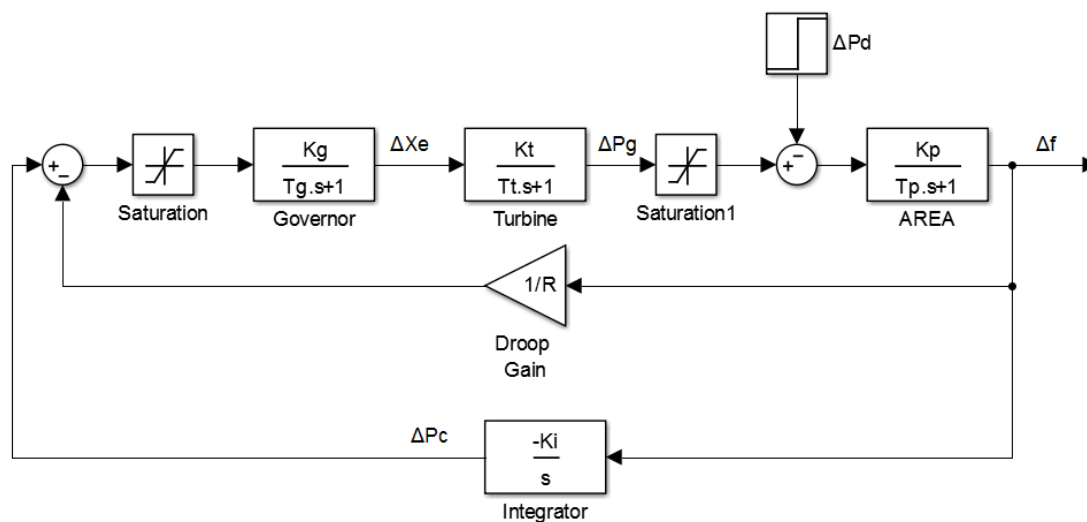
Εξαιτίας του γεγονότος ότι τα αποτελέσματα αυτής της μεθόδου δηλαδή, του ανοιχτού βρόχου με μόνη ανάδραση τον όρο  $1/R$ , δεν είναι ικανοποιητικά, θα προσπαθήσουμε να τα βελτιώσουμε όπως θα δούμε στο επόμενο κεφάλαιο.



### Κεφάλαιο 3 – Σχεδιασμός Ελεγκτή κλειστού βρόχου με καθαρή ολοκληρωτική δράση για Σύστημα μίας περιοχής ελέγχου

Αφού είδαμε πως η ανάλυση ανοιχτού συστήματος δεν μας καλύπτει, για αυτόν τον λόγο θα σχεδιάσουμε έναν ελεγκτή κλειστού βρόχου με την χρήση ενός καθαρού ολοκληρωτή με στόχο να μηδενίσουμε το σφάλμα.

Στην παρακάτω Εικόνα 3.1 βλέπουμε το πώς εντάσσεται ο καθαρός ολοκληρωτής στο σύστημα ανοιχτού βρόχου καθιστώντας το πλέον σύστημα κλειστού βρόχου.



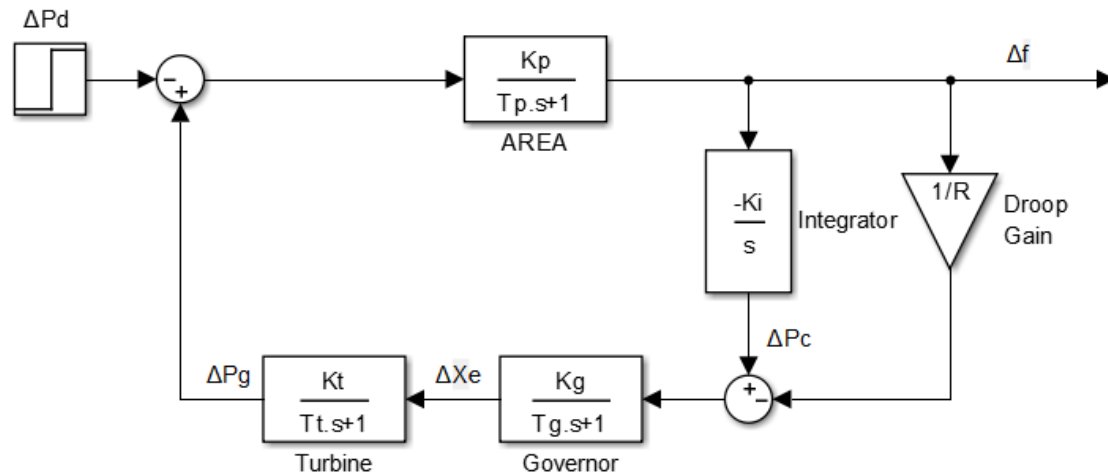
Εικόνα 3. 1 Το σύστημα κλειστού βρόχου με χρήση καθαρού ολοκληρωτή και κορεσμό

Εδώ για να δούμε πως λειτουργεί το σύστημα κλειστού πλέον βρόχου, θα εργαστούμε με δύο μεθόδους. Η πρώτη μέθοδος θα είναι αυτή των δομικών διαγραμμάτων με συναρτήσεις μεταφοράς και η δεύτερη μέθοδος θα είναι αυτή των καταστατικών εξισώσεων στον χώρο κατάστασης.

Στο κεφάλαιο 2, είδαμε πως είτε εργαστούμε στο ανά μονάδα (pu) σύστημα, είτε κάνουμε χρήση των πραγματικών (actual) τιμών, καταλήγουμε στο ίδιο αποτέλεσμα. Συνεπώς, για την οικονομία της συζήτησης από εδώ και πέρα θα εργαζόμαστε μονάχα με πραγματικές (actual) τιμές όντας βέβαιοι πως εργαζόμενοι και στο ανά μονάδα (pu) σύστημα, θα προκύπταν τα ίδια αποτελέσματα.

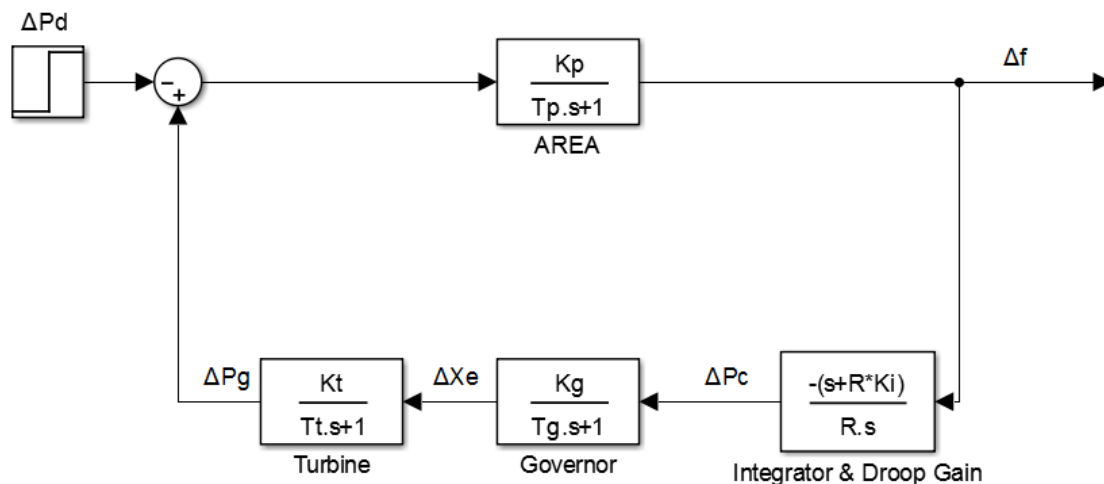
### 3.1 Σχεδιασμός μέσω Συναρτήσεων Μεταφοράς ελεγκτή με ολοκληρωτική δράση

Αρχικά, θα δουλέψουμε με τα δομικά διαγράμματα και τις συναρτήσεις μεταφοράς. Έχοντας το παραπάνω δομικό διάγραμμα (Εικόνα 3.1), θα προβούμε σε κάποιες απλοποιήσεις αξιοποιώντας την γνώση μας περί μετασχηματισμών δομικών διαγραμμάτων.



Σε πρώτη φάση, δεν κάναμε ούτε κάποιον μετασχηματισμό αλλά και ούτε κάποια απλοποίηση. Το μόνο που κάναμε είναι η αλλαγή της χωροταξίας του.

Σε δεύτερη φάση, βλέπουμε πως ο ολοκληρωτής και ο όρος  $1/R$  είναι παράλληλοι μεταξύ τους με κοινή αρχή και κοινό τέλος. Συνεπώς, μπορούμε να τα προσθέσουμε μεταξύ τους όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα.



Φάση τρίτη, τώρα παρατηρούμε πως ο στρόβιλος (Turbine), ο ρυθμιστής ταχύτητας (Governor) και το άθροισμα του ολοκληρωτή βρίσκονται εν σειρά. Συνεπώς, οι συναρτήσεις μεταφοράς τους πολλαπλασιάζονται.

Στην τέταρτη και τελευταία πλέον φάση, δεν το βλέπουμε σε κάποια απεικόνιση αλλά προκύπτει μέσα από την συλλογιστική πορεία που εφαρμόσαμε μέχρι τώρα, ότι το παραπάνω γινόμενο λειτουργεί ως ανατροφοδότηση για το σύστημα ισχύος (AREA). Συνεπώς, κάνοντας τον απαραίτητο μετασχηματισμό, καταλήγουμε στην παρακάτω συνάρτηση μεταφοράς.

$$TF_{close,act}(s) = \frac{\Delta F_{act}(s)}{\Delta P_{D,act}(s)} = - \frac{G_{p,act}}{1 + \left( \frac{s + R_{act} K_{i,act}}{R_{act} \cdot s} \right) G_{p,act}(s) G_{gT}(s)} \Rightarrow$$

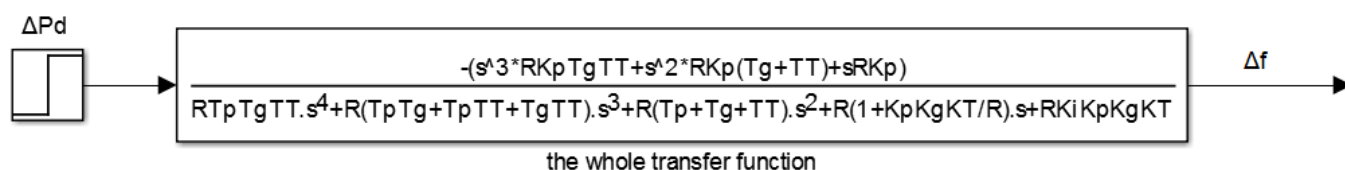
$$\Rightarrow TF_{close,act} = - \frac{\frac{K_{p,act}}{1 + T_{p,act} s}}{1 + \left( \frac{s + R_{act} K_{i,act}}{R_{act} \cdot s} \right) \left( \frac{K_{p,act}}{1 + T_{p,act} s} \right) \left( \frac{K_g}{1 + T_g s} \right) \left( \frac{K_T}{1 + T_T s} \right)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow TF_{close,act}(s) = - \frac{\frac{K_{p,act}}{(1 + T_{p,act} s)}}{R_{act} \cdot s \cdot (1 + T_{p,act} s) (1 + T_g s) (1 + T_T s) + (s + R_{act} K_{i,act}) K_{p,act} K_g K_T} \Rightarrow$$

$$R_{act} \cdot s \cdot (1 + T_{p,act} s) (1 + T_g s) (1 + T_T s)$$

Όπου έπειτα από τις παραπάνω πράξεις, προκύπτει

$$TF_{close,act} = - \frac{s^3 \cdot R_{act} (K_{p,act} T_g T_T) + s^2 \cdot R_{act} (K_{p,act} T_g + K_{p,act} T_T) + s \cdot R_{act} K_{p,act}}{s^4 \cdot R_{act} (T_{p,act} T_g T_T) + s^3 \cdot R_{act} (T_{p,act} T_g + T_{p,act} T_T + T_g T_T) + s^2 \cdot R_{act} (T_{p,act} + T_g + T_T) + s \cdot (R_{act} + K_{p,act} K_g K_T) + (R_{act} K_{i,act} K_{p,act} K_g K_T)}$$



Θεωρούμε το παρακάτω χαρακτηριστικό πολυώνυμο όπου, βρίσκοντας τις ρίζες του, βρίσκουμε και τους πόλους του συστήματος. Για να κάνουμε αριθμητική αντικατάσταση θα χρησιμοποιήσουμε το αριθμητικό παράδειγμα του κεφαλαίου 2 για πραγματικές (actual) τιμές.

$$s^4 \cdot R_{act} (T_{p,act} T_g T_T) + s^3 \cdot R_{act} (T_{p,act} T_g + T_{p,act} T_T + T_g T_T) + s^2 \cdot R_{act} (T_{p,act} + T_g + T_T) + s \cdot (R_{act} + K_{p,act} K_g K_T) + (R_{act} K_{i,act} K_{p,act} K_g K_T) = 0 \quad (3.1.1)$$

Παρόλα αυτά, μας λείπει η τιμή της παραμέτρου  $K_i$ . Για να βρούμε την τιμή αυτής, δεν χρησιμοποιήσαμε μαθηματική επίλυση μα, αξιοποιώντας το τυποποιημένο λογισμικό προσομοίωσης, έπειτα από πολυάριθμα πειράματα προσομοίωσης, δίνοντας στο  $K_i$  διάφορες τιμές, καταλήξαμε πως  $100 \leq K_i \leq 320$ . Συνεπώς, θα βρούμε τις ρίζες

$$K_i = 100$$

για  $K_i = 200$  όπου, στο τέλος του κεφαλαίου θα δείτε και τις αντίστοιχες χρονικές

$$K_i = 320$$

αποκρίσεις για τα αντίστοιχα  $K_i$ .

$$\text{Για } K_i = 100, \begin{cases} s_1 = -13.1665 + 0.0000j \\ s_2 = -1.2919 + 2.1618j \\ s_3 = -1.2919 - 2.1618j \\ s_4 = -0.1247 + 0.0000j \end{cases}$$

$$\text{Για } K_i = 200, \begin{cases} s_1 = -13.1610 + 0.0000j \\ s_2 = -1.2241 + 2.1114j \\ s_3 = -1.2241 - 2.1114j \\ s_4 = -0.2657 + 0.0000j \end{cases}$$

$$\text{Για } K_i = 320, \begin{cases} s_1 = -13.1544 + 0.0000j \\ s_2 = -1.1298 + 2.0543j \\ s_3 = -1.1298 - 2.0543j \\ s_4 = -0.4610 + 0.0000j \end{cases}$$

Όπως παρατηρούμε, οι ρίζες του συστήματος, όπως περιμέναμε άλλωστε, είναι όλοι στο αριστερό μιγαδικό επίπεδο (δηλαδή, το πραγματικό μέρος είναι αρνητικό). Συνεπώς, το σύστημά μας είναι ευσταθές και κατά Lyapunov και κατά ΦΕΦΕ.

### 3.2 Σχεδιασμός μέσω Καταστατικών Εξισώσεων ελεγκτή με ολοκληρωτική δράση

Στην ενότητα αυτή, παρουσιάζουμε τον συνήθη τρόπο σχεδιασμού ελεγκτών για συστήματα μίας περιοχής ελέγχου (Single Area Power Systems), μέσω καταστατικών εξισώσεων, ο οποίος συνίσταται σε καθαρή ολοκληρωτική δράση βασισμένη στο σφάλμα εξόδου.

Η παρουσία ολοκληρωτή εισάγει μία επιπλέον καταστατική μεταβλητή  $X_4(t) = \int_0^t \Delta f(\tau) d\tau = \int_0^t X_1(\tau) d\tau$  πράγμα που σημαίνει πως η τάξη του συστήματος αυξάνει κατά ένα. Όσον αφορά τις καταστατικές εξισώσεις, οι διαστάσεις των πινάκων A και B αυξάνουν σε 4x4 και 4x1 αντίστοιχα.

Λαμβάνοντας υπόψιν ότι τώρα ο ελεγκτής μας εκφράζεται ως  $\Delta P_c(t) = -K_i \int_0^t \Delta f(\tau) d\tau = -K_i \cdot X_4(t)$ , οι καταστατικές εξισώσεις του κλειστού συστήματος γίνονται:

$$\text{Governor: } \left\{ \begin{array}{l} \text{Είσοδος: } \Delta P_c(t) - \frac{1}{R} \Delta f(t) = -K_i X_4(t) - \frac{1}{R} X_1(t) \\ \text{Εξοδος: } \Delta X_E(t) = X_3(t) \end{array} \right\}$$

$$\text{Turbine: } \left\{ \begin{array}{l} \text{Είσοδος: } \Delta X_E(t) = X_3(t) \\ \text{Εξοδος: } \Delta P_G(t) = X_2(t) \end{array} \right\}$$

$$\text{Area: } \left\{ \begin{array}{l} \text{Είσοδος: } \Delta P_G(t) - \Delta P_D(t) = X_2(t) - w(t) \\ \text{Εξοδος: } \Delta f(t) = X_1(t) \end{array} \right\}$$

$$\text{Integral: } \left\{ \begin{array}{l} \text{Είσοδος: } \Delta f(t) = X_1(t) \\ \text{Εξοδος: } \int_0^t \Delta f(\tau) d\tau = X_4(t) \end{array} \right\}$$

Όπου προκύπτουν οι παρακάτω καταστατικές εξισώσεις:

$$\dot{X}_1(t) = -\frac{1}{T_p} X_1(t) + \frac{K_p}{T_p} (X_2(t) - w(t)) = -\frac{1}{T_p} X_1(t) + \frac{K_p}{T_p} X_2(t) - \frac{K_p}{T_p} w(t)$$

$$\dot{X}_2(t) = -\frac{1}{T_T} X_2(t) + \frac{K_T}{T_T} X_3(t)$$

$$\dot{X}_3(t) = -\frac{1}{T_g} X_3(t) + \frac{K_g}{T_g} \left( -K_i X_4(t) - \frac{1}{R} X_1(t) \right) = -\frac{1}{T_g} X_3(t) - \frac{K_g K_i}{T_g} X_4(t) - \frac{K_g}{T_g R} X_1(t)$$

$$\dot{X}_4(t) = X_1(t)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \dot{X}_3 \\ \dot{X}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_p} & \frac{K_p}{T_p} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_T} & \frac{K_T}{T_T} & 0 \\ -\frac{K_g}{T_g R} & 0 & -\frac{1}{T_g} & -\frac{K_g K_i}{T_g} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} -\frac{K_p}{T_p} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} w(t)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \dot{X}_3 \\ \dot{X}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_p} & \frac{K_p}{T_p} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_T} & \frac{K_T}{T_T} & 0 \\ -\frac{K_g}{T_g R} & 0 & -\frac{1}{T_g} & -\frac{K_g K_i}{T_g} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{K_p}{T_p} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} w(t)$$

όπου

$$\dot{X}_{close} = A_{close} \cdot X_{close}(t) + B_{2,close} \cdot w(t)$$

$$\det(A - \lambda \cdot I) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \det \begin{vmatrix} -\frac{1}{T_p} & \frac{K_p}{T_p} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_T} & \frac{K_T}{T_T} & 0 \\ -\frac{K_g}{R \cdot T_g} & 0 & -\frac{1}{T_g} & -\frac{K_g K_i}{T_g} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} - \lambda \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \det \begin{vmatrix} -\frac{1}{T_p} - \lambda & \frac{K_p}{T_p} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_T} - \lambda & \frac{K_T}{T_T} & 0 \\ -\frac{K_g}{R \cdot T_g} & 0 & -\frac{1}{T_g} - \lambda & -\frac{K_g K_i}{T_g} \\ 1 & 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left( -\frac{1}{T_p} - \lambda \right) \cdot A_{11} - \left( \frac{K_p}{T_p} \right) \cdot A_{12} + 0 \cdot A_{13} - 0 \cdot A_{14} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left( -\frac{1}{T_p} - \lambda \right) \cdot A_{11} - \left( \frac{K_p}{T_p} \right) \cdot A_{12} = 0 \quad (3.2.1)$$

$$A_{11} = \begin{vmatrix} -\frac{1}{T_T} - \lambda & \frac{K_T}{T_T} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_g} - \lambda & -\frac{K_g K_i}{T_g} \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A_{11} = \left(-\frac{1}{T_T} - \lambda\right) \cdot A_{11,11} - \left(\frac{K_T}{T_T}\right) \cdot A_{11,12} + 0 \cdot A_{11,13} = \left(-\frac{1}{T_T} - \lambda\right) \cdot A_{11,11} - \left(\frac{K_T}{T_T}\right) \cdot A_{11,12}$$

$$A_{11,11} = \begin{vmatrix} -\frac{1}{T_g} - \lambda & -\frac{K_g K_i}{T_g} \\ 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \left(-\frac{1}{T_g} - \lambda\right)(-\lambda) - 0 \cdot \left(-\frac{K_g K_i}{T_g}\right) = \lambda^2 + \lambda \frac{1}{T_g}$$

$$A_{11,12} = \begin{vmatrix} 0 & -\frac{K_g K_i}{T_g} \\ 0 & -\lambda \end{vmatrix} = 0 \cdot (-\lambda) - 0 \cdot \left(-\frac{K_g K_i}{T_g}\right) = 0$$

$$A_{11} = \left(-\frac{1}{T_T} - \lambda\right) \left(\lambda^2 + \lambda \frac{1}{T_g}\right) - \left(\frac{K_T}{T_T}\right) \cdot 0 = -\lambda^3 - \lambda^2 \frac{1}{T_g} - \lambda^2 \frac{1}{T_T} - \lambda \frac{1}{T_g T_T} =$$

$$A_{11} = -\lambda^3 - \lambda^2 \frac{T_g + T_T}{T_g T_T} - \lambda \frac{1}{T_g T_T}$$

$$A_{12} = \begin{vmatrix} 0 & \frac{K_T}{T_T} & 0 \\ -\frac{K_g}{R \cdot T_g} & -\frac{1}{T_g} - \lambda & -\frac{K_g K_i}{T_g} \\ 1 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A_{12} = 0 \cdot A_{12,11} - \left(\frac{K_T}{T_T}\right) \cdot A_{12,12} + 0 \cdot A_{12,13} = -\left(\frac{K_T}{T_T}\right) \cdot A_{12,12}$$

$$A_{12,12} = \begin{vmatrix} -\frac{K_g}{R \cdot T_g} & -\frac{K_g K_i}{T_g} \\ 1 & -\lambda \end{vmatrix} = \left(-\frac{K_g}{R \cdot T_g}\right)(-\lambda) - 1 \cdot \left(-\frac{K_g K_i}{T_g}\right) = \lambda \frac{K_g}{R \cdot T_g} + \frac{K_g K_i}{T_g}$$

$$A_{12} = -\left(\frac{K_T}{T_T}\right) \left(\lambda \frac{K_g}{R \cdot T_g} + \frac{K_g K_i}{T_g}\right) = -\lambda \frac{K_g K_T}{R \cdot T_g T_T} - \frac{R \cdot K_g K_T K_i}{R \cdot T_g T_T}$$

Τώρα, αντικαθιστώντας στην σχέση (3.2.1) τα παραπάνω αποτελέσματα

$$\det(A - \lambda \cdot I) = 0 \Rightarrow \left(-\frac{1}{T_p} - \lambda\right) \left(-\lambda^3 - \lambda^2 \frac{T_g + T_T}{T_g T_T} - \lambda \frac{1}{T_g T_T}\right) - \left(\frac{K_p}{T_p}\right) \left(-\lambda \frac{K_g K_T}{R \cdot T_g T_T} - \frac{R \cdot K_g K_T K_i}{R \cdot T_g T_T}\right) = 0 \Rightarrow$$

$$\begin{aligned}
 &\Rightarrow \lambda^4 \frac{R \cdot T_p T_g T_T}{R \cdot T_p T_g T_T} + \lambda^3 \frac{R \cdot T_p (T_g + T_T)}{R \cdot T_p T_g T_T} + \lambda^2 \frac{R \cdot T_p}{R \cdot T_p T_g T_T} + \lambda^3 \frac{R \cdot T_g T_T}{R \cdot T_p T_g T_T} + \lambda^2 \frac{R (T_g + T_T)}{R \cdot T_p T_g T_T} + \\
 &+ \lambda \frac{R}{R \cdot T_p T_g T_T} + \lambda \frac{K_p K_g K_T}{R \cdot T_p T_g T_T} + \frac{R \cdot K_p K_g K_T K_i}{R \cdot T_p T_g T_T} = 0 \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \lambda^4 \frac{R \cdot T_p T_g T_T}{R \cdot T_p T_g T_T} + \lambda^3 \frac{R \cdot T_p (T_g + T_T) + R \cdot T_g T_T}{R \cdot T_p T_g T_T} + \lambda^2 \frac{R \cdot T_p + R (T_g + T_T)}{R \cdot T_p T_g T_T} + \\
 &+ \lambda \frac{K_p K_g K_T + R}{R \cdot T_p T_g T_T} + \frac{R \cdot K_p K_g K_T K_i}{R \cdot T_p T_g T_T} = 0 \Rightarrow \\
 &\lambda^4 (R \cdot T_p T_g T_T) + \lambda^3 (R [T_p (T_g + T_T) + T_g T_T]) + \lambda^2 (R [T_p + (T_g + T_T)]) + \\
 &+ \lambda (K_p K_g K_T + R) + R \cdot K_i K_p K_g K_T = 0
 \end{aligned} \tag{3.2.2}$$

Από την παραπάνω σχέση, βρίσκοντας τις ιδιοτιμές του πίνακα A, βρίσκουμε και τους πόλους του συστήματος. Για να κάνουμε αριθμητική αντικατάσταση θα χρησιμοποιήσουμε το αριθμητικό παράδειγμα του κεφαλαίου 2 για πραγματικές (actual) τιμές.

Παρόλα αυτά, μας λείπει η τιμή της παραμέτρου  $K_i$ . Για να βρούμε την τιμή αυτής, δεν χρησιμοποιήσαμε μαθηματική επίλυση μα, αξιοποιώντας το τυποποιημένο λογισμικό προσομοίωσης, έπειτα από πολυάριθμα πειράματα προσομοίωσης, δίνοντας στο  $K_i$  διάφορες τιμές, καταλήξαμε πως  $100 \leq K_i \leq 320$ . Συνεπώς, θα βρούμε τις

$$K_i = 100$$

ιδιοτιμές για  $K_i = 200$  όπου, στο τέλος του κεφαλαίου θα δείτε και τις αντίστοιχες

$$K_i = 320$$

χρονικές αποκρίσεις για τα αντίστοιχα  $K_i$ .

$$\text{Για } K_i = 100, \begin{cases} \lambda_1 = -13.1665 + 0.0000j \\ \lambda_2 = -1.2919 + 2.1618j \\ \lambda_3 = -1.2919 - 2.1618j \\ \lambda_4 = -0.1247 + 0.0000j \end{cases}$$

$$\text{Για } K_i = 200, \begin{cases} \lambda_1 = -13.1610 + 0.0000j \\ \lambda_2 = -1.2241 + 2.1114j \\ \lambda_3 = -1.2241 - 2.1114j \\ \lambda_4 = -0.2657 + 0.0000j \end{cases}$$

$$\text{Για } K_i = 320, \begin{cases} \lambda_1 = -13.1544 + 0.0000j \\ \lambda_2 = -1.1298 + 2.0543j \\ \lambda_3 = -1.1298 - 2.0543j \\ \lambda_4 = -0.4610 + 0.0000j \end{cases}$$

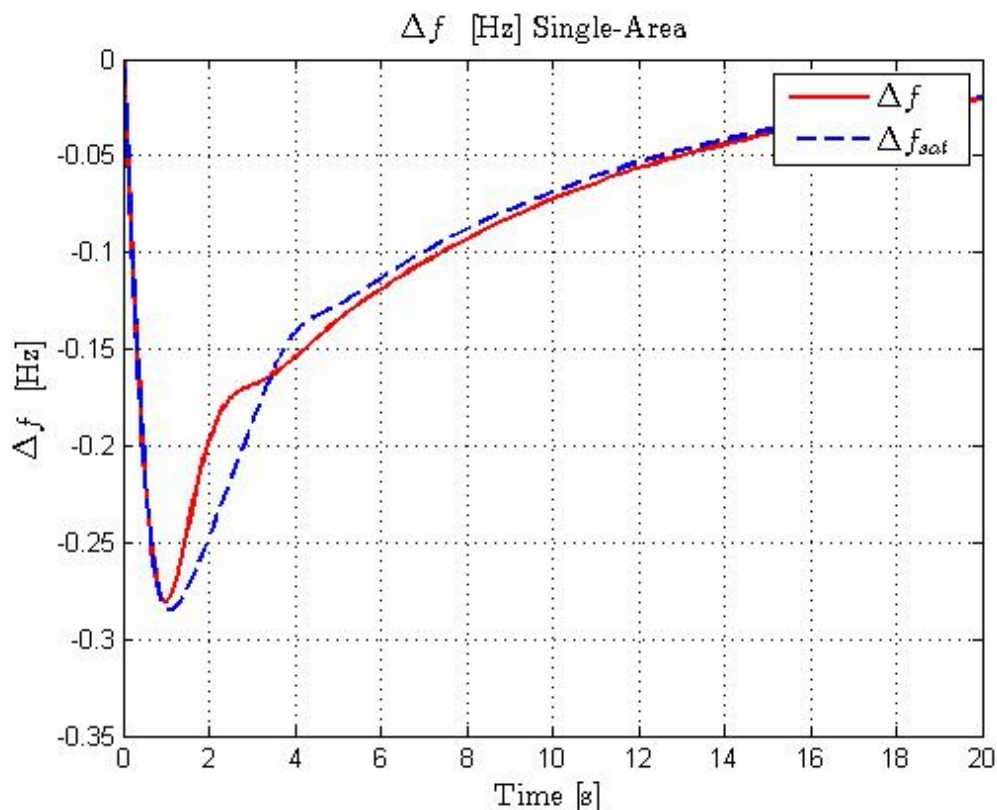
Όπως παρατηρούμε, οι ιδιοτιμές του συστήματος, όπως περιμέναμε άλλωστε, είναι όλες στο αριστερό μιγαδικό επίπεδο (δηλαδή, το πραγματικό μέρος είναι αρνητικό). Συνεπώς, το σύστημά μας είναι ευσταθές και κατά Lyapunov και κατά ΦΕΦΕ.



### 3.3 Πειράματα Προσομοίωσης

Σε αυτήν την ενότητα, χρησιμοποιώντας Τυποποιημένο Λογισμικό Προσομοίωσης επιλύσαμε τις παραπάνω διαφορικές εξισώσεις και προέκυψαν οι παρακάτω γραφικές παραστάσεις.

#### 3.3.1 Προσομοίωση για $K_i=100$



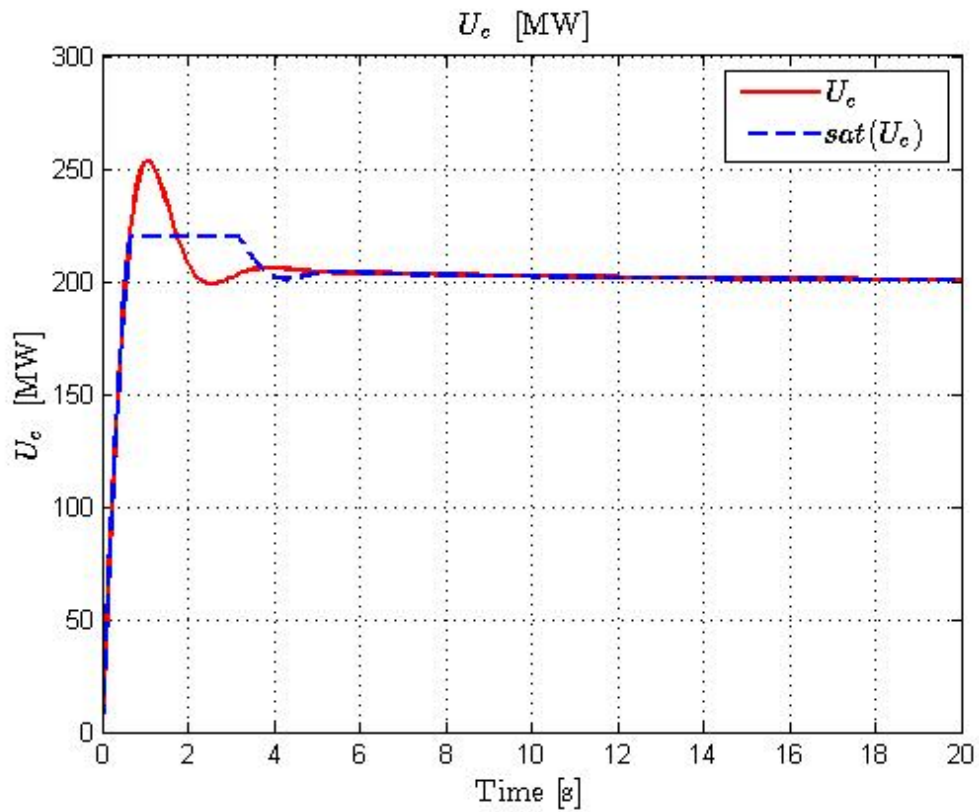
Εικόνα 3.3. 1 Η χρονική απόκριση της συχνότητας  $\Delta f(t)$  για  $K_i=100$

Στην παραπάνω γραφική παράσταση, βλέπουμε την χρονική απόκριση της συχνότητας θεωρώντας ως κέρδος (gain) του ολοκληρωτή το  $K_i = 100$ . Εδώ βλέπουμε όμως δύο καμπύλες, μία κόκκινη συνεχόμενη και μία μπλε διακεκομμένη. Η κόκκινη είναι η απόκριση του συστήματος χωρίς κορεσμό ενώ η μπλε καμπύλη μας δείχνει την απόκριση του συστήματος με την χρήση κορεσμού (Saturator).

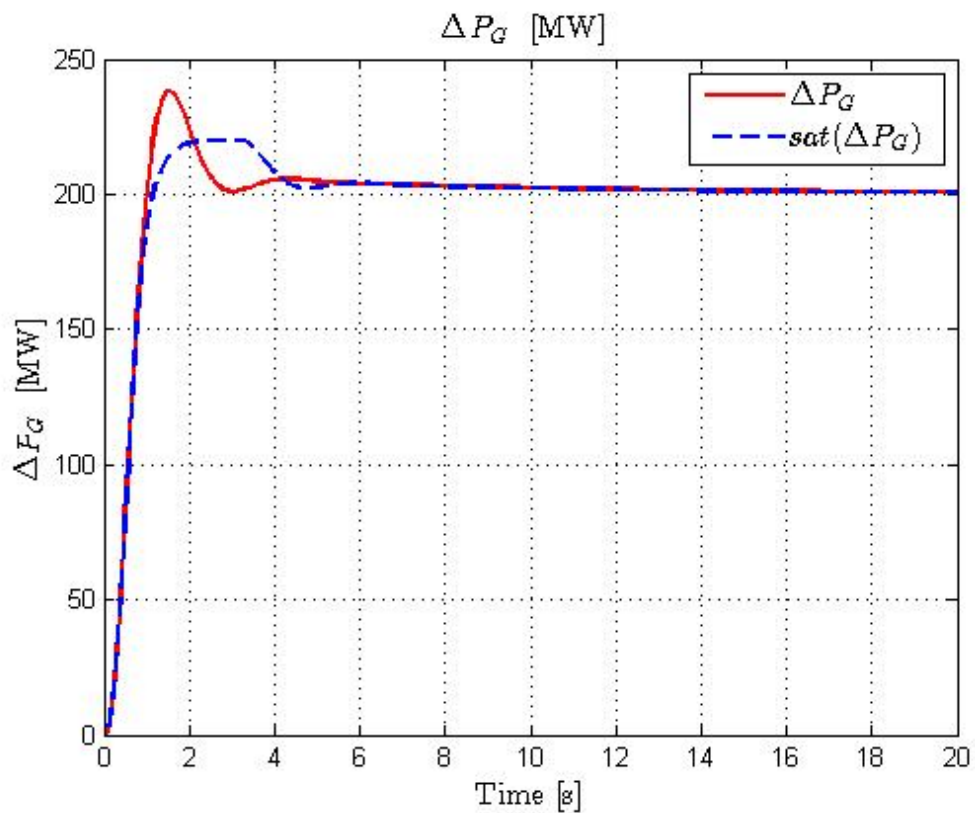
Εδώ, σε σχέση με το σύστημα ανοιχτού βρόχου, το σφάλμα μηδενίζεται όπως άλλωστε είναι και το ζητούμενο. Το πρόβλημα όμως είναι πως αργεί πολύ (περίπου 25 δευτερόλεπτα) μέχρι η συχνότητα να επανέλθει στα 50Hz από την στιγμή όπου λαμβάνει χώρα η διαταραχή.

Στην επόμενη γραφική παράσταση, φαίνεται η χρονική απόκριση της εντολής ελέγχου. Όπως παρατηρούμε, εδώ ενεργοποιείται ο μηχανισμός του κορεσμού.

Στην τρίτη γραφική, βλέπουμε την απόκριση της γεννήτριας έπειτα από την διαταραχή και την εφαρμογή του σήματος ελέγχου. Παρατηρούμε πως ανταποκρίνεται στην αύξηση της ζήτησης. Για να το κάνει αυτό, αρχικά παράγει περισσότερη ισχύ από τα ζητούμενα 200 MW και την συνέχεια, σταδιακά η ισχύς της γεννήτριας μειώνεται έως ότου φτάσει τα 200 MW.



Εικόνα 3.3. 2 Η χρονική απόκριση της εντολής ελέγχου για  $K_i=100$

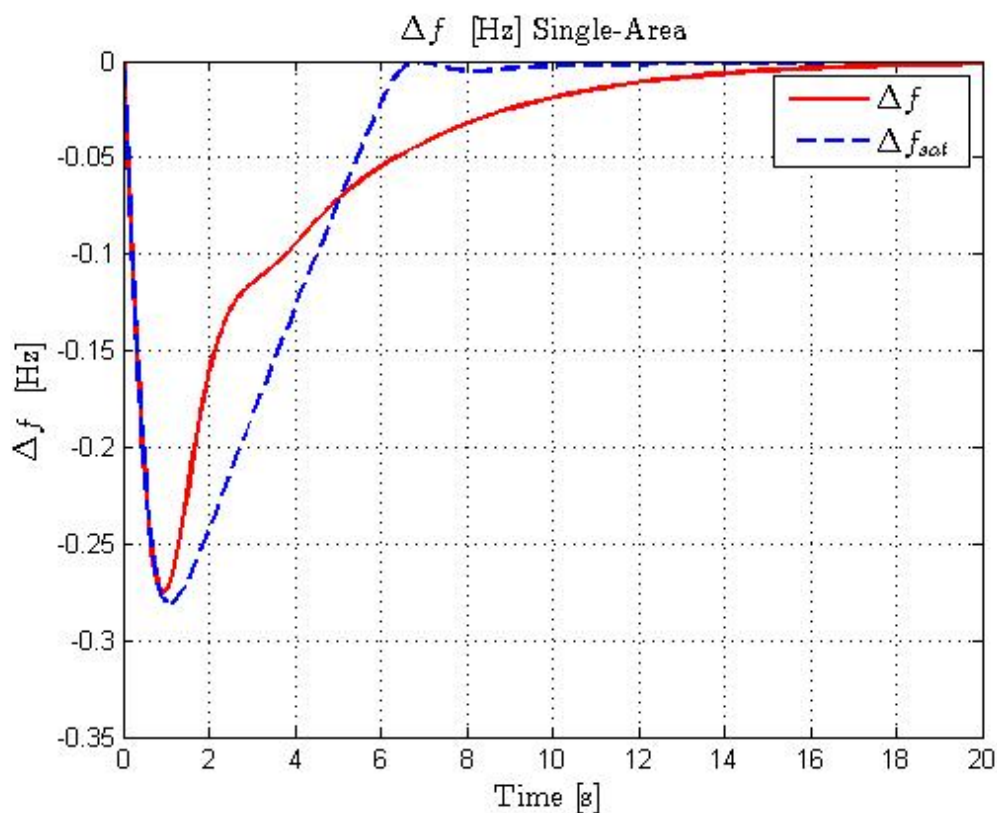


Εικόνα 3.3. 3 Η χρονική απόκριση της ισχύος  $\Delta P_G$  για  $K_i=100$

### 3.3.2 Προσομοίωση για $K_i=200$

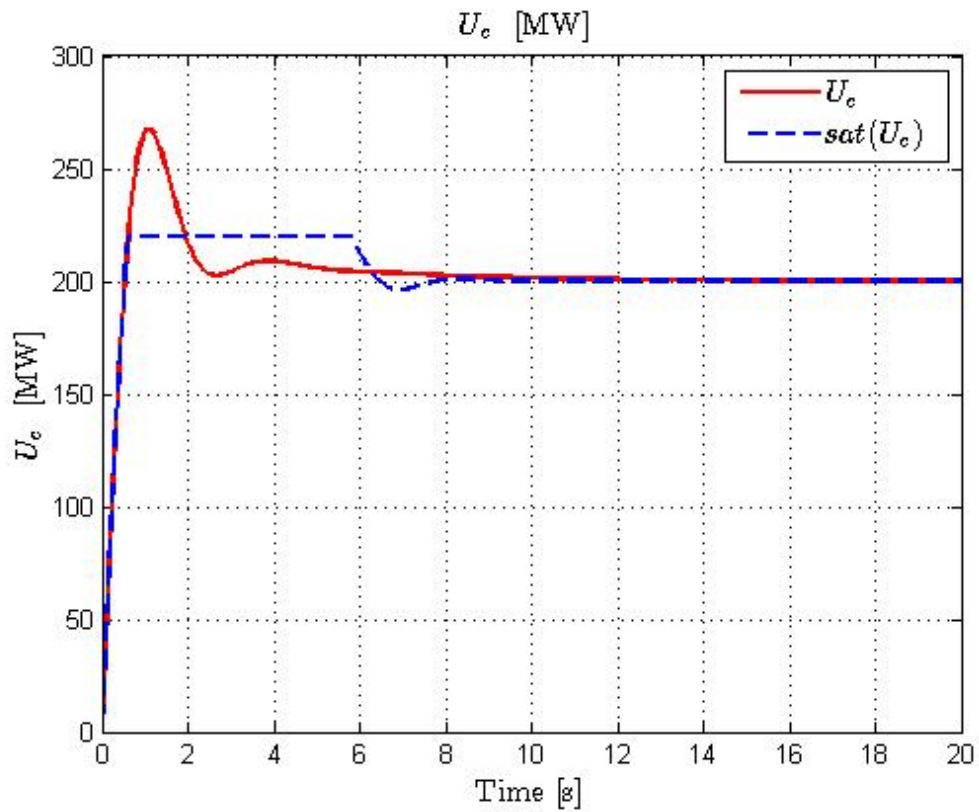
Τα αποτελέσματα όμως που είχαμε για  $K_i=100$ , δεν μας ικανοποιούσαν διότι παρόλο που έχουμε μηδενισμό του σφάλματος, δεν έχουμε καλές επιδόσεις δηλαδή, έχουμε αργή αποκατάσταση του σφάλματος. Για αυτόν τον λόγο, θα δούμε τι θα συμβεί εάν, αντί για  $K_i=100$ , αντικαταστήσουμε με  $K_i=200$ .

Στην παρακάτω γραφική παράσταση, βλέπουμε την χρονική απόκριση της συχνότητας για  $K_i=200$ . Όπως παρατηρούμε, το σφάλμα πάλι μηδενίζεται όπως άλλωστε είναι και το ζητούμενο αλλά αυτήν την φορά, αρκετά πιο γρήγορα. Βλέπουμε πως ο μηδενισμός του σφάλματος για το ακόρεστο σήμα, λαμβάνει χώρα κατά το χρονικό σημείο των 16 δευτερολέπτων ενώ για το κορεσμένο, στα 7 δευτερόλεπτα. Εδώ όμως παρατηρούμε το εξής πρόβλημα. Το γεγονός πως κορεσμένο σήμα, δεν ταιριάζει με το ακόρεστο. Αυτό μας ενοχλεί διότι, ο κορεσμός έχει να κάνει με τα κατασκευαστικά χαρακτηριστικά του συστήματος αλλά και με τις αντοχές του.

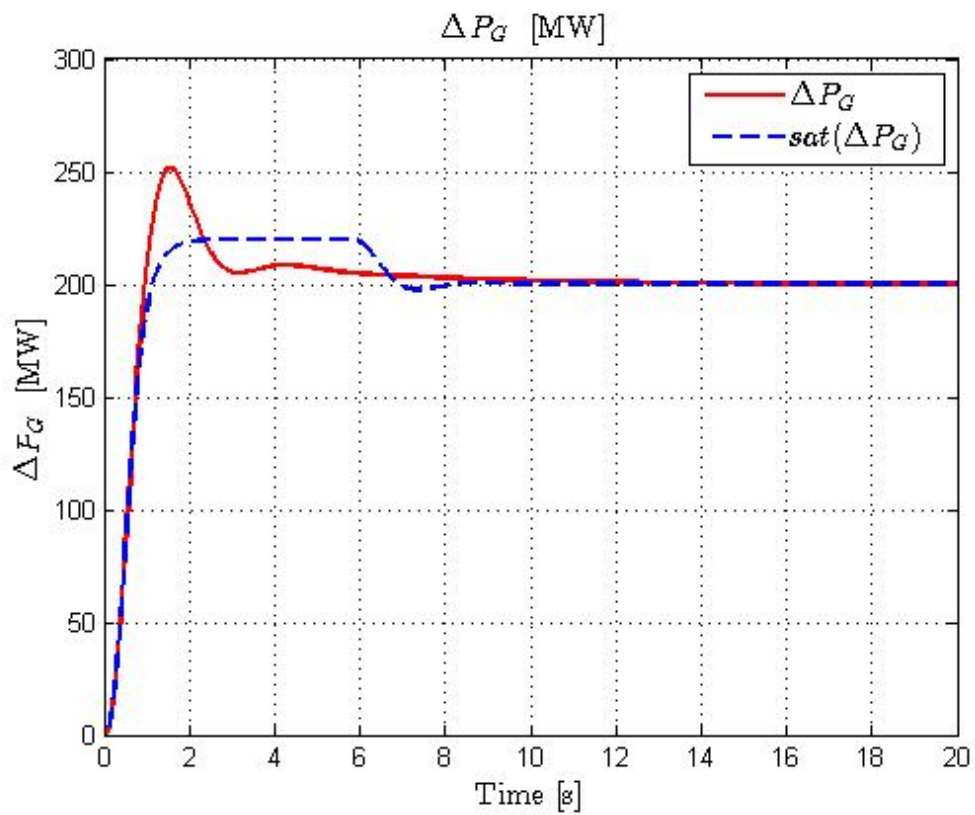


Εικόνα 3.3. 4 Η χρονική απόκριση της συχνότητας  $\Delta f(t)$  για  $K_i=200$

Στα παρακάτω δύο γραφήματα, βλέπουμε την χρονική απόκριση της εντολής ελέγχου καθώς και την χρονική απόκριση της επιπλέον παραγόμενης ισχύος από την γεννήτρια. Και σε αυτά τα γραφήματα βλέπουμε πως έχει ενεργοποιηθεί ο κορεσμός (μπλε διακεκομμένη γραμμή) φαινόμενο που δεν το επιθυμούμε.



Εικόνα 3.3. 5 Η χρονική απόκριση της εντολής ελέγχου για  $K_i=200$

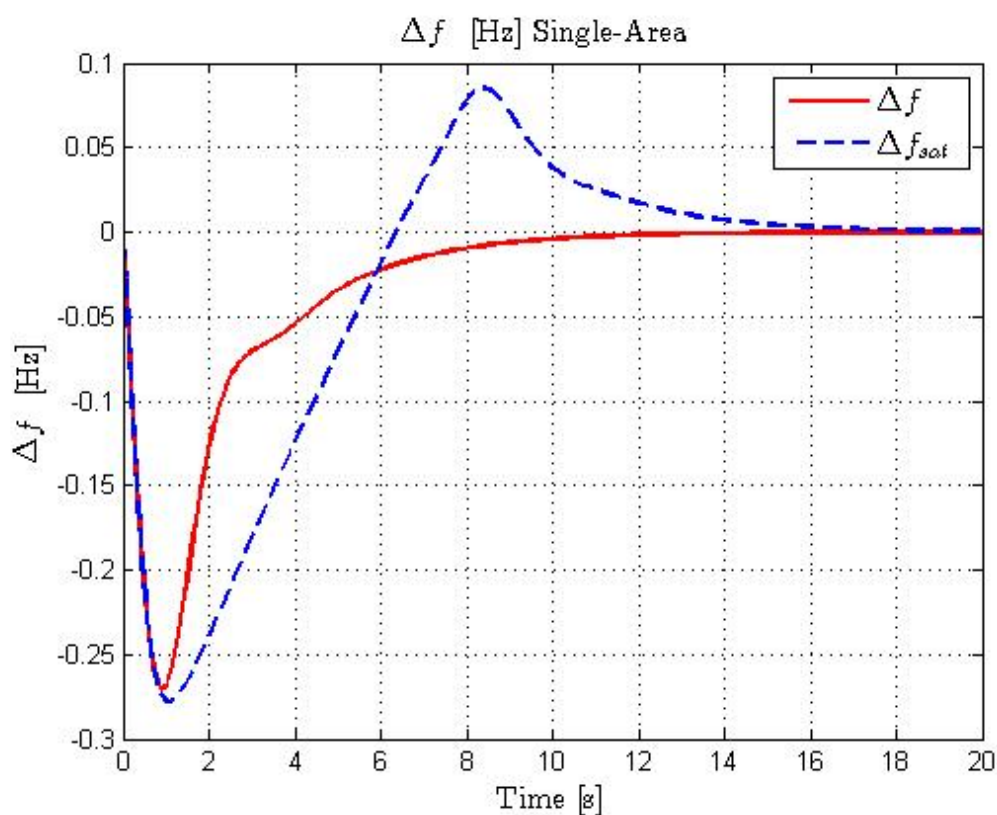


Εικόνα 3.3. 6 Η χρονική απόκριση της ισχύος  $\Delta P_G(t)$  για  $K_i=200$

### 3.3.3 Προσομοίωση για $K_i=320$

Τέλος, θα δούμε τι συμβαίνει στην περίπτωση όπου θέσουμε  $K_i=320$ . Εδώ παρατηρούμε πως το ακόρεστο σήμα της συχνότητας μεταβαίνει στην τιμή μηδενισμού του σφάλματος έπειτα από χρόνο 10 δευτερολέπτων. Ο χρόνος αυτός θεωρούμε πως είναι αρκετά ικανοποιητικός.

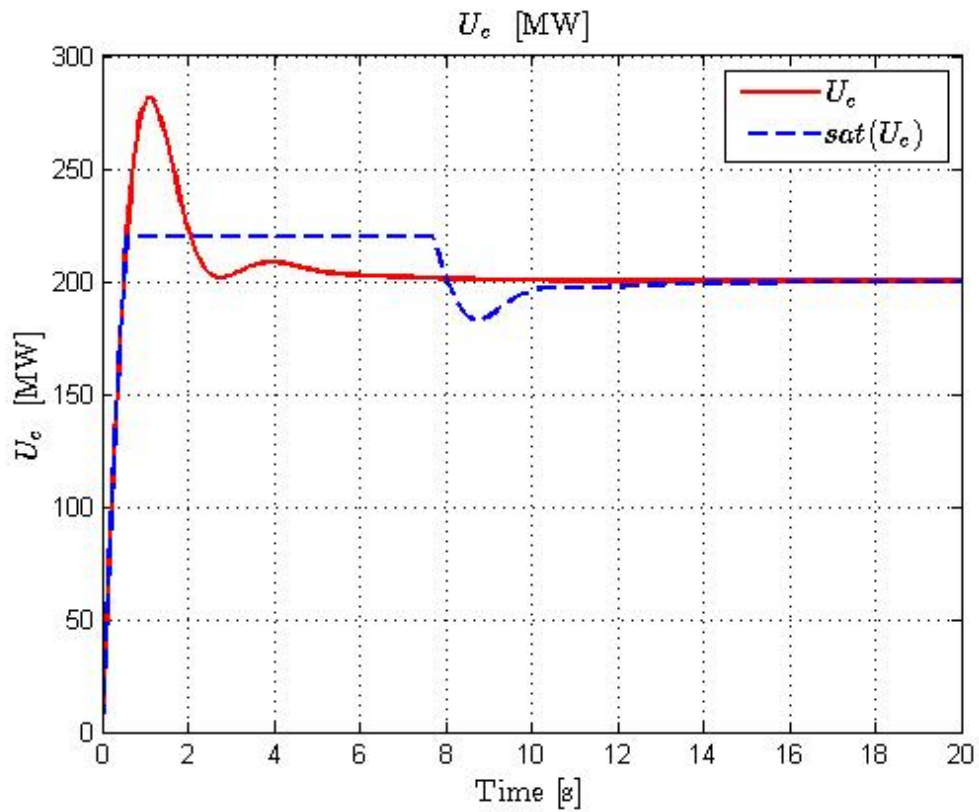
Από την άλλη μεριά, βλέπουμε πως το σήμα που εμπεριέχει το σύστημα κορεσμού, αρχικά, αντί μόνο να φτάσει σε μηδενισμό του σφάλματος, αντί αυτού, διέρχεται από το μηδέν προκαλώντας προσωρινό σφάλμα αντίθετης φοράς από το προηγούμενο και στην συνέχεια, μηδενίζει για μόνιμη κατάσταση σε χρόνο 16 δευτερολέπτων. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται υπερακοντισμός (overshoot). Δηλαδή, το σήμα μας υπερβαίνει προσωρινά το αναμενόμενο. Και προφανώς, με βάση, αυτό το φαινόμενο, «χτυπάει» πάλι το σύστημα κορεσμού.



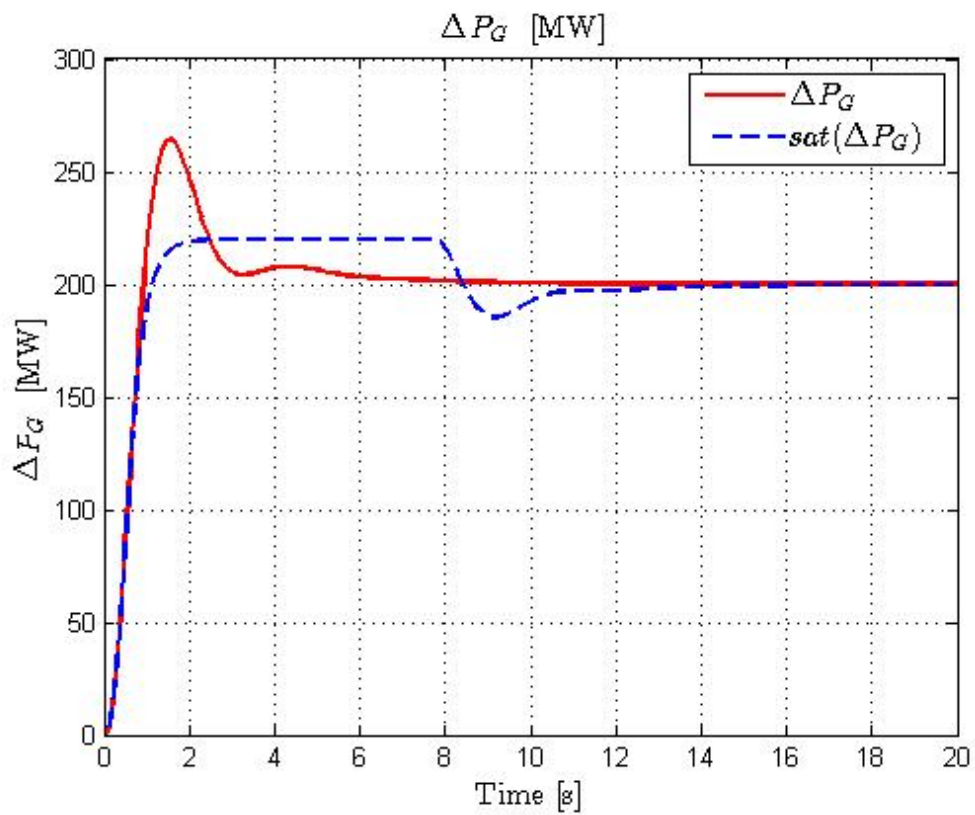
Εικόνα 3.3. 7 Η χρονική απόκριση της συχνότητας  $\Delta f(t)$  για  $K_i=320$

Στις παρακάτω γραφικές βλέπουμε πάλι την χρονική απόκριση του σήματος ελέγχου καθώς και την χρονική μεταβολή της ισχύος της γεννήτριας. Το σύστημα κορεσμού, πάλι ενεργοποιείται και αυτήν την φορά για αρκετά μεγαλύτερο χρονικά διάστημα σε σχέση με τις προηγούμενες τιμές του  $K_i$ .





Εικόνα 3.3. 8 Η χρονική απόκριση της εντολής ελέγχου για  $K_i=320$



Εικόνα 3.3. 9 Η χρονική απόκριση της ισχύος  $\Delta P_G(t)$  για  $K_i=320$

### 3.4 $K_{i,critical}$ , η τιμή που ξεχωρίζει την ευστάθεια από την αστάθεια

Το  $K_{i,critical}$  είναι το κρίσιμο κέρδος το οποίο, καθορίζει από ποια τιμή του  $K_i$  κι έπειτα, το σύστημά μας οδηγείται στην αστάθεια.

#### 3.4.1 Γεωμετρικός τόπος ριζών

Είναι δυνατόν χρησιμοποιώντας την μεθοδολογία του γεωμετρικού τόπου ριζών να υπολογίσουμε την τιμή του κρίσιμου κέρδους που φέρνουν το σύστημα σε αστάθεια. Προς τον σκοπό αυτό χρειάζονται οι εξής δύο ενέργειες: οι κατάστρωση των καταστατικών εξισώσεων του επαυξημένου ανοιχτού συστήματος (δηλαδή προσθέτοντας την μεταβλητή  $\dot{X}_4 = X_1$  και η επιλογή μίας καινούργιας μεταβλητής εξόδου, της  $y_2 = X_4$  ούτως ώστε ο ελεγκτής του παρόντος κεφαλαίου να εκφράζεται ως στατική ανατροφοδότηση της καινούργιας εξόδου  $y_2$  δηλαδή  $u = K_i \cdot y_2$

Οι παραπάνω ενέργειες αποτυπώνονται στις παρακάτω εξισώσεις στις οποίες αμελούμε τον όρο διαταραχής δεδομένου ότι αυτός δεν επηρεάζει τους πόλους.

$$\dot{X}(t) = A \cdot X(t) + B_1 \cdot u(t) + B_2 \cdot w(t)$$

$$y_1(t) = X_1(t) = \Delta f(t) = [1 \ 0 \ 0] \cdot X(t)$$

$$y_2(t) = X_4(t)$$

$$\dot{X}_4(t) = X_1(t)$$

$$\dot{X}_{aug}(t) = A_{aug} \cdot X_{aug}(t) + B_{1,aug} \cdot u(t) + B_{2,aug} \cdot w(t)$$

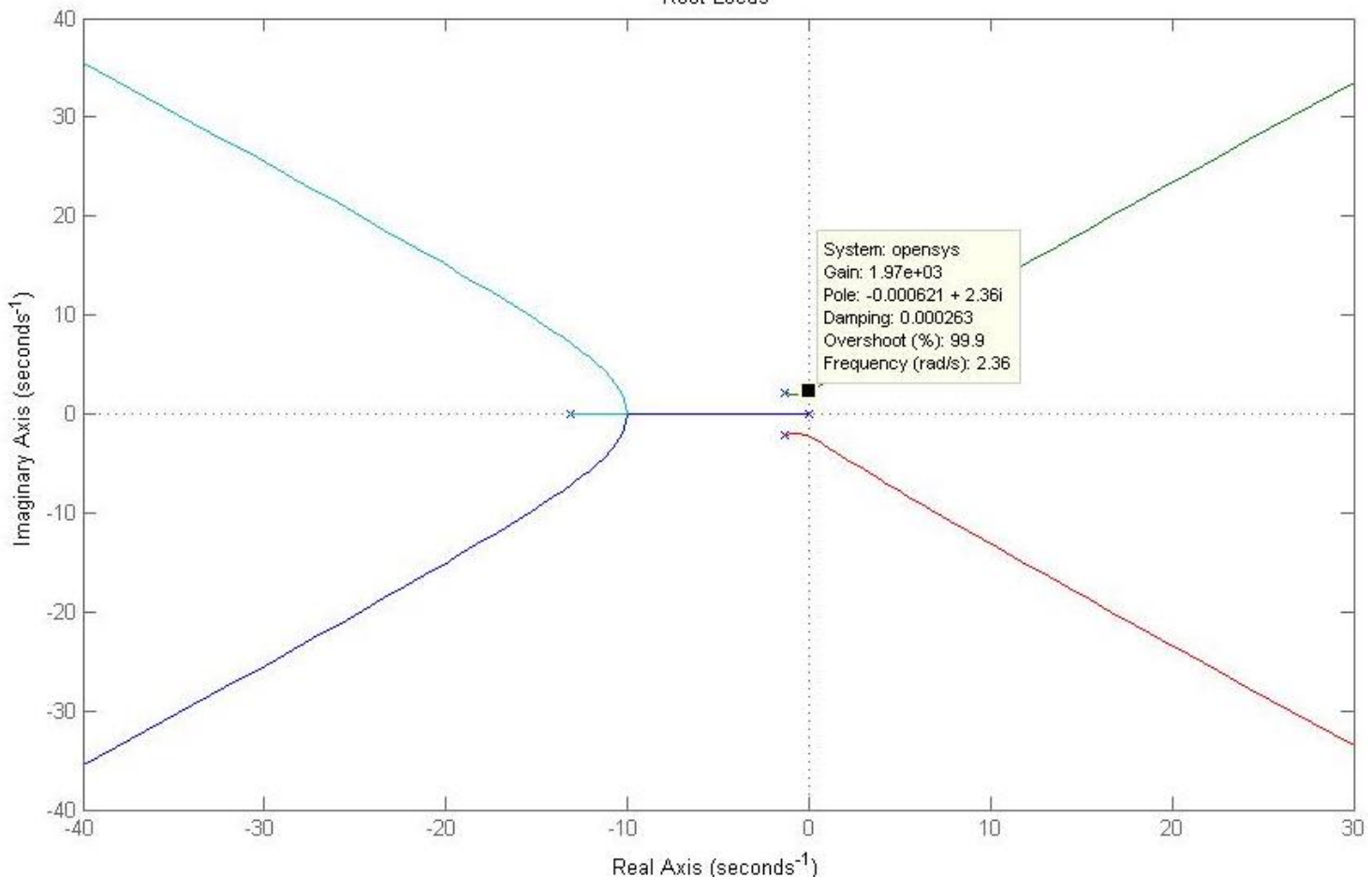
$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dots \\ \dot{X}_4 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} A & \vdots & 0 \\ \dots & & \dots \\ 1 & 0 & 0 & \vdots & 0 \end{bmatrix}}_{A_{aug}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} X \\ \dots \\ X_4 \end{bmatrix}}_{X_{aug}} + \underbrace{\begin{bmatrix} B_1 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}}_{B_{1,aug}} \cdot u + \underbrace{\begin{bmatrix} B_2 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}}_{B_{2,aug}} \cdot w$$

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \dot{X}_3 \\ \dot{X}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_p} & \frac{K_p}{T_p} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_T} & \frac{K_T}{T_T} & 0 \\ -\frac{K_g}{T_g R} & 0 & -\frac{1}{T_g} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{K_g}{T_g} \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} -\frac{K_p}{T_p} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} w$$

$$\left. \begin{aligned} u(t) &= K_i \cdot X_4(t) = K_i \cdot C_2 \cdot X_{aug}(t) \\ y_2(t) &= C_2 \cdot X_{aug}(t) = X_4(t) \\ C_2 &= [0 \ 0 \ 0 \ 1] \end{aligned} \right\} \Rightarrow u(t) = K_i \cdot y_2(t)$$

Συνεπώς, μέσω της εντολής “rlocus” πήραμε την παρακάτω γραφική

Root Locus



Εικόνα 3.4. 1 Ο γεωμετρικός τόπος ριζών για τον προσδιορισμό του  $K_{i,critical}$

Με την παραπάνω μέθοδο, είναι φανερό ότι η κρίσιμη τιμή  $K_{i,critical}$  είναι σε μια περιοχή γύρω από το  $K_i=1970$ .

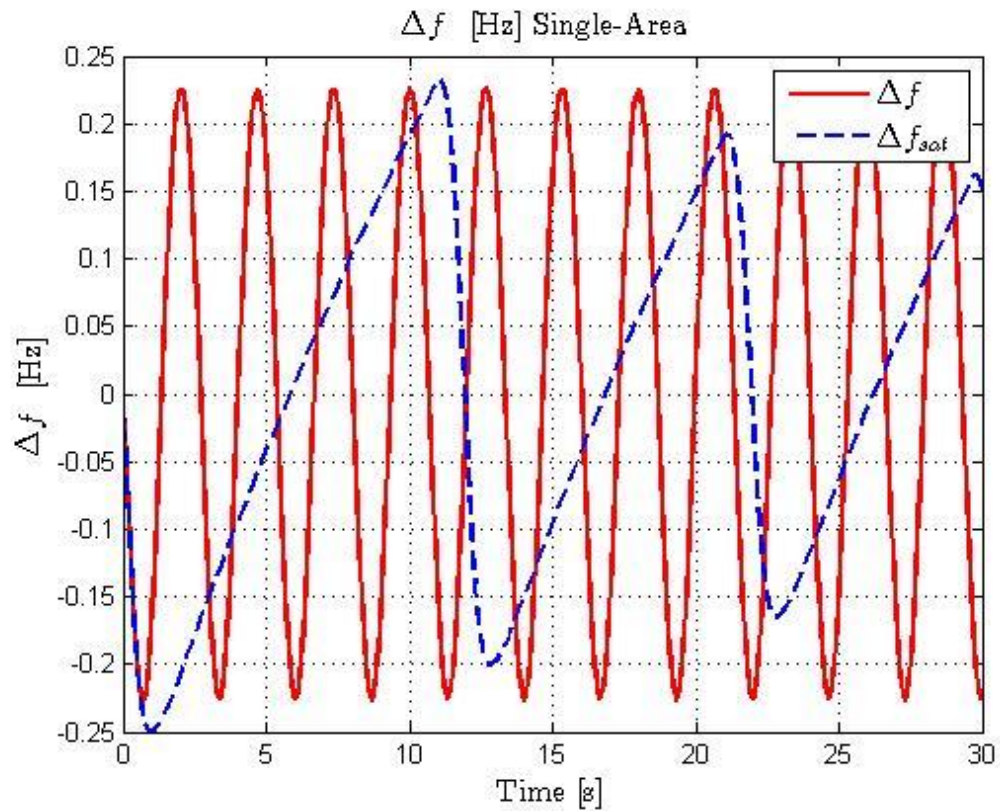
### 3.4.2 Η μέθοδος της διχοτόμου

Αφού με την παραπάνω μέθοδο καταφέραμε μόνο να προσεγγίσουμε την περιοχή γύρω από την οποία βρίσκεται το  $K_{i,critical}$ , θα χρησιμοποιήσουμε την μέθοδο της διχοτόμου ώστε να βρούμε με ακόμα μεγαλύτερη ακρίβεια το  $K_{i,critical}$ .

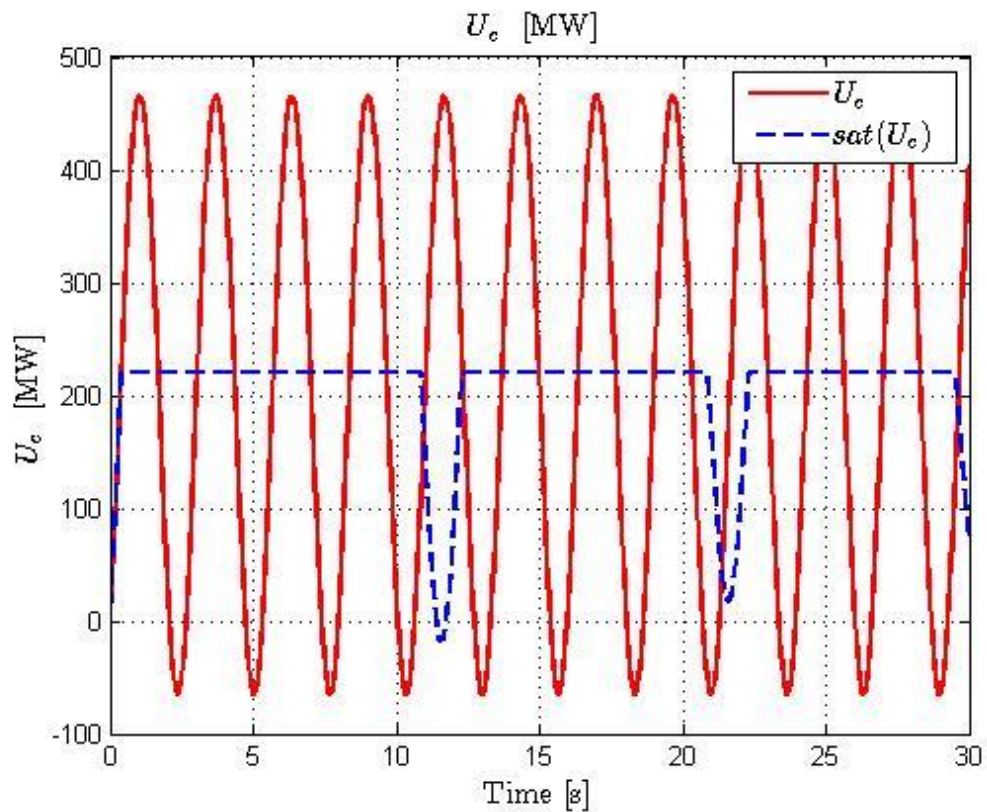
Η διαδικασία αυτής της μεθόδου είναι να ορίσεις ένα διάστημα όπου εκτελείς το πείραμα για την μεσαία τιμή του διαστήματος. Ανάλογα με το αποτέλεσμα, κρίνεις εάν το αποτέλεσμα που ψάχνεις είναι στο άνω μισό μέρος του διαστήματος ή στο κάτω μισό μέρος του διαστήματος ορίζοντας με αυτόν τον τρόπο ένα νέο διάστημα το οποίο το ξαναδιχοτομούμε. Για παράδειγμα, στην παραπάνω περίπτωση ορίσαμε το διάστημα [1965, 1975] και εκτελέσαμε την προσομοίωση για  $K_i=1970$ . Από το αποτέλεσμα της προσομοίωσης, είδαμε πως η τιμή που ψάχνουμε είναι μικρότερη του 1970. Συνεπώς ορίσαμε νέο διάστημα [1965, 1970] και εκτελέσαμε την προσομοίωση για  $K_i=1967.5$ . Με αυτόν τον τρόπο, προσεγγίσαμε την τιμή του  $K_{i,critical} = 1967.66$



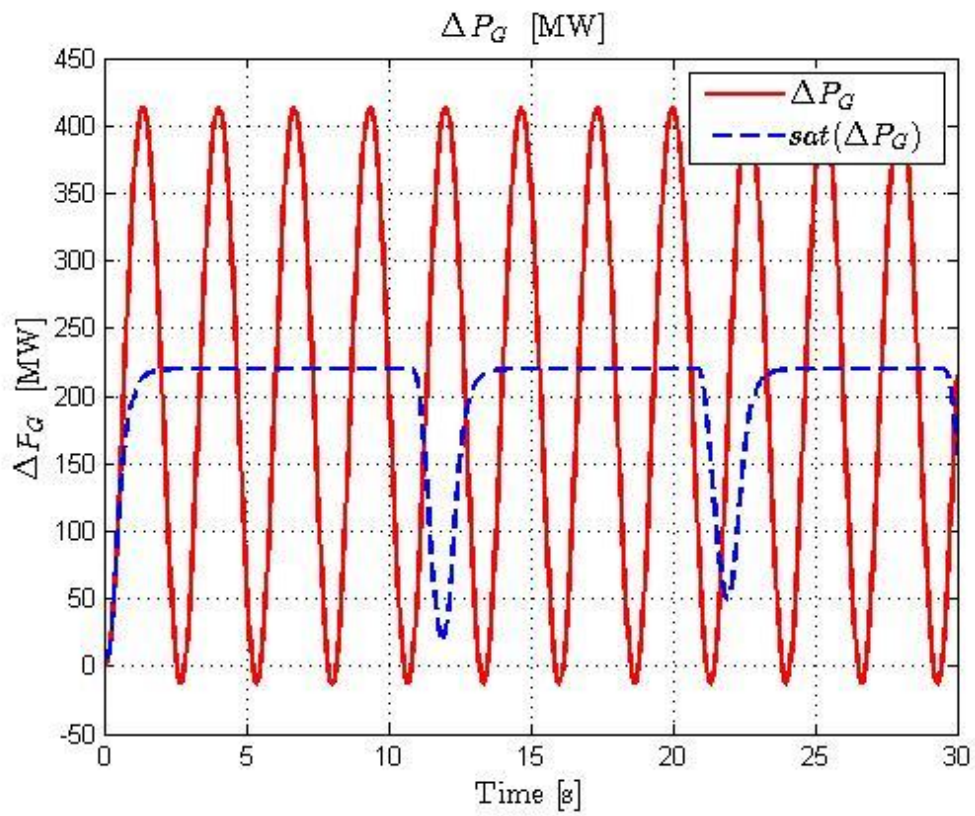
Παρακάτω, βλέπουμε τις χρονικές αποκρίσεις για  $K_{i,critical} = 1967.66$



Εικόνα 3.4. 2 Η χρονική απόκριση της συχνότητας  $\Delta f(t)$  για  $K_{i,critical}=1967.66$



Εικόνα 3.4. 3 Η χρονική απόκριση του συνολικού σήματος ελέγχου



Εικόνα 3.4. 4 Η χρονική απόκριση της μεταβολής της ισχύος της γεννήτριας

## Κεφάλαιο 4 – Σχεδιασμός Ελεγκτή Κλειστού Βρόχου με ολοκληρωτική δράση και ανατροφοδότηση κατάστασης για Σύστημα μίας Περιοχής Ελέγχου

Δεν μείναμε ικανοποιημένοι από τον PURE Integral διότι δεν έχουμε έλεγχο μόνο στην επίδοση. Και είναι επόμενο να μην έχω έλεγχο διότι, τι να πρωτοκάνεις με ένα gain σε ένα σύστημα 3<sup>ης</sup> τάξης.

Για αυτόν τον λόγο, αναζητήσαμε στην βιβλιογραφία και αποφασίσαμε να δούμε πως λειτουργεί το σύστημα με ολοκληρωτική δράση καθώς και με ανατροφοδότηση κατάστασης όπου μπορούμε να έχουμε έλεγχο και στις τρεις μεταβλητές ελέγχου όπως θα δείτε παρακάτω.

### 4.1 Θεωρητικός Σχεδιασμός Ελεγκτή με ολοκληρωτική δράση και ανατροφοδότηση κατάστασης

Υποθέτοντας ότι  $y(t) = Cx(t)$  (αυστηρά κατάλληλη) και  $m \geq p$ , η παράγωγος της εξόδου ορίζεται ως μία επιπλέον μεταβλητή κατάστασης  $w$  δηλαδή,

$$\dot{w}(t) = y(t) = Cx(t) \Rightarrow w(t) = \int_0^t [y(\tau)]d\tau \quad (4.1.1)$$

Χρησιμοποιώντας το επαυξημένο διάνυσμα κατάστασης

$$x_{aug} = \begin{bmatrix} x \\ w \end{bmatrix} \quad (4.1.2)$$

ως αποτέλεσμα στην επαυξημένη δυναμική του συστήματος

$$\dot{x}_{aug} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0_{n,p} \\ C & 0_{p,p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0_{p,m} \end{bmatrix} u = A_{aug} x_{aug} + B_{aug} u \quad (4.1.3)$$

με τους προφανείς ορισμούς

$$A_{aug} \triangleq \begin{bmatrix} A & 0_{n,p} \\ C & 0_{p,p} \end{bmatrix}, B_{aug} \triangleq \begin{bmatrix} B \\ 0_{p,m} \end{bmatrix} \quad (4.1.4)$$

Μπορεί να αποδειχθεί πως η ελεγκσιμότητα των  $(A_{aug}, B_{aug})$  συνεπάγεται από την ελεγκσιμότητα των  $(A, B)$ ...

Λύνοντας ένα πρόβλημα ρύθμισης (είτε τοποθέτησης πόλων, είτε Iqr) για το επαυξημένο σύστημα, η επακόλουθη ρύθμιση είναι  $u(t) = -K_{aug} x_{aug}(t)$  και το κέρδος ανατροφοδότησης της κατάστασης  $K_{aug}$  να μπορεί να αναλυθεί στις διαστάσεις  $x, w$  ως εξής

$$K_{aug} = [K_x \quad K_I] = \begin{bmatrix} K_x & \vdots & K_I \\ \leftarrow n \rightarrow & & \leftarrow p \rightarrow \end{bmatrix} \quad (4.1.5)$$

και ο (εύρωστος) ρυθμιστής σαφώς αποτελείται από δύο μέρη: ανατροφοδότηση κατάστασης + ολοκλήρωση της εξόδου

$$u(t) = -K_{aug} x_{aug}(t) = -K_x x(t) - K_I w(t) = -K_x x(t) - K_I \int_0^t [y(\tau)]d\tau \quad (4.1.6)$$

συνεπώς η δυναμική του κλειστού βρόχου γίνεται

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{w} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} (A-BK_x) & -BK_I \\ C & 0_{p,p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ w \end{bmatrix} \\ y &= \begin{bmatrix} (C-DK_x) & -DK_I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ w \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.1.7)$$

Εάν για παράδειγμα η «LQR» προσέγγιση υιοθετήθηκε για τον σχεδιασμό του ρυθμιστή, η συνάρτηση κόστους είναι:

$$J = \int_0^{\infty} [x_{aug}^T(t) Q_{aug} x_{aug}(t) + u(t)^T R u(t)] dt \quad (4.1.8)$$

ενώ ο πίνακας  $Q_{aug}$  συνήθως (όχι όμως απαραίτητα) επιλέγεται ως διαγώνιος πίνακας δηλαδή,

$$Q_{aug} = \begin{bmatrix} Q_x & 0_{n,p} \\ 0_{p,n} & Q_w \end{bmatrix}, \quad Q_x \geq 0, \quad Q_w \geq 0 \quad (4.1.9)$$

## 4.2 Θεωρητική Απόδειξη της ικανότητας του ελεγκτή να απορρίπτει σταθερές άγνωστες διαταραχές

Υποθέτουμε πως η Δυναμική του Συστήματος Ανοιχτού Βρόχου Συνεχούς Χρόνου, διαταράσσεται από μία σταθερή άγνωστη διαταραχή “d”

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + Ed \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t), \quad x(0) = x_0 \end{aligned} \quad (4.2.1)$$

Χρησιμοποιώντας όπως παραπάνω την παράγωγο της εξόδου

$$\dot{w}(t) = y(t) = Cx(t) \Rightarrow w(t) = \int_0^t [y(\tau)] d\tau \quad (4.2.2)$$

ως μία επιπλέον μεταβλητή κατάστασης, η επαυξημένη δυναμική του συστήματος από την άποψη του διανύσματος κατάστασης

$$x_{aug} = \begin{bmatrix} x \\ w \end{bmatrix} \quad (4.2.3)$$

εκφράζεται ως

$$\begin{aligned} \dot{x}_{aug} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{w} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A & 0_{n,p} \\ C & 0_{p,p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0_{p,m} \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} E \\ 0 \end{bmatrix} d = \\ &= A_{aug} x_{aug} + B_{aug} u + \begin{bmatrix} E \\ 0 \end{bmatrix} d \end{aligned} \quad (4.2.4)$$

με τους προφανείς ορισμούς

$$A_{aug} \triangleq \begin{bmatrix} A & 0_{n,p} \\ C & 0_{p,p} \end{bmatrix}, \quad B_{aug} \triangleq \begin{bmatrix} B \\ 0_{p,m} \end{bmatrix} \quad (4.2.5)$$

Εργαζόμενοι όπως προηγουμένως, ο εύρωστος ρυθμιστής

$$u(t) = -K_{aug} x_{aug}(t) = -K_x x(t) - K_I w(t) = -K_x x(t) - K_I \int_0^t [y(\tau)] d\tau \quad (4.2.6)$$

με το κέρδος της κατάστασης ανάδρασης  $K_{aug} = [K_x \quad K_I]$  να υπολογίζεται έτσι ώστε η μήτρα του συστήματος κλειστού βρόχου

$$\begin{bmatrix} A - BK_x & \vdots & -BK_I \\ \dots & & \dots \\ C & \vdots & 0_{p,p} \end{bmatrix} \quad (4.2.7)$$

να είναι ευσταθής κατά Hurwitz, μπορούμε να συμπεράνουμε πως (η ευσταθής) δυναμική του συστήματος κλειστού βρόχου

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BK_x & -BK_I \\ C & 0_{p,p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E \\ 0 \end{bmatrix} d \quad (4.2.8)$$

έχει σημεία ισορροπίας  $\begin{bmatrix} x_e \\ w_e \end{bmatrix}$  που σημειώνονται ως ικανοποιητικά

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_e = 0 \\ \dot{w}_e = 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BK_x & -BK_I \\ C & 0_{p,p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_e \\ w_e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E \\ 0 \end{bmatrix} d \quad (4.2.9)$$

από τα οποία μπορούμε να συμπεράνουμε πως  $\dot{w}_e = 0 = Cx_e \Rightarrow 0 = y_e$  δηλαδή, ασυμπτωτική ρύθμιση εξόδου!!!

Εν κατακλείδι, η έξοδος ισορροπίας  $y_e$  υπάρχει και είναι ίση με το μηδέν δηλαδή, μπορεί να επιτευχθεί ασυμπτωτική ρύθμιση της εξόδου παρόλη την παρουσία της σταθερής άγνωστης διαταραχής.

Από την άλλη μεριά η κατάσταση ισορροπίας υπακούει

$$0 = (A - BK_x)x_e - BK_I w_e + Ed \quad (4.2.10)$$

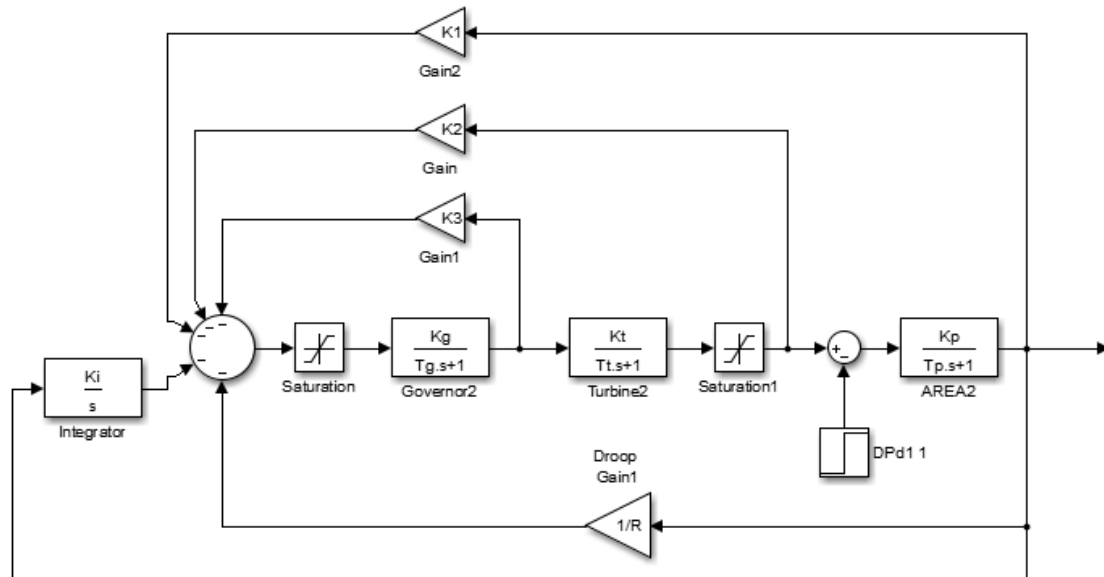
και όσο η μήτρα  $(A - BK_x)$  είναι ομαλή (όντας ευσταθής μήτρα κατά Hurwitz), μπορούμε να συμπεράνουμε πως

$$x_e = (A - BK_x)^{-1} [BK_I w_e - Ed] \quad (4.2.11)$$

**Συμπέρασμα:** η κατάσταση ισορροπίας  $x_e$  υπάρχει και εξαρτάται από την σταθερή άγνωστη διαταραχή.

### 4.3 Εφαρμογή της μεθοδολογίας στο Σύστημα μίας Περιοχής Ελέγχου – Συναρτήσεις Μεταφοράς

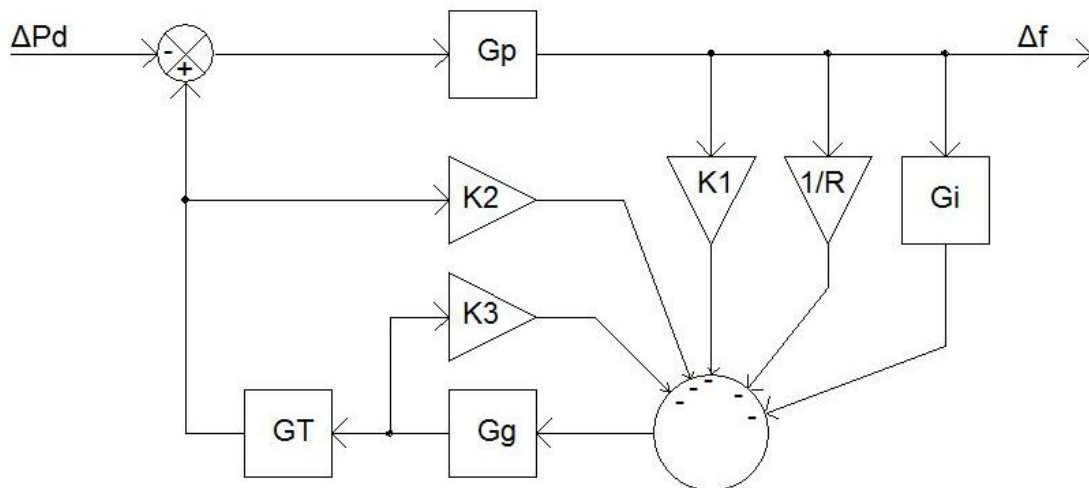
Σε αυτήν την ενότητα, θα δούμε τον σχεδιασμό μέσω συναρτήσεων μεταφοράς του συστήματος κλειστού βρόχου με ολοκληρωτική δράση και ανατροφοδότηση κατάστασης.



Εικόνα 4.3. 1 Close Loop System with state feedback and saturators

Αρχικά, θα πρέπει να γίνει απλοποίηση του συστήματος μέσω μετασχηματισμών δομικών διαγραμμάτων. Η διαδικασία αυτή φαίνεται στα παρακάτω στάδια.

Στάδιο πρώτο, κρίνεται απαραίτητη μία αναδιάταξη του παραπάνω συστήματος ώστε να είναι πιο ορατή η μεθοδολογία των μετασχηματισμών που θα χρησιμοποιηθεί.

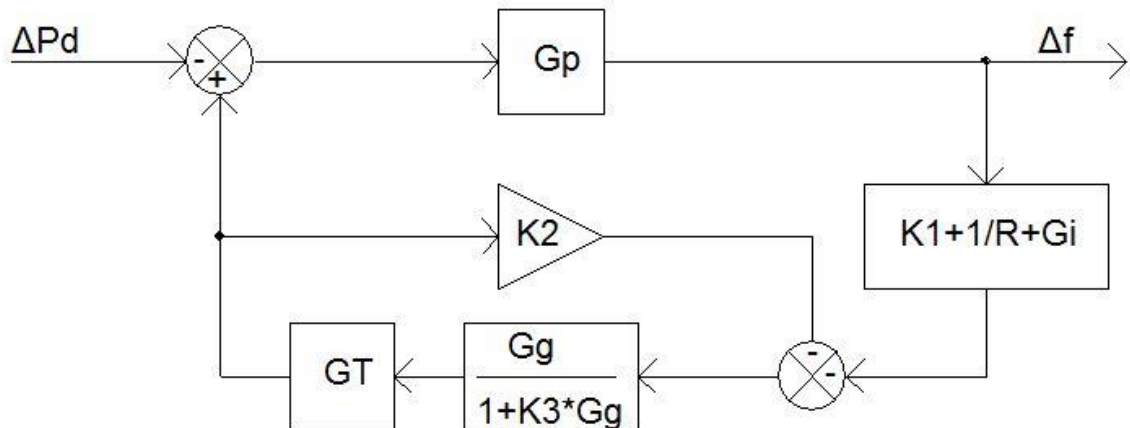


Σε αυτό το στάδιο, στην ουσία δεν άλλαξε τίποτα, απλώς, η απεικόνιση του συστήματος στον χώρο. Τώρα πλέον είναι εμφανείς οι πρώτοι μετασχηματισμοί που πρέπει να γίνουν.

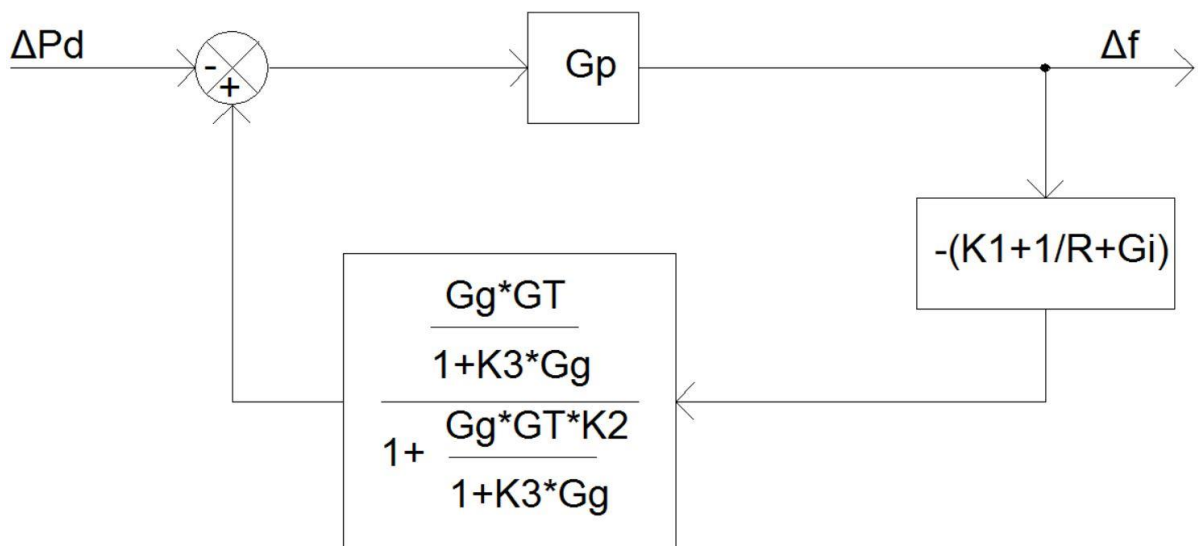
Στάδιο δεύτερο, οι κλάδοι  $K_1$ ,  $G_i$  και  $1/R$  είναι παράλληλοι μεταξύ τους έχοντας κοινή αρχή και κοινό τέλος. Συνεπώς, μπορούν να αθροιστούν προσέχοντας όμως, τα πρόσημά τους κατά την είσοδο στον αθροιστή. Ακόμη ένας μετασχηματισμός που μπορεί να γίνει σε αυτό το στάδιο είναι η συνάρτηση μεταφοράς  $G_g$  με την



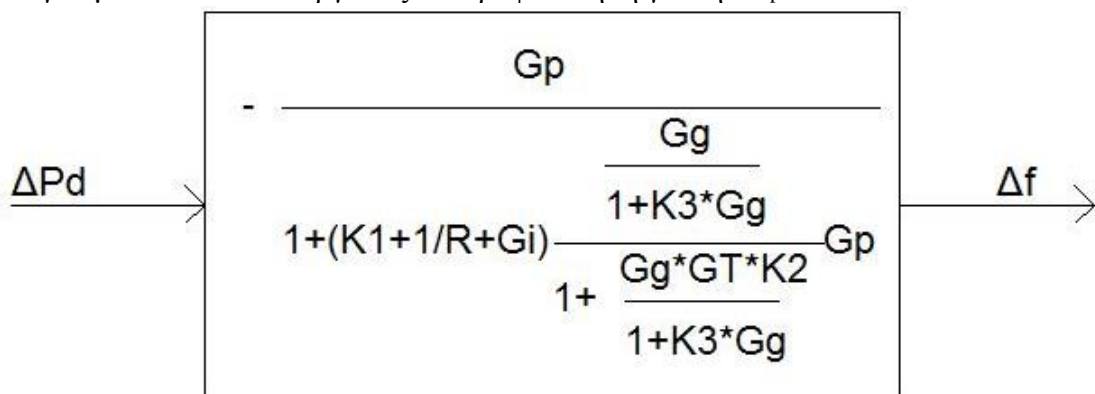
ανατροφοδότησή της  $K_3$  όπου παίρνουν την μορφή  $\frac{G_g}{1+G_g K_3}$  όπως φαίνεται άλλωστε στο παρακάτω σχήμα.



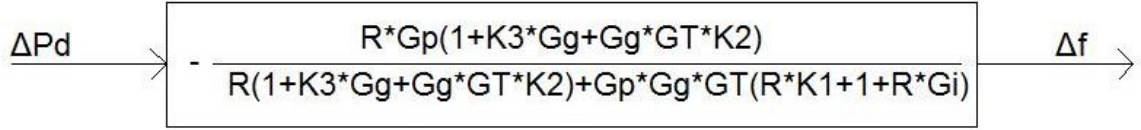
Στάδιο τρίτο, όταν δύο συναρτήσεις μεταφοράς είναι εν σειρά, τότε πολλαπλασιάζονται μεταξύ τους. Επίσης, το  $K_2$  είναι η ανατροφοδότηση του παραπάνω γινομένου.



Στάδιο τέταρτο. Εδώ, οι δύο εν σειρά συναρτήσεις μεταφοράς πολλαπλασιάζονται και το γινόμενο αυτό λειτουργεί ως ανατροφοδότηση για την  $G_p$ .



Τέλος, κάνοντας μερικές πράξεις εντός του δομικού διαγράμματος, καταλήγουμε σε μία πιο ευανάγνωστη μορφή του.



Εδώ πλέον αντικαθιστούμε με τις σχέσεις των συναρτήσεων μεταφοράς.

$$TF_{LQI} = - \frac{\frac{R \cdot K_p}{(1+T_p s) \left( 1 + \frac{K_g K_3}{(1+T_g s)} + \frac{K_g K_T K_2}{(1+T_g s)(1+T_T s)} \right)}}{R + \frac{R \cdot K_g K_3}{(1+T_g s)} + \frac{R \cdot K_g K_T K_2}{(1+T_g s)(1+T_T s)} + \frac{R \cdot K_p K_g K_T K_1}{(1+T_p s)(1+T_g s)(1+T_T s)} + \frac{K_p K_g K_T}{(1+T_p s)(1+T_g s)(1+T_T s)} + \frac{R \cdot K_i K_p K_g K_T}{s(1+T_p s)(1+T_g s)(1+T_T s)}}$$

Εδώ όπως παρατηρούμε, έχουμε ένα σύνθετο κλάσμα. Για να φύγουν όμως οι εκάστοτε παρονομαστές και το σύνθετο κλάσμα να γίνει απλό, θα πολλαπλασιάσουμε και τον αριθμητή αλλά και τον παρονομαστή με  $s(1+T_p s)(1+T_g s)(1+T_T s)$ .

Επίσης, για να κάνουμε την εργασία μας πιο εύκολη, θα δουλέψουμε χώρια το πολυώνυμο του αριθμητή,

$$P_{num} = - \left[ s(1+T_g s)(1+T_T s)R \cdot K_p + s(1+T_T s)R \cdot K_p K_g K_3 + s \cdot R \cdot K_p K_g K_T K_2 \right] \quad (4.3.1)$$

και χώρια με το πολυώνυμο του παρονομαστή,

$$P_{den} = s(1+T_p s)(1+T_g s)(1+T_T s)R + s(1+T_p s)(1+T_T s)R \cdot K_g K_3 + s(1+T_p s)R \cdot K_g K_T K_2 + s \cdot R \cdot K_p K_g K_T K_1 + s \cdot K_p K_g K_T + R \cdot K_i K_p K_g K_T \quad (4.3.2)$$

Ας ξεκινήσουμε κάνοντας πράξεις στο πολυώνυμο του αριθμητή. Το τελικό αποτέλεσμα φαίνεται στην παρακάτω σχέση.

$$P_{num} = -s^3(R \cdot K_p T_g T_T) - s^2 \left( R \left[ K_p T_g + K_p T_T (K_g K_3 + 1) \right] \right) - s \left( R \cdot K_p \left[ K_g K_3 + 1 + K_g K_T K_2 \right] \right) \quad (4.3.3)$$

Ενώ εάν κάνουμε πράξεις στο πολυώνυμο του παρονομαστή όπου είναι και το χαρακτηριστικό πολυώνυμο, παίρνουμε την παρακάτω σχέση.

$$P_{den} = s^4(R \cdot T_p T_g T_T) + s^3 \left( R \left[ T_g (T_p + T_T) + T_p T_T (K_g K_3 + 1) \right] \right) + s^2 \left( R \left[ (T_p + T_T)(K_g K_3 + 1) + T_p K_g K_T K_2 + T_g \right] \right) + s \left( R \cdot K_g K_T K_2 + R(K_g K_3 + 1) + K_p K_g K_T (R \cdot K_1 + 1) \right) + R \cdot K_i K_p K_g K_T \quad (4.3.4)$$

Στην πορεία, αξιοποιώντας την παραπάνω θεωρία και χρησιμοποιώντας Τυποποιημένο Λογισμικό Προσομοίωσης για

$$Q_x = 7 \cdot I_3$$

$$Q_w = 100000 \cdot I_1$$

$$R = 3 \cdot I_1$$

και την σχέση (4.2.5), το λογισμικό μας δίνει τα παρακάτω αποτελέσματα.



$$K_1 = 182.2585$$

$$K_2 = 0.7867$$

$$K_3 = 0.9372$$

$$K_i = 182.5742$$

Αντικαθιστώντας τις παραπάνω παραμέτρους στην σχέση (4.3.4), βρίσκουμε τις ρίζες του χαρακτηριστικού πολυωνύμου όπου είναι και οι πόλοι του συστήματός μας. Τις ρίζες αυτές βλέπουμε παρακάτω.

$$s_1 = -22.7659$$

$$s_2 = -3.5244$$

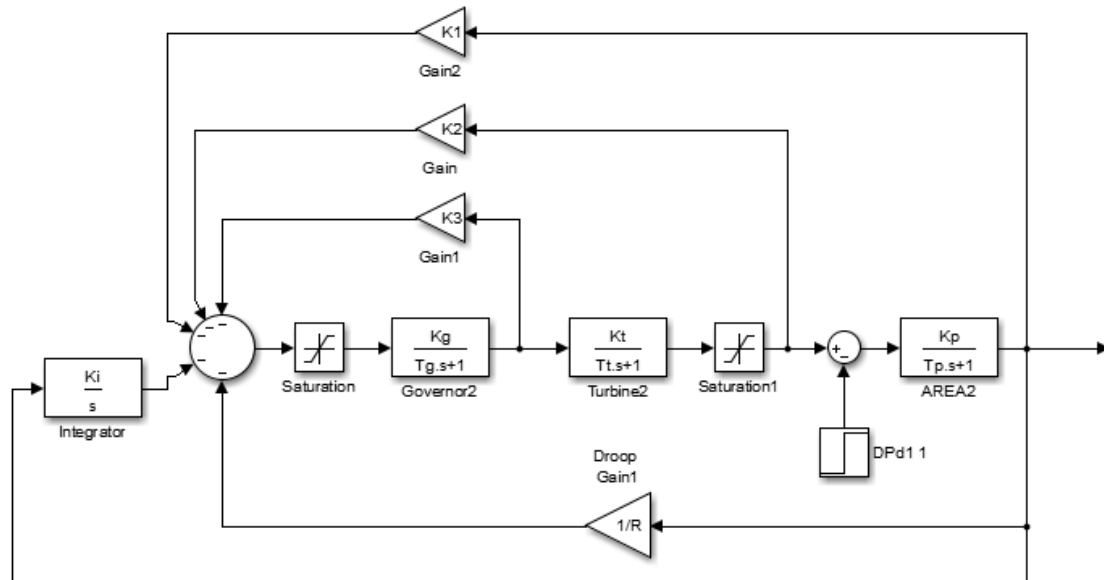
$$s_3 = -1.0804$$

$$s_4 = -0.2194$$

Όπως παρατηρούμε, οι ρίζες του συστήματος, είναι όλες στο αριστερό μιγαδικό επίπεδο (δηλαδή, το πραγματικό μέρος είναι αρνητικό). Συνεπώς, το σύστημά μας είναι ευσταθές και κατά Lyapunov και κατά ΦΕΦΕ.

#### 4.4 Εφαρμογή της μεθοδολογίας στο Σύστημα μίας Περιοχής Ελέγχου – Καταστατικές Εξισώσεις

Σε αυτήν την ενότητα, θα δούμε το πώς καταστρώνονται οι καταστατικές εξισώσεις του συστήματος κλειστού βρόχου με ολοκληρωτική δράση και ανατροφοδότηση κατάστασης.



Εικόνα 4.4. 2 Close Loop System with state feedback and saturators

$$\text{Governor: } \left\{ \begin{array}{l} \text{Είσοδος: } \Delta P_c(t) - \frac{1}{R} \Delta f(t) = -K_1 X_1(t) - K_2 X_2(t) - K_3 X_3(t) - K_i X_4(t) - \frac{1}{R} X_1(t) \\ \text{Εξοδος: } \Delta X_E(t) = X_3(t) \end{array} \right\}$$

$$\text{Turbine: } \left\{ \begin{array}{l} \text{Είσοδος: } \Delta X_E(t) = X_3(t) \\ \text{Εξοδος: } \Delta P_G(t) = X_2(t) \end{array} \right\}$$

$$\text{Area: } \left\{ \begin{array}{l} \text{Είσοδος: } \Delta P_G(t) - \Delta P_D(t) = X_2(t) - w(t) \\ \text{Εξοδος: } \Delta f(t) = X_1(t) \end{array} \right\}$$

$$\text{Integral: } \left\{ \begin{array}{l} \text{Είσοδος: } \Delta f(t) = X_1(t) \\ \text{Εξοδος: } \int_0^t \Delta f(\tau) d\tau = X_4(t) \end{array} \right\}$$

Όπου προκύπτουν οι παρακάτω καταστατικές εξισώσεις:

$$\dot{X}_1(t) = -\frac{1}{T_p} X_1(t) + \frac{K_p}{T_p} (X_2(t) - w(t)) = -\frac{1}{T_p} X_1(t) + \frac{K_p}{T_p} X_2(t) - \frac{K_p}{T_p} w(t)$$

$$\dot{X}_2(t) = -\frac{1}{T_T} X_2(t) + \frac{K_T}{T_T} X_3(t)$$

$$\dot{X}_3(t) = -\frac{K_g(R \cdot K_1 + 1)}{T_g R} X_1(t) - \frac{K_g K_2}{T_g} X_2(t) - \frac{K_g K_3 + 1}{T_g} X_3(t) - \frac{K_g K_i}{T_g} X_4(t)$$

$$\dot{X}_4(t) = X_1(t)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \dot{X}_3 \\ \dot{X}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_p} & \frac{K_p}{T_p} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_T} & \frac{K_T}{T_T} & 0 \\ -\frac{K_g(R \cdot K_1 + 1)}{R \cdot T_g} & \frac{K_g K_2}{T_g} & \frac{K_g K_3 + 1}{T_g} & -\frac{K_g K_i}{T_g} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{K_p}{T_p} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot W(t)$$

$$\det|A - \lambda I| = 0 \Rightarrow$$

$$\det \left[ \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_p} & \frac{K_p}{T_p} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_T} & \frac{K_T}{T_T} & 0 \\ -\frac{K_g(R \cdot K_1 + 1)}{R \cdot T_g} & \frac{K_g K_2}{T_g} & \frac{K_g K_3 + 1}{T_g} & -\frac{K_g K_i}{T_g} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \lambda \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right] = 0 \Rightarrow$$

$$\det \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_p} - \lambda & \frac{K_p}{T_p} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_T} - \lambda & \frac{K_T}{T_T} & 0 \\ -\frac{K_g(R \cdot K_1 + 1)}{R \cdot T_g} & \frac{K_g K_2}{T_g} & \frac{K_g K_3 + 1}{T_g} - \lambda & -\frac{K_g K_i}{T_g} \\ 1 & 0 & 0 & -\lambda \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left( -\frac{1}{T_p} - \lambda \right) \cdot A_{11} - \left( \frac{K_p}{T_p} \right) \cdot A_{12} + 0 \cdot A_{13} - 0 \cdot A_{14} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left( -\frac{1}{T_p} - \lambda \right) \cdot A_{11} - \left( \frac{K_p}{T_p} \right) \cdot A_{12} = 0 \quad (4.4.1)$$

$$A_{11} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_T} - \lambda & \frac{K_T}{T_T} & 0 \\ -\frac{K_g K_2}{T_g} & \frac{K_g K_3 + 1}{T_g} - \lambda & -\frac{K_g K_i}{T_g} \\ 0 & 0 & -\lambda \end{bmatrix}$$

$$\det(A_{11}) = \left( -\frac{1}{T_T} - \lambda \right) \cdot A_{11,11} - \left( \frac{K_T}{T_T} \right) \cdot A_{11,12} + 0 \cdot A_{11,13} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \det(A_{11}) = \left(-\frac{1}{T_T} - \lambda\right) \cdot A_{11,11} - \left(\frac{K_T}{T_T}\right) \cdot A_{11,12} = 0$$

$$A_{11,11} = \begin{bmatrix} -\frac{K_g K_3 + 1}{T_g} - \lambda & -\frac{K_g K_i}{T_g} \\ 0 & -\lambda \end{bmatrix}$$

$$\det(A_{11,11}) = \left(-\frac{K_g K_3 + 1}{T_g} - \lambda\right)(-\lambda) - 0 \cdot \left(-\frac{K_g K_i}{T_g}\right) = \lambda^2 + \lambda \frac{K_g K_3 + 1}{T_g}$$

$$A_{11,12} = \begin{bmatrix} -\frac{K_g K_2}{T_g} - \lambda & -\frac{K_g K_i}{T_g} \\ 0 & -\lambda \end{bmatrix}$$

$$\det(A_{11,12}) = \left(-\frac{K_g K_2}{T_g}\right)(-\lambda) - 0 \cdot \left(-\frac{K_g K_i}{T_g}\right) = \lambda \frac{K_g K_2}{T_g}$$

$$A_{11} = \left(-\frac{1}{T_T} - \lambda\right) \left(\lambda^2 + \lambda \frac{K_g K_3 + 1}{T_g}\right) - \left(\frac{K_T}{T_T}\right) \left(\lambda \frac{K_g K_2}{T_g}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A_{11} = -\lambda^3 - \lambda^2 \frac{T_g + T_T (K_g K_3 + 1)}{T_g T_T} - \lambda \frac{K_g K_T K_2 + K_g K_3 + 1}{T_g T_T}$$

$$A_{12} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{K_T}{T_T} & 0 \\ -\frac{K_g (R \cdot K_1 + 1)}{R \cdot T_g} & -\frac{K_g K_3 + 1}{T_g} - \lambda & -\frac{K_g K_i}{T_g} \\ 1 & 0 & -\lambda \end{bmatrix}$$

$$\det(A_{12}) = 0 \cdot A_{12,11} - \left(\frac{K_T}{T_T}\right) \cdot A_{12,12} + 0 \cdot A_{12,13} = -\left(\frac{K_T}{T_T}\right) \cdot A_{12,12}$$

$$A_{12,12} = \begin{bmatrix} -\frac{K_g (R \cdot K_1 + 1)}{R \cdot T_g} & -\frac{K_g K_i}{T_g} \\ 1 & -\lambda \end{bmatrix}$$

$$\det(A_{12,12}) = \left(-\frac{K_g (R \cdot K_1 + 1)}{R \cdot T_g}\right)(-\lambda) - \left(-\frac{K_g K_i}{T_g}\right) \cdot 1 = \lambda \frac{K_g (R \cdot K_1 + 1)}{R \cdot T_g} + \frac{K_g K_i}{T_g}$$

$$A_{12} = -\left(\frac{K_T}{T_T}\right) \left(\lambda \frac{K_g (R \cdot K_1 + 1)}{R \cdot T_g} + \frac{K_g K_i}{T_g}\right) = -\left(\lambda \frac{K_g K_T (R \cdot K_1 + 1)}{R \cdot T_g T_T} + \frac{R \cdot K_i K_g K_T}{R \cdot T_g T_T}\right)$$

Τώρα, αντικαθιστώντας στην σχέση (4.3.1), έχουμε:

$$\begin{aligned}
 \det|A - \lambda I| = 0 &\Rightarrow \left(-\frac{1}{T_p} - \lambda\right) \cdot A_{11} - \left(\frac{K_p}{T_p}\right) \cdot A_{12} = 0 \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \left(-\frac{1}{T_p} - \lambda\right) \left(-\lambda^3 - \lambda^2 \frac{T_g + T_T (K_g K_3 + 1)}{T_g T_T} - \lambda \frac{K_g K_T K_2 + (K_g K_3 + 1)}{T_g T_T}\right) + \\
 &\quad - \left(\frac{K_p}{T_p}\right) \left(-\left[\lambda \frac{K_g K_T (R \cdot K_1 + 1)}{R \cdot T_g T_T} + \frac{R \cdot K_i K_g K_T}{R \cdot T_g T_T}\right]\right) = 0 \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \lambda^4 + \lambda^3 \frac{R \cdot T_p T_g + R \cdot T_p T_T (K_g K_3 + 1)}{R \cdot T_p T_g T_T} + \lambda^2 \frac{R \cdot T_p [K_g K_T K_2 + (K_g K_3 + 1)]}{R \cdot T_p T_g T_T} + \lambda^2 \frac{R [T_g + T_T (K_g K_3 + 1)]}{R \cdot T_p T_g T_T} + \\
 &\quad + \lambda^3 \frac{R \cdot T_g T_T}{R \cdot T_p T_g T_T} + \lambda \frac{R \cdot K_g K_T K_2 + R (K_g K_3 + 1)}{R \cdot T_p T_g T_T} + \lambda \frac{K_p K_g K_T (R \cdot K_1 + 1)}{R \cdot T_p T_g T_T} + \frac{R \cdot K_i K_p K_g K_T}{R \cdot T_p T_g T_T} = 0 \Rightarrow \\
 &\lambda^4 (R \cdot T_p T_g T_T) + \lambda^3 (R [T_g (T_p + T_T) + T_p T_T (K_g K_3 + 1)]) + \lambda^2 (R [(T_p + T_T) (K_g K_3 + 1) + T_p K_g K_T K_2 + T_g]) + \\
 &\quad + \lambda (R \cdot K_g K_T K_2 + R (K_g K_3 + 1) + K_p K_g K_T (R \cdot K_1 + 1)) + R \cdot K_i K_p K_g K_T = 0 \tag{4.4.2}
 \end{aligned}$$

Στην πορεία, αξιοποιώντας την παραπάνω θεωρία και χρησιμοποιώντας Τυποποιημένο Λογισμικό Προσομοίωσης για

$$Q_x = 7 \cdot I_3$$

$$Q_w = 100000 \cdot I_1$$

$$R = 3 \cdot I_1$$

και τους επαυξημένους πίνακες  $A_{aug}$  και  $B_{aug}$ , το λογισμικό μας δίνει τα παρακάτω αποτελέσματα.

$$K_1 = 182.2585$$

$$K_2 = 0.7867$$

$$K_3 = 0.9372$$

$$K_i = 182.5742$$

Αντικαθιστώντας τις παραπάνω παραμέτρους στην σχέση (4.3.2), βρίσκουμε τις ιδιοτιμές του πίνακα  $A_{aug}$  όπου είναι και οι πόλοι του συστήματός μας. Τις ιδιοτιμές αυτές βλέπουμε παρακάτω.

$$\lambda_1 = -22.7659$$

$$\lambda_2 = -3.5244$$

$$\lambda_3 = -1.0804$$

$$\lambda_4 = -0.2194$$

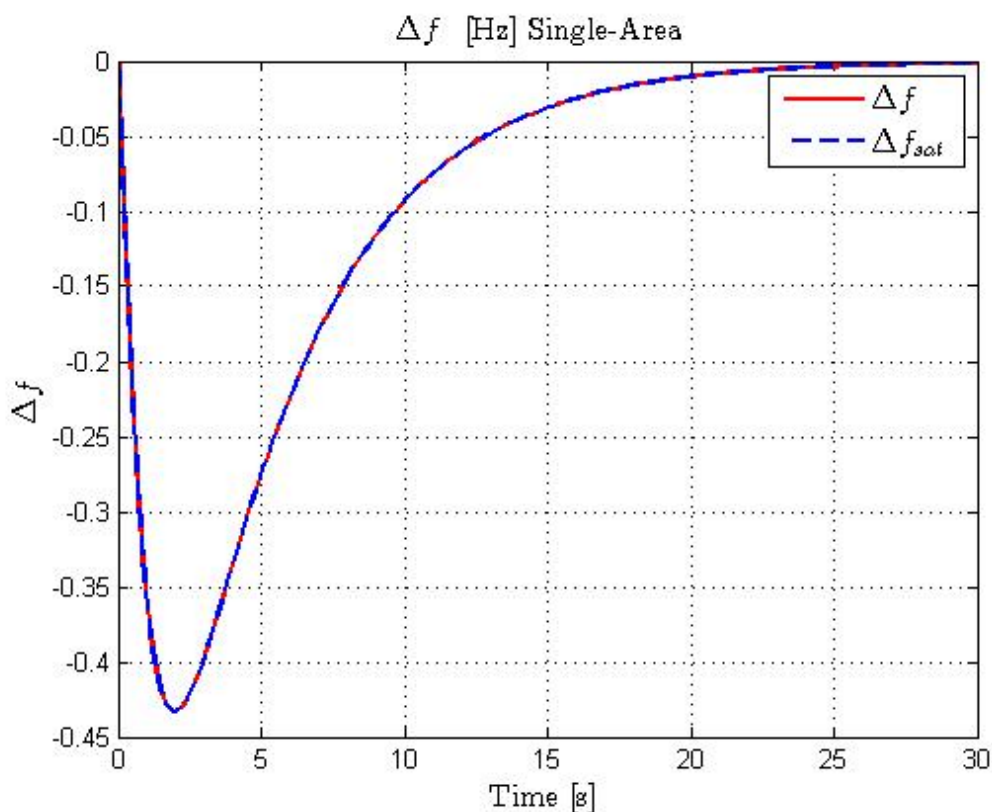
Όπως παρατηρούμε, οι ιδιοτιμές του συστήματος, όχι μόνο είναι όλες στο αριστερό μιγαδικό επίπεδο (δηλαδή, το πραγματικό μέρος είναι αρνητικό) αλλά είναι ίσες με τις ρίζες του χαρακτηριστικού πολυωνύμου. Συνεπώς, το σύστημά μας είναι ευσταθές και κατά Lyapunov και κατά ΦΕΦΕ.

#### 4.5 Πειράματα Προσομοίωσης

Τώρα, τα παραπάνω αποτελέσματα αξιοποιήθηκαν ως εισαγωγή για Τυποποιημένο Λογισμικό Προσομοίωσης, δίνοντας ως προϊόν τα παρακάτω γραφήματα.

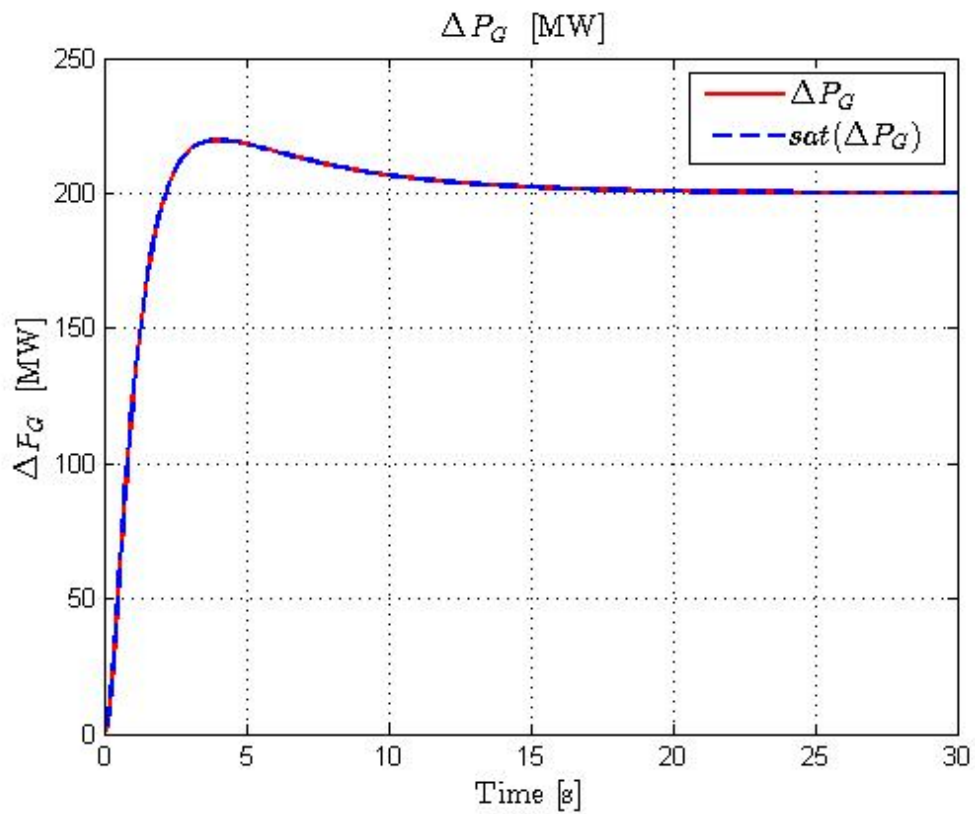
Στο πρώτο γράφημα, βλέπουμε την χρονική απόκριση της μεταβολής της συχνότητας από την στιγμή που παρουσιάστηκε η βηματική διαταραχή μέχρις ότου αποκατασταθεί το σφάλμα της συχνότητας ( $\Delta f=0$ ). Μία επίσης ενδιαφέρουσα παρατήρηση που θα μπορούσε να κάνει κάποιος σε αυτό το σημείο είναι το γεγονός πως η καμπύλη που προκύπτει από την χρήση των 2 βαθμίδων κορεσμού, συμπίπτει απόλυτα με την καμπύλη που προκύπτει δίχως την χρήση αυτών.

Ο λόγος που το αποτέλεσμα αυτό είναι ενδιαφέρον, είναι διότι το σύστημα κατόρθωσε να ικανοποιήσει και τον τρίτο σχεδιαστικό στόχο. Δηλαδή, αυτόν όπου το σύστημα σέβεται τους περιορισμούς που εισάγουν οι 2 βαθμίδες κορεσμού. Επίσης, εξακολουθεί να σέβεται τον πρώτο στόχο, δηλαδή αυτόν του μηδενισμού του σφάλματος ενώ, οι επιδόσεις (performance) του συστήματος είναι ικανοποιητικές δηλαδή, δεν υπάρχει το φαινόμενο της υπερανύψωσης (overshoot) ενώ και ο χρόνος αποκατάστασης (settling time) είναι εντός των αποδεκτών ορίων (23 δευτερόλεπτα).

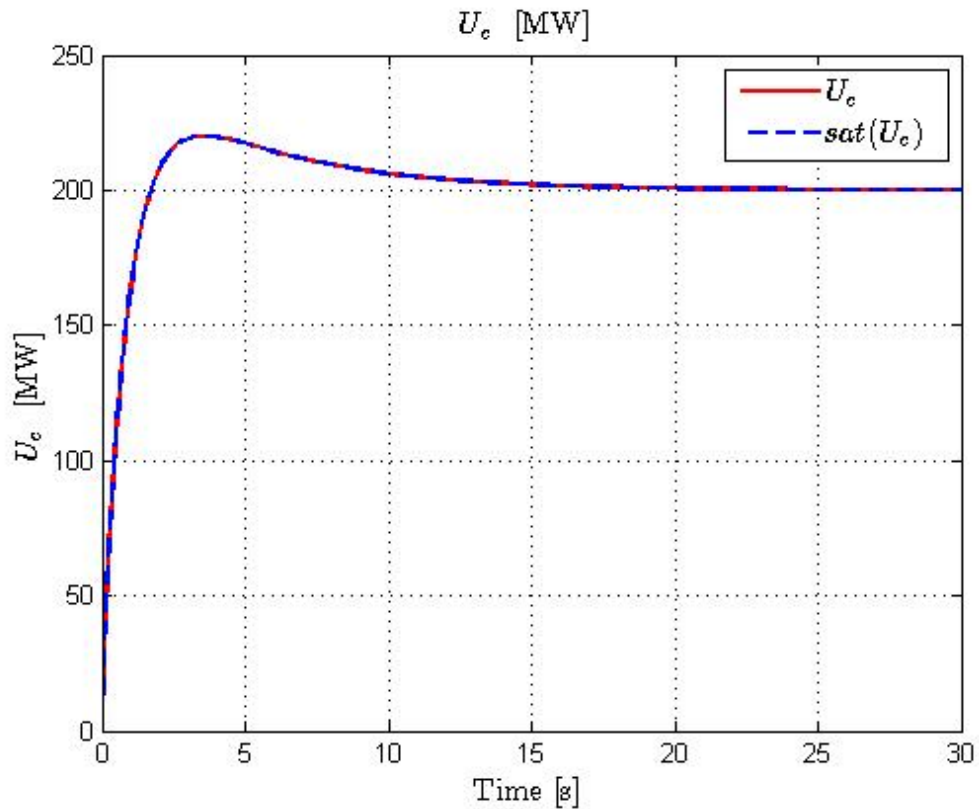


Εικόνα 4.5. 1 Η χρονική απόκριση της συχνότητας  $\Delta f$  του ελεγκτή LQI

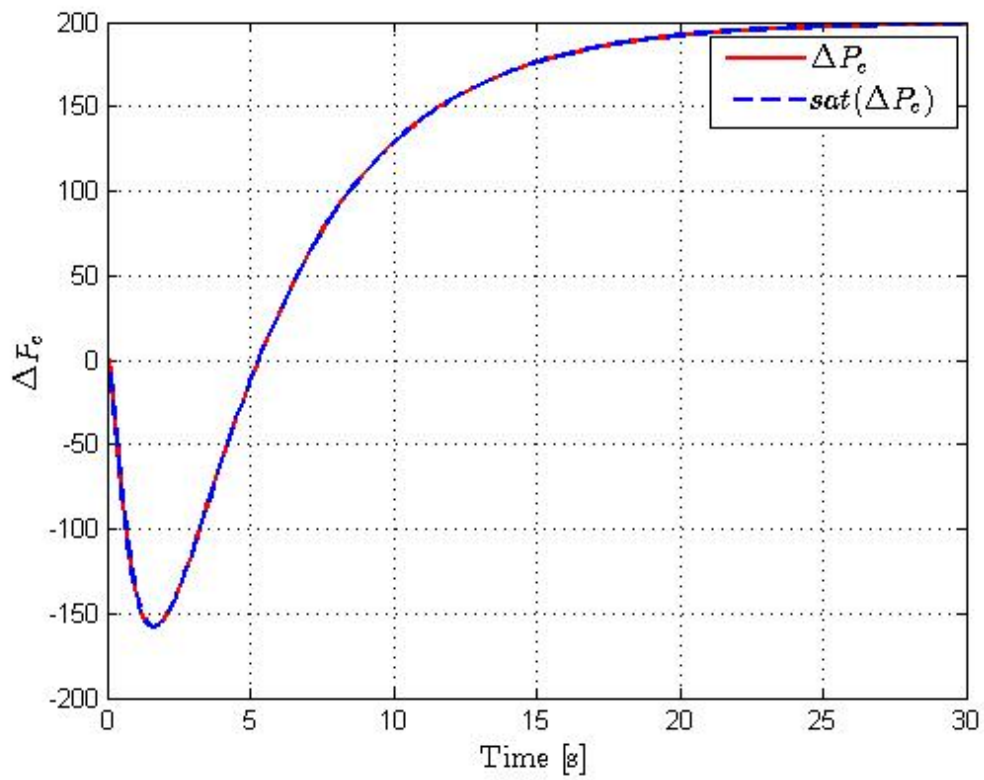
Στις παρακάτω γραφικές, βλέπουμε τις χρονικές αποκρίσεις της μεταβολής της γεννήτριας, του συνολικού σήματος ελέγχου και του σήματος ελέγχου που προέρχεται από τον ολοκληρωτή και την ανατροφοδότηση κατάστασης. Και εδώ, η κύρια παρατήρηση είναι πως η καμπύλες με και χωρίς τις δύο βαθμίδες κορεσμού, συμπίπτουν. Επίσης, ακόμα μία παρατήρηση, στο σήμα με ολοκληρωτή και ανατροφοδότηση κατάστασης, αντιδρά στην διαταραχή δημιουργώντας αρχικά ένα αρνητικό σήμα (undershoot) και ύστερα ανέρχεται στην επιθυμητή τιμή.



Εικόνα 4.5. 2 Η χρονική απόκριση της ισχύος  $\Delta P_G$  της γεννήτριας για τον ελεγκτή LQI



Εικόνα 4.5. 3 Η χρονική απόκριση του ολικού σήματος ελέγχου του ελεγκτή LQI



Εικόνα 4.5. 4 Η χρονική απόκριση του σήματος ελέγχου που προέρχεται από τον ολοκληρωτή και την ανατροφοδότηση κατάστασης του ελεγκτή LQI



## Κεφάλαιο 5 – Ανακεφαλαίωση – Συμπεράσματα - Μελλοντική Έρευνα

### 5.1 Ανακεφαλαίωση

Στην εργασία αυτή ξεκινήσαμε μελετώντας τον βρόχο ενεργού ισχύος – συχνότητας (P-f) και διαπιστώσαμε ότι το ανοιχτό σύστημα παρότι ευσταθές δεν ικανοποιεί βασικές τεχνολογικές προδιαγραφές με κυριότερη την μόνιμη απόκλιση της συχνότητας από την επιθυμητή τιμή των 50 Hz μετά από την παρουσία διαταραχής φορτίου. Καθίσταται λοιπόν φανερή η ανάγκη σχεδιασμού ελεγκτή κλειστού βρόχο με σκοπό την ικανοποίηση των παρακάτω τριών βασικών σχεδιαστικών στόχων:

- ο μηδενισμός της απόκλισης της συχνότητας από την ονομαστική τιμή των 50Hz
- βελτίωση των επιδόσεων του συστήματος (χρόνος αποκατάστασης, υπερύψωση)
- οι δύο προηγούμενοι στόχοι να επιτευχθούν λαμβάνοντας υπόψιν την παρουσία δύο μη γραμμικών στοιχείων τύπου κορεσμού.

Τους τρεις παραπάνω σχεδιαστικούς στόχους επιχειρήσαμε να τους ικανοποιήσουμε σχεδιάζοντας γραμμικούς ελεγκτές προκαθορισμένης αρχιτεκτονικής και συγκεκριμένα

- i) Ελεγκτής με καθαρή ολοκληρωτική δράση ( ανατροφοδότηση του ολοκληρώματος εξόδου)
- ii) Ελεγκτής δύο βαθμών ελευθερίας με ολοκληρωτική δράση και ανατροφοδότηση κατάστασης

Εκτεταμένα πειράματα προσομοίωσης χρησιμοποιήθηκαν για την αξιολόγηση και την ακριβή ρύθμιση (tuning) των παραπάνω προταθέντων ελεγκτών.

### 5.2 Συμπεράσματα

Στο κεφάλαιο 2, μελετήσαμε ως προς την ευστάθεια και τις επιδόσεις του το σύστημα ανοικτού βρόχου βασιζόμενοι τόσο στο πεδίο της συχνότητας (TF) όσο και στο πεδίο του χρόνου (state space).

Η μελέτη έγινε με τις τιμές των παραμέτρων εκφρασμένες τόσο στο ανά μονάδα (pu) σύστημα όσο και στις πραγματικές (actual) τιμές.

Το τελικό μας συμπέρασμα, είναι πως με οποιονδήποτε από τους δύο τρόπους δουλεύουμε, παρά την διαφοροποίηση των ενδιάμεσων αποτελεσμάτων, τα τελικά αποτελέσματα δηλαδή οι πόλοι του κλειστού συστήματος, είναι ολόιδια. Συνεπώς, από το κεφάλαιο τρία μέχρι τέλος, εργαστήκαμε μόνο με τις πραγματικές (actual) τιμές όντας σίγουροι για την ταύτιση των αποτελεσμάτων.

Επίσης, και τα τρία συστήματα ελεγκτών, επιλύθηκαν με τρεις διαφορετικούς τρόπους. Οι τρεις όμοιοι προς όλους τους ελεγκτές τρόποι υπολογισμού των πόλων είναι:

- ο υπολογισμός των ιδιοτιμών του πίνακα A (εντολής eig(A)) πρόγραμμα
- η κατάστρωση σε συμβολική μορφή πολυωνύμου που αφορά στις ιδιοτιμές του πίνακα A και ακολούθως αριθμητική εύρεση των ριζών-ιδιοτιμών (εντολή roots(P))
- μετασχηματισμός - απλοποίηση των δομικών διαγραμμάτων, εύρεση της ολικής συνάρτησης μεταφοράς και επίλυση του χαρακτηριστικού πολυωνύμου μέσω της εντολής roots(P).

Ανεξάρτητα από την μέθοδο επίλυσης που χρησιμοποιήθηκε, είχαμε απόλυτη ταύτιση των αποτελεσμάτων μας.

Αφού ξεκαθαρίσαμε τους λόγους για τους οποίους χρησιμοποιήσαμε όλες αυτές τις μεθόδους, θα δούμε τι συμπεράναμε από την χρήση διαφόρων ελεγκτών.

Με τον πρώτο «ελεγκτή» δηλαδή, το σύστημα ανοικτού βρόχου, διαπιστώνουμε πως δεν είναι δυνατόν να ικανοποιηθεί κανένας από τους τρεις σχεδιαστικούς στόχους.

Ο δεύτερος ελεγκτής δηλαδή, η καθαρή ολοκληρωτική δράση, ικανοποιεί πλήρως τον πρώτο στόχο (μηδενισμός του σφάλματος μονίμου καταστάσεως), μερικώς τον δεύτερο στόχο των επιδόσεων και καθόλου τον τρίτο στόχο δηλαδή σεβασμό των βαθμίδων κορεσμού.

Ο τρίτος ελεγκτής δηλαδή, ο καθαρός ολοκληρωτής με ανατροφοδότηση κατάστασης, καταφέρνει μετά από επίπονη επιλογή των κερδών του (tuning) να ικανοποιήσει και τους τρεις στόχους.

### 5.3 Μελλοντική Έρευνα

Δεδομένου ότι είναι αδύνατον να μελετηθεί πλήρως, προτείνουμε κάποια θέματα για μελλοντική έρευνα.

1. επαναδιατύπωση του ελεγκτή με καθαρή ολοκληρωτική δράση και ανατροφοδότηση κατάστασης, αυτήν την φορά όμως με τοποθέτηση πόλων.
2. γενίκευση σε δύο περιοχές ελέγχου

## Παράρτημα Α – Κώδικες σε περιβάλλον MATLAB

### A1. Ενότητες 2.6.1, 2.6.3 και 3.1 – Ρίζες

```
clear all
clc
KPact=0.06;
KPpu=120;
TPact=24;
TPpu=24;
KT=1;
KG=1;
Ract=0.0012;
Rpu=2.4;
TG=0.08;
TT=0.3;
KIact=1967.6609075440375136167858728;
KIpu=KIact/2000;
%=====
P_open_act=[(Ract*TPact*TG*TT) Ract*(TPact*TG+TPact*TT+TG*TT)
Ract*(TPact+TG+TT) (Ract+KPact*KG*KT)];
s_open_act=roots(P_open_act)
%=====
P_open_pu=[(Rpu*TPpu*TG*TT) Rpu*(TPpu*TG+TPpu*TT+TG*TT)
Rpu*(TPpu+TG+TT) (Rpu+KPpu*KG*KT)];
s_open_pu=roots(P_open_pu)
%=====
P_close_act=[(Ract*TPact*TG*TT) Ract*(TPact*TG+TPact*TT+TG*TT)
Ract*(TPact+TG+TT) (Ract+KPact*KG*KT) (Ract*KIact*KPact*KG*KT)];
s_close_act=roots(P_close_act)
%=====
P_close_pu=[(Rpu*TPpu*TG*TT) Rpu*(TPpu*TG+TPpu*TT+TG*TT)
Rpu*(TPpu+TG+TT) (Rpu+KPpu*KG*KT) (Rpu*KIpu*KPpu*KG*KT)];
s_close_pu=roots(P_close_pu)
```

## A2. Ενότητες 2.6.1, 2.6.3 και 3.2 – Ιδιοτιμές

```
clear all
clc
KPact=0.06;
KPpu=120;
TPact=24;
TPpu=24;
KT=1;
KG=1;
Ract=0.0012;
Rpu=2.4;
TG=0.08;
TT=0.3;
KIact=100;
KIpu=KIact/2000;
%=====
A_open_act=[-1/TPact KPact/TPact 0; 0 -1/TT KT/TT; -KG/(Ract*TG) 0 -
1/TG];
lambda_open_act=eig(A_open_act)
%=====
A_open_pu=[-1/TPpu KPpu/TPpu 0; 0 -1/TT KT/TT; -KG/(Rpu*TG) 0 -1/TG];
lambda_open_pu=eig(A_open_pu)
%=====
A_close_act=[-1/TPact KPact/TPact 0 0; 0 -1/TT KT/TT 0; -KG/(Ract*TG)
0 -1/TG -KG*KIact/TG; 1 0 0 0];
lambda_close_act=eig(A_close_act)
%=====
A_close_pu=[-1/TPpu KPpu/TPpu 0 0; 0 -1/TT KT/TT 0; -KG/(Rpu*TG) 0 -
1/TG -KG*KIpu/TG; 1 0 0 0];
lambda_close_pu=eig(A_close_pu)
%=====
```

### A3. Ενότητα 3.4.1 – rlocus

```
clear all
clc
KP=0.06;
TP=24;
KT=1;
KG=1;
R=0.0012;
TG=0.08;
TT=0.3;
KI=100;
%=====
A_aug=[-1/TP KP/TP 0 0; 0 -1/TT KT/TT 0; -KG/(R*TG) 0 -1/TG 0; 1 0 0
0]
B_aug=[0; 0; KG/TG; 0]
C=[0 0 0 1]
D=[0]
opensys=ss(A_aug,B_aug,C,D)
rlocus(opensys)
```

#### A4. Ενότητες 4.3 και 4.4 – Ιδιοτιμές και ρίζες

```
clear all
clc
KP=0.06;
TP=24;
KT=1;
KG=1.0;
R=0.0012;
TG=0.08;
TT=0.3;
KI=182.5742;
K1=182.2585;
K2=0.7867;
K3=0.9372;
%=====
A=[-1/TP KP/TP 0 0;0 -1/TT KT/TT 0;-KG*(R*K1+1)/(R*TG) -KG*K2/TG -
(KG*K3+1)/TG -KG*KI/TG;1 0 0 0]
eig(A)
%=====
P=[R*TP*TG*TT R*(TP*TT*(KG*K3+1)+TG*(TP+TT))
R*((KG*K3+1)*(TP+TT)+TP*KG*KT*K2+TG)
R*(KG*K3+1)+R*KG*KT*K2+KP*KG*KT*(R*K1+1) R*KI*KP*KG*KT];
s_LQI=roots(P)
%=====
P_a=[-R*KP*TG*TT -(R*KP*TG+R*KP*TT+R*KP*KG*K3*TT) -
(R*KP+R*KP*KG*K3+R*KP*KG*KT*K2) 0]
s_a_LQI=roots(P_a)
```

## A5. Ενότητα 2.6.5 – Πειράματα Προσομοίωσης

```

% Interconnected Areas (MW values) - Unconstrained Case
clear all; close all ; clc
disp('***          LAST LDRI TOUCH = 14Jan2017 + 22Dec16 + 18Nov16
*** ')
disp('=====
====')
disp('**  Two(2) SIMULINKs for LTI3_1Area_noAGC_Unconstr using
(1)MFUNC (2)TF  **')
disp('=====
====')
disp(' OpenLoop = Uncontrolled  + two Cases for Governor:
Unconstrained=Unsaturated and Constrained=Saturated  ')
fig=10;                % starting Figure Numbering
simul_time_duration = 5 % Time Duration for SIMULINK
%===== DPg_MAX = +220 =====
disp('***  Saturation Limits DPg_MAX/DPg_MIN on the DeltaPg =
Generator Output are set here  ***')
disp('Constraints DPg_MAX = +220 = -DPg_MIN (due to Saturation) ');
disp(' Note: SATURATION IS SWITCHED OFF/ON DEPENDING ON THE SELECTED
VALUES OF THE SATURATION ΔPG LIMITS  ')
%=====
fprintf('\n\n');
disp('** DPg_MAX_Saturator = DPg_MAX is defined ONCE here for ALL
Simulators  ***')
DPg_MAX_Saturator = +220
%=====
%==      Step Load      ==
disp(' Step Load DPd1 = 200 MW '); DPd1 = 200
%===== State Variables
disp('X3 = [ X1=DeltaFreq(t)  X2=DeltaPG(t)  X3=DeltaXE(t) ]  ')
% disp('X2 = [DeltaFreq(t)  DeltaPG(t)  ]  ')
%=====
Xinitzero3   = [0 ; 0; 0 ];      %% Xinit for STEP
Xinitnonzero3 = [100 ; -1; 0 ];
Xinit3 = Xinitzero3;
%disp(' Press any key to proceed'); pause
%=====
%==      Area 1 12Nov2016  IFAC 2017 Parameters      ==
%=====
disp('Parameters of Area_1 IFAC 2017  Units  ')
f0 = 50          % Hz
Pr1 = 2000       % MW
%=== Governor1
Kg1 = 1
Tg1 = 0.08      % s
%=== Turbine1 ===
Kt1 = 1
Tt1 = 0.3      % s
%=====
%=
Area1 = R1, H1, D1, Kp1, Tpl      ==
%=====
R1 = 2.4/Pr1      % Hz/MW
H1 = 5           % s
%===
D1 = 8.33*1e-3*Pr1 % MW/Hz
Kp1 = 1/D1       % Hz/Mw
Tpl = (2*H1*Pr1)/(f0*D1) % s
%=====

```

Καταστατικές Εξισώσεις και Σχεδίαση Συστήματος Ελέγχου Ενεργού Ισχύος – Συχνότητας (P-f) σε Σύστημα Ηλεκτρικής Ενέργειας με Μία Περιοχή Ελέγχου

```

%      proceed with TF Simulator SIMUL01a_LTI3_1Area_noAGC_TF
%=====
fprintf('\n\n');
disp(' *** Press any Key to proceed with TF Blocks Simulator (CAN
SIMULATE CONSTRAINTS) ');
%pause
disp('===== SIMUL01a_LTI3_1Area_noAGC_TF
=====')
disp(' TF SIMULINK - OpenLoop - no AGC + UNSATURATED/Saturated
DeltaPg ') % /Unsaturated
disp(' DPg_MIN = -DPg_MAX has to be like that so that DPg can hanle
negative loads (=reduction) ')
disp('=====
====')
%===== Tsys3_tf_UNSAT =====
% UNSATURATED Delta f with DPg_MAX = 2*Pr1 COMPUTE & PLOT
% UNSATURATED DPg with DPg_MAX = 2*Pr1 COMPUTE & PLOT
%=====
DPg_MAX = 2*Pr1
DPg_MIN = -DPg_MAX %DPg_MIN = -DPg_MAX has to be like that so that
DPg can hanle negative loads (=reduction)
Tsys3_tf_UNSAT = sim('SIMUL01a_LTI3_1Area_noAGC_TF',
simul_time_duration ); % LDRI12May16_Two_Control_Areas_OpenLoop
% save(filename,variables) saves only the variables of a structure
array specified by variables.
save('DeltaFreqUNSAT_tf.mat' , 'Df1_tf3') %save UNSATURATED Df1_tf3
save('DeltaPgUNSAT_tf.mat' , 'DPg1_tf3') %save UNSATURATED DPg_tf3
%===== Tsys3_tf_SAT =====
% SATURATED Delta f with SATURATED DPg_MAX = DPg_MAX_Saturato
COMPUTE & PLOT =====
% SATURATED DPg with SATURATED DPg_MAX = DPg_MAX_Saturator =====
%=====
DPg_MAX = DPg_MAX_Saturator
DPg_MIN = -DPg_MAX %DPg_MIN = -DPg_MAX has to be like that so that
DPg can hanle negative loads (=reduction)
Tsys3_tf_SAT = sim('SIMUL01a_LTI3_1Area_noAGC_TF',
simul_time_duration ); %
% save(filename,variables) saves only the variables of a structure
array specified by variables.
save('DeltaFreqSAT_tf.mat' , 'Df1_tf3') %save SATURATED Df1_tf3
save('DeltaPgSAT_tf.mat' , 'DPg1_tf3') %save SATURATED DPg_tf3
%=====
%== READ & PLOT UNSATURATED/SATURATED Delta f
%=====
disp('READ & PLOT UNSATURATED Df1_tf3 from saved file
"DeltaFreqUNSAT" ')
load DeltaFreqUNSAT_tf
%===== PLOT UNSATURATED Delta f & hold on
figure(fig); fig=fig+1;
plot(Tsys3_tf_UNSAT, Df1_tf3, 'r', 'linewidth', 2);
grid on
hold on
%===== READ & PLOT SATURATED Delta f
disp('READ & PLOT SATURATED Df1_tf3 from saved file "DeltaFreqSAT"
')
load DeltaFreqSAT_tf
%===== PLOT SATURATED Delta f & hold off
plot(Tsys3_tf_SAT, Df1_tf3, 'b--' , 'linewidth', 2);
title('\Delta f_{3,SAT}(TF)$ Single-Area Constr-Governor ',
'Interpreter','latex','FontName','Times New Roman','fontsize',12)

```



```

ylabel('$\Delta f_{TF}$','Interpreter','latex','FontName', 'Times New
Roman','fontsize', 12);
xlabel('Time [s]','Interpreter','latex','FontName', 'Times New
Roman','fontsize',12')
%===
hh=legend( '$\Delta f$' , '$\Delta f_{SAT}$' , 12) % hh=legend(
'$\Delta P_{G3}$','$\Delta x_{E}$' , 12)
set(hh,'Interpreter','latex','FontName', 'Times New
Roman','fontsize',12)
%===
hold off
%===== SAVE the PLOT of Delta f in EPS & JPRG =====
%print -depsc          DeltaFreq01a_LTI3_1Area_noAGC_SAT_UNSAT_TF
print -djpeg -r600 DeltaFreq01a_LTI3_1Area_noAGC_SAT_UNSAT_TF
%=====
%== READ & PLOT UNSATURATED/SATURATED Delta P_{G} Delta Pg
%=====
%===== READ & PLOT UNSATURATED
figure(fig); fig=fig+1;
disp('READ & PLOT UNSATURATED DPg_tf3 from saved file DeltaFreqUNSAT
')
load DeltaPgUNSAT_tf
plot(Tsys3_tf_UNSAT, DPg1_tf3, 'r', 'linewidth', 2);
grid on
hold on
disp('READ & PLOT SATURATED DPg_tf3 from saved file DeltaFreqSAT ')
load DeltaPgSAT_tf
%===== PLOT SATURATED Delta f
plot(Tsys3_tf_SAT , DPg1_tf3, 'b--' , 'linewidth', 2);
ylabel('$\Delta P_{G3,TF}$','Interpreter','latex','FontName', 'Times
New Roman','fontsize', 12);
xlabel('Time [s]','Interpreter','latex','FontName', 'Times New
Roman','fontsize',12')
%===
hh=legend( '$\Delta P_{G3}$' , '$sat(\Delta P_{G3})$' , 12) %
hh=legend( '$\Delta P_{G3}$','$\Delta x_{E}$' , 12)
set(hh,'Interpreter','latex','FontName', 'Times New
Roman','fontsize',12)
%===
hold off
%===== SAVE the PLOT of DeltaPg in EPS & JPEG =====
%print -depsc          DeltaPG01a_LTI3_1Area_noAGC_SAT_UNSAT_TF
print -djpeg -r600 DeltaPG01a_LTI3_1Area_noAGC_SAT_UNSAT_TF
% %===== TF SIMULINK =====
% SIMUL01a_LTI3_1Area_noAGC_TF
disp('break !!! stop before doing the MFUNC ')
break
%===== SIMUL01a_LTI3_1Area_noAGC_MFUNC =====
% proceed with MFUNC Simulator =
SIMUL01a_LTI3_1Area_noAGC_MFUNC
%=====
fprintf('\n\n');
disp(' *** Press any Key to proceed with MFUNC Simulator (CAN
SIMULATE CONSTRAINTS) ***') ;
%pause
disp('=====
====')
disp(' MFUNC SIMULINK01 - OpenLoop - no AGC + UNSATURATED/Saturated
DeltaPg ') % /Unsaturated

```

```

disp(' DPg_MIN = -DPg_MAX has to be like that so that DPg can hanle
negative loads (=reduction) ')
disp('=====
====')
%=====
%== COMPUTE & SAVE UNSATURATED Delta f with DPg_MAX = 2*Pr1
%=====
DPg_MAX = 2*Pr1
DPg_MIN = -DPg_MAX %DPg_MIN = -DPg_MAX has to be like that so that
DPg can hanle negative loads (=reduction)
Tsys3_mf_UNSAT = sim('SIMUL01a_LTI3_1Area_noAGC_MFUNC',
simul_time_duration );
% save(filename,variables) saves only the variables of a structure
array specified by variables.
save('DeltaFreqUNSAT_mf.mat' , 'Df1_mfunc3') %save
save('DeltaPgUNSAT_mf.mat' , 'DPg_mfunc3') %save
%===== SIMUL01a_LTI3_1Area_noAGC_MFUNC =====
%= COMPUTE & SAVE SATURATED Delta f with SATURATED DPg_MAX =
DPg_MAX_Saturator ===
%=====
disp(' SIMUL01a_LTI3_1Area_noAGC_MFUNC_Test13 = SATURATED DPg_MAX =
DPg_MAX_Saturator already defined ')
DPg_MAX = DPg_MAX_Saturator
DPg_MIN = -DPg_MAX %DPg_MIN = -DPg_MAX has to be like that so that
DPg can hanle negative loads (=reduction)
Tsys3_mf_SAT = sim('SIMUL01a_LTI3_1Area_noAGC_MFUNC',
simul_time_duration );
% save(filename,variables) saves only the variables of a structure
array specified by variables.
save('DeltaFreqSAT_mf.mat' , 'Df1_mfunc3') %save DeltaFreqSAT_mf
save('DeltaPgSAT_mf.mat' , 'DPg_mfunc3') %save DeltaPgSAT_mf
%===== now PLOT UNSATURATED/SATURATED Delta f =====
%===== LOAD & PLOT UNSATURATED Delta f
figure(fig); fig=fig+1;
disp('READ & PLOT UNSATURATED Df1_mfunc3 from saved file
"DeltaFreqUNSAT_mf.mat" ')
load DeltaFreqUNSAT_mf
%===== PLOT UNSATURATED Delta f & hold on
plot(Tsys3_mf_UNSAT, Df1_mfunc3, 'r' , 'linewidth', 2);
grid on
hold on
%===== LOAD & PLOT SATURATED Delta f & hold off
disp('READ & PLOT SATURATED Df1_mfunc3 from saved file
"DeltaFreqSAT_mf.mat" ')
load DeltaFreqSAT_mf
plot(Tsys3_mf_SAT, Df1_mfunc3, 'b--' , 'linewidth', 2);
ylabel('$\Delta f_{MF}$', 'Interpreter', 'latex', 'FontName', 'Times New
Roman', 'fontsize', 12);
xlabel('Time [s]', 'Interpreter', 'latex', 'FontName', 'Times New
Roman', 'fontsize', 12')
%===
hh=legend( '$\Delta f$' , '$\Delta f_{SAT}$' , 12) % hh=legend(
'$\Delta P_{G3}$', '$\Delta x_{E}$' , 12)
set(hh, 'Interpreter', 'latex', 'FontName', 'Times New
Roman', 'fontsize', 12)
%===
hold off
%===== SAVE in EPS & JPEG =====
%print -depsc DeltaFreq01a_LTI3_1Area_noAGC_SAT_UNSAT_MFUNC
print -djpeg -r600 DeltaFreq01a_LTI3_1Area_noAGC_SAT_UNSAT_MFUNC

```

```
%===== now PLOT UNSATURATED/SATURATED Delta P_{G} =====
%===== LOAD & PLOT UNSATURATED Delta Pg from file "DeltaPgUNSAT_mf"
disp('READ & PLOT UNSATURATED DPg_mfunc3 from saved file
"DeltaFreqUNSAT_mf.mat" ')
load DeltaPgUNSAT_mf % = Vector DPg_mfunc3
%===== PLOT UNSATURATED DeltaPg & hold on
figure(fig); fig=fig+1;
plot(Tsys3_mf_UNSAT, DPg_mfunc3, 'r' , 'linewidth', 2);
grid on
hold on
%=====
disp('READ & PLOT SATURATED DPg_mfunc3 from saved file
"DeltaFreqSAT_mf.mat" ')
load DeltaPgSAT_mf % = Vector DPg_mfunc3
plot(Tsys3_mf_SAT, satDPg_mfunc3, 'b--' , 'linewidth', 2);
ylabel('$\Delta P_{G3,MF}$', 'Interpreter', 'latex', 'FontName', 'Times
New Roman', 'fontsize', 12);
xlabel('Time [s]', 'Interpreter', 'latex', 'FontName', 'Times New
Roman', 'fontsize', 12')
%====
hh=legend( '$\Delta P_{G3}$' , '$sat(\Delta P_{G3})$' , 12) %
hh=legend( '$\Delta P_{G3}$', '$\Delta x_{E}$' , 12)
set(hh, 'Interpreter', 'latex', 'FontName', 'Times New
Roman', 'fontsize', 12)
%====
hold off
%===== SAVE the PLOT of DeltaPg in EPS & JPRG =====
%print -depsc DeltaPG01a_LTI3_1Area_noAGC_SAT_UNSAT_MFUNC
print -djpeg -r600 DeltaPG01a_LTI3_1Area_noAGC_SAT_UNSAT_MFUNC
```

### A6. Ενότητα 3.3 – Πειράματα Προσομοίωσης

```
% Interconnected Areas (MW values) - Unconstrained Case
clear all; close all ; clc
disp('***      LAST LDRI TOUCH = 27Jan2017 + 26Dec2016 + 19-Nov-2016
*** ')
disp('=====
====')
disp('**  Two(2) SIMULINKs for LTI3_1Area_IntegralAGC  using (1)MFUNC
(2)TF  **')
disp('=====
====')
disp(' ClosedLoop = I-Controlled  + two Cases for Governor:
Unconstrained=Unsaturated and Constrained=Saturated  ')

fig=20;                                % starting Figure Numbering
simul_time_duration = 30                % Time Duration for SIMULINK
%===== SATURATOR at DPg
=====
disp('***  Saturation Limits DPg_MAX/DPg_MIN on the DeltaPg =
Generator Output  are set here  ***')
disp('Constraints DPg_MAX = +220 = -DPg_MIN (due to Saturation) ');
disp(' Note: SATURATION IS SWITCHED OFF/ON DEPENDING ON  THE SELECTED
VALUES OF THE SATURATION ΔPG LIMITS  ')
%=====
=
fprintf('\n\n');
disp('**  DPg_MAX_Saturator = DPg_MAX is defined ONCE here for ALL
Simulators  ***')
DPg_MAX_Saturator = +220
%=====
=
%==      Step Load
====
disp(' Step Load  DPd1 = 200 MW '); DPd1 = 200 % MW
%=====
=
f0 = 50                                % Hz
disp('=====
====')
disp('
          SELECT Gain Ki
')
disp('=====
====')
fprintf('\n'); disp('%  YOUR  CHOICES FOR Integral Gain Ki      ')
disp('1 --> Ki = 5,000/f0 = 100 ');
disp('2 --> Ki = 10,000/f0 = 200 ');
disp('3 --> Ki = 16,000/f0 = 320 (DEFAULT) ');
disp('4 --> Ki = 1967.6609075440375136167858728 (critical) ');
disp('5 --> Ki = 1968 (overcritical) ');
select_Ki =input('SELECT among three Gains Ki (1,2,3,4,5): ');
if select_Ki == 1
    Ki = 5000/f0
    disp('  Integral Gain Ki = 5,000/f_nominal = 100  ')
    FLAG_GAIN = 1
elseif select_Ki == 2
    Ki = 10000/f0
    disp('  Integral Gain Ki = 10,000/f_nominal = 200  ')
    FLAG_GAIN = 2
elseif select_Ki == 3
```

```

    Ki = 15000/f0
    disp(' (DEFAULT) Integral Gain Ki = 15,000/f_nominal = 300 ')
    FLAG_GAIN = 3
elseif select_Ki == 4
    Ki =1967.6609075440375136167858728
    disp(' (DEFAULT) Integral Gain Ki =
1967.6609075440375136167858728 ')
    FLAG_GAIN = 4
elseif select_Ki == 5
    Ki =1968
    disp(' (DEFAULT) Integral Gain Ki = 1968 ')
    FLAG_GAIN = 5
else
    Ki = 16000/f0
    disp(' (DEFAULT) Integral Gain Ki = 16,000/f_nominal = 320 ')
    FLAG_GAIN = 3
end
disp('x3 = [DeltaFreq(t)   DeltaPG(t)   DeltaXE(t)   ] ')
% disp('x2 = [DeltaFreq(t)   DeltaPG(t)   ] ')
%=====
Xinitzero3 = [0 ; 0; 0 ];
Xinitnonzero3 = [100 ; -1; 1 ];
Xinit3 = Xinitzero3;
disp('Parameters of Area_1 IFAC 2017 Units ')
% f0 = 50 % Hz
Pr1 = 2000 % MW
%=== Governor1
Kg1 = 1
Tg1 = 0.08 % s
%=== Turbine1 ===
Kt1 = 1
Tt1 = 0.3; % s
%=====
%= Area1 = R1, H1,D1,Kp1,Tp1 =
%=====
R1 = 2.4/Pr1 % Hz/MW
H1 = 5 % s
D1 = 8.33*1e-3*Pr1 % MW/Hz
Kp1 = 1/D1 % Hz/Mw
Tp1 = (2*H1*Pr1)/(f0*D1) % s
%=====
% proceed with TF Simulator SIMUL01a_LTI3_1Area_noAGC_TF
%=====
fprintf('\n\n');
disp(' *** Press any Key to proceed with TF Blocks Simulator (CAN
SIMULATE CONSTRAINTS) ');
%pause
disp('===== SIMUL02a_LTI3_1Area_IntegralAGC_TF =====')
disp(' TF SIMULINK - Unconstrained=Unsaturated Governor ')
disp(' DPg_MIN = -DPg_MAX has to be like that so that DPg can hanle
negative loads (=reduction) ')
disp('=====')
DPg_MAX = 2*Pr1
DPg_MIN = -DPg_MAX %DPg_MIN = -DPg_MAX has to be like that so that
DPg can hanle negative loads (=reduction)
Tsys3_TF_AGC1_UNSAT = sim('SIMUL02a_LTI3_1Area_IntegralAGC_TF',
simul_time_duration );
% save(filename,variables) saves only the variables of a structure
array specified by variables.

```

```

save('DeltaFreqUNSAT_tf.mat' , 'Df1_tf3_IntegralAGC') %save
UNSATURATED Df1_tf3
save('DeltaPgUNSAT_tf.mat' , 'DPg1_tf3_IntegralAGC') %save
UNSATURATED DPg_tf3
save('Uc_UNSAT_TF.mat' , 'Utot_tf3_IntegralAGC1') %
DPg_MAX = DPg_MAX Saturator
DPg_MIN = -DPg_MAX %DPg_MIN = -DPg_MAX has to be like that so that
DPg can handle negative loads (=reduction)
Tsys3_TF_AGC1_SAT = sim('SIMUL02a_LTI3_1Area_IntegralAGC_TF',
simul_time_duration );
save('DeltaFreqSAT_tf.mat' , 'Df1_tf3_IntegralAGC') % save
UNSATURATED Df1_tf3
save('DeltaPgSAT_tf.mat' , 'DPg1_tf3_IntegralAGC') % save
UNSATURATED DPg_tf3
save('Uc_SAT_TF.mat' , 'Utot_tf3_IntegralAGC1')
disp('READ & PLOT UNSATURATED Df1_tf3 from saved file
"DeltaFreqUNSAT" ')
load DeltaFreqUNSAT_tf
%==== PLOT UNSATURATED Delta f & hold on
figure(fig); fig=fig+1;
plot(Tsys3_TF_AGC1_UNSAT, Df1_tf3_IntegralAGC, 'r', 'linewidth', 2);
grid on
hold on
%==== READ & PLOT SATURATED Delta f
disp('READ & PLOT SATURATED Df1_tf3 from saved file "DeltaFreqSAT"
')
load DeltaFreqSAT_tf
%==== PLOT SATURATED Delta f
plot(Tsys3_TF_AGC1_SAT, Df1_tf3_IntegralAGC, 'b--' , 'linewidth',
2);
title('$\Delta f$ [Hz] Single-Area ',
'Interpreter','latex','FontName', 'Times New Roman','fontsize',12)
ylabel('$\Delta f$ [Hz]','Interpreter','latex','FontName', 'Times
New Roman','fontsize', 12);
xlabel('Time [s]','Interpreter','latex', 'FontName', 'Times New
Roman','fontsize',12')
hh=legend( '$\Delta f$' , '$\Delta f_{sat}$' , 12) % hh=legend(
'$\Delta P_{G3}$','$\Delta x_{E}$' , 12)
set(hh,'Interpreter','latex','FontName', 'Times New
Roman','fontsize',12)
%===
hold off
if select_Ki == 1 %Ki = 5000/f0
disp(' Integral Gain Ki = 5,000/f_nominal = 100 '); FLAG_GAIN = 1
% print -depsc
DeltaFreq02a_LTI3_1Area_IntegralAGC1_SAT_UNSAT_TF_Ki_5000_220
print -djpeg -r1000
DeltaFreq02a_LTI3_1Area_IntegralAGC1_SAT_UNSAT_TF_Ki_5000_220
elseif select_Ki == 2 %Ki = 10000/f0
disp(' Integral Gain Ki = 10,000/f_nominal = 200 '); FLAG_GAIN = 2
% print -depsc
DeltaFreq02a_LTI3_1Area_IntegralAGC1_SAT_UNSAT_TF_Ki_10000_220
print -djpeg -r1000
DeltaFreq02a_LTI3_1Area_IntegralAGC1_SAT_UNSAT_TF_Ki_10000_220
elseif select_Ki == 3 %Ki = 16000/f0
disp(' (DEFAULT) Integral Gain Ki = 15,000/f_nominal = 320 ');
FLAG_GAIN = 3
% print -depsc
DeltaFreq02a_LTI3_1Area_IntegralAGC1_SAT_UNSAT_TF_Ki_15000_220

```

```

    print -djpeg -r1000
DeltaFreq02a_LTI3_1Area_IntegralAGC1_SAT_UNSAT_TF_Ki_15000_220
elseif select_Ki == 4      %Ki = 1967.6609075440375136167858728
disp(' (DEFAULT) Integral Gain Ki =1967.6609075440375136167858728
'); FLAG_GAIN = 4
    print -djpeg -r1000
DeltaFreq02a_LTI3_1Area_IntegralAGC1_SAT_UNSAT_TF_Ki_critical
elseif select_Ki == 5      %Ki = 1968
    disp(' (DEFAULT) Integral Gain Ki =1968 '); FLAG_GAIN = 5
    print -djpeg -r1000
DeltaFreq02a_LTI3_1Area_IntegralAGC1_SAT_UNSAT_TF_Ki_overcritical
else
    disp(' (DEFAULT) Integral Gain Ki = 16,000/f_nominal = 320 ');
FLAG_GAIN = 3
%    print -depssc
DeltaFreq02a_LTI3_1Area_IntegralAGC1_SAT_UNSAT_TF_Ki_15000_220
    print -djpeg -r1000
DeltaFreq02a_LTI3_1Area_IntegralAGC1_SAT_UNSAT_TF_Ki_15000_220
end
%=====
%== READ & PLOT UNSATURATED/SATURATED U_{c} \Delta \Delta \Delta
%=====
% save('Uc_UNSAT_TF.mat' , 'Utot_tf3_IntegralAGC1')
% save('Uc_SAT_TF.mat' , 'Utot_tf3_IntegralAGC1')
figure(fig); fig=fig+1;
disp('READ & PLOT UNSATURATED DPc_tf3 from saved file DeltaPcUNSAT
')
load Uc_UNSAT_TF %% save('Uc_UNSAT_TF.mat' ,
'Utot_tf3_IntegralAGC1')
%===== PLOT UNSATURATED
plot(Tsys3_TF_AGC1_UNSAT, Utot_tf3_IntegralAGC1, 'r', 'linewidth',
2);
grid on
hold on
disp('READ & PLOT "SATURATED DPg_tf3" DATA from saved file
"DeltaPcSAT_TF" ')
load Uc_SAT_TF %% save('Uc_SAT_TF.mat' ,
'Utot_tf3_IntegralAGC1')
%===== PLOT SATURATED
plot(Tsys3_TF_AGC1_SAT, Utot_tf3_IntegralAGC1, 'b--' , 'linewidth',
2);
title('$U_{c}$~[MW] ', 'Interpreter','latex','FontName', 'Times New
Roman','fontsize',12)
% ylabel('$\Delta P_{c}$','Interpreter','latex','FontName', 'Times
New Roman','fontsize', 12);
ylabel('$U_{c}$~[MW]','Interpreter','latex','FontName', 'Times New
Roman','fontsize', 12);
xlabel('Time [s]','Interpreter','latex', 'FontName', 'Times New
Roman','fontsize',12')
hh=legend( '$ U_{c}$' , '$sat( U_{c})$' , 12) % hh=legend( '$\Delta
P_{G3}$','$\Delta x_{E}$' , 12)
set(hh,'Interpreter','latex','FontName', 'Times New
Roman','fontsize',12)
hold off
if select_Ki == 1      %Ki = 5000/f0
    disp(' Integral Gain Ki = 5,000/f_nominal = 100 '); FLAG_GAIN = 1
    % print -depssc
DeltaUc_LTI3_1Area_IntegralAGC1_AGC_SAT_UNSAT_TF_Ki_5000_220
    print -djpeg -r1000
DeltaUc_LTI3_1Area_IntegralAGC1_AGC_SAT_UNSAT_TF_Ki_5000_220

```

```

elseif select_Ki == 2      %Ki = 10000/f0
disp('  Integral Gain Ki = 10,000/f_nominal = 200  '); FLAG_GAIN = 2
% print -depsc
DeltaUc_LTI3_1Area_IntegralAGC1_AGC_SAT_UNSAT_TF_Ki_10000_220
print -djpeg -r1000
DeltaUc_LTI3_1Area_IntegralAGC1_AGC_SAT_UNSAT_TF_Ki_10000_220
elseif select_Ki == 3      %Ki = 16000/f0
disp(' (DEFAULT) Integral Gain Ki = 15,000/f_nominal = 320  ');
FLAG_GAIN = 3
% print -depsc
DeltaUc_LTI3_1Area_IntegralAGC1_AGC_SAT_UNSAT_TF_Ki_15000_220
print -djpeg -r1000
DeltaUc_LTI3_1Area_IntegralAGC1_AGC_SAT_UNSAT_TF_Ki_15000_220
elseif select_Ki == 4      %Ki = 1967.6609075440375136167858728
disp(' (DEFAULT) Integral Gain Ki =
1967.6609075440375136167858728  '); FLAG_GAIN = 4
print -djpeg -r1000
DeltaUc_LTI3_1Area_IntegralAGC1_AGC_SAT_UNSAT_TF_Ki_critical
elseif select_Ki == 5      %Ki = 1968
disp(' (DEFAULT) Integral Gain Ki = 1968  '); FLAG_GAIN = 5
print -djpeg -r1000
DeltaUc_LTI3_1Area_IntegralAGC1_AGC_SAT_UNSAT_TF_Ki_overcritical
else      %Ki = 16000/f0
disp(' (DEFAULT) Integral Gain Ki = 15,000/f_nominal = 320  ');
FLAG_GAIN = 3
% print -depsc
DeltaUc_LTI3_1Area_IntegralAGC1_AGC_SAT_UNSAT_TF_Ki_15000_220
print -djpeg -r1000
DeltaUc_LTI3_1Area_IntegralAGC1_AGC_SAT_UNSAT_TF_Ki_15000_220
end
%=====
%== READ & PLOT UNSATURATED/SATURATED Delta P_{G} Delta Pg
%=====
figure(fig); fig=fig+1;
disp('READ & PLOT UNSATURATED DPg_tf3 from saved file DeltaFreqUNSAT
')
load DeltaPgUNSAT_tf
%===== PLOT UNSATURATED Delta f
plot(Tsys3_TF_AGC1_UNSAT, DPg1_tf3_IntegralAGC, 'r', 'linewidth',
2);
grid on
hold on
disp('READ & PLOT SATURATED DPg_tf3 from saved file DeltaFreqSAT ')
load DeltaPgSAT_tf
%===== PLOT SATURATED Delta Pg
plot(Tsys3_TF_AGC1_SAT, DPg1_tf3_IntegralAGC, 'b--' , 'linewidth',
2);
title('$\Delta P_{G}$~[MW] ', 'Interpreter','latex','FontName',
'Times New Roman','fontsize',12)
ylabel('$\Delta P_{G}$~[MW]', 'Interpreter','latex','FontName',
'Times New Roman','fontsize', 12);
xlabel('Time [s]', 'Interpreter','latex', 'FontName', 'Times New
Roman','fontsize',12')
hh=legend( '$\Delta P_{G}$' , '$sat(\Delta P_{G})$' , 12) %
hh=legend( '$\Delta P_{G3}$','$\Delta x_{E}$' , 12)
set(hh,'Interpreter','latex','FontName', 'Times New
Roman','fontsize',12)
hold off
if select_Ki == 1      %Ki = 5000/f0
disp('  Integral Gain Ki = 5,000/f_nominal = 100  '); FLAG_GAIN = 1

```



```
% print -depsc
DeltaPG02a_LTI3_1Area_IntegralAGC1_SAT_UNSAT_TF_Ki_5000_220
print -djpeg -r1000
DeltaPG02a_LTI3_1Area_IntegralAGC1_SAT_UNSAT_TF_Ki_5000_220
elseif select_Ki == 2
    %Ki = 10000/f0
disp(' Integral Gain Ki = 10,000/f_nominal = 200 '); FLAG_GAIN = 2
    % print -depsc
DeltaPG02a_LTI3_1Area_IntegralAGC1_SAT_UNSAT_TF_Ki_10000_220
print -djpeg -r1000
DeltaPG02a_LTI3_1Area_IntegralAGC1_SAT_UNSAT_TF_Ki_10000_220
elseif select_Ki == 3    %Ki = 16000/f0
    disp(' (DEFAULT) Integral Gain Ki = 15,000/f_nominal = 320 ');
FLAG_GAIN = 3
    % print -depsc
DeltaPG02a_LTI3_1Area_IntegralAGC1_SAT_UNSAT_TF_Ki_15000_220
print -djpeg -r1000
DeltaPG02a_LTI3_1Area_IntegralAGC1_SAT_UNSAT_TF_Ki_15000_220
elseif select_Ki == 4    %Ki = 1967.6609075440375136167858728
    disp(' (DEFAULT) Integral Gain Ki =
1967.6609075440375136167858728 '); FLAG_GAIN = 4
    print -djpeg -r1000
DeltaPG02a_LTI3_1Area_IntegralAGC1_SAT_UNSAT_TF_Ki_critical
elseif select_Ki == 5    %Ki = 1968
    disp(' (DEFAULT) Integral Gain Ki = 1968 '); FLAG_GAIN = 5
    print -djpeg -r1000
DeltaPG02a_LTI3_1Area_IntegralAGC1_SAT_UNSAT_TF_Ki_overcritical
else
    disp(' (DEFAULT) Integral Gain Ki = 15,000/f_nominal = 320 ');
FLAG_GAIN = 3
    % print -depsc
DeltaPG02a_LTI3_1Area_IntegralAGC1_SAT_UNSAT_TF_Ki_15000_220
print -djpeg -r1000
DeltaPG02a_LTI3_1Area_IntegralAGC1_SAT_UNSAT_TF_Ki_15000_220
end
disp('***      break !!!  stop  before doing the MFUNC      *** ')
disp('***      break !!!  stop  before doing the MFUNC      *** ')
break
```

## A7. Ενότητα 4.5 – Πειράματα Προσομοίωσης

```

% SINGLE AREA = Interconnected Areas (MW values) - Unconstrained
Case
clear all; close all ; clc
disp('***      LAST LDRI TOUCH = 13Mar2017 + 27Jan17 + 26Dec2016 +
19-Nov-2016      *** ')
disp('=====
====')
disp(' LQI FOR AGC + two Cases for Governor:
Unconstrained=Unsaturated and Constrained=Saturated  ')
fig=30;
simul_time_duration = 30
%===== SATURATOR at DPg
=====
disp('*** Saturation Limits DPg_MAX/DPg_MIN on the DeltaPg =
Generator Output are set here ***')
disp('Constraints DPg_MAX = +220 = -DPg_MIN (due to Saturation)
');
disp(' Note: SATURATION IS SWITCHED OFF/ON DEPENDING ON THE SELECTED
VALUES OF THE SATURATION ΔPG LIMITS  ')
%=====
fprintf('\n\n');
disp('** DPg_MAX_Saturator = DPg_MAX is defined ONCE here for ALL
Simulators ***')
DPg_MAX_Saturator = +220
%=====
%==== Step Load =====
disp(' DPd1 = 200 MW '); DPd1 = 200 % MW
disp('X3 = [ DeltaFreq(t) DeltaPG(t) DeltaXE(t) ] ')
% disp('X2 = [DeltaFreq(t) DeltaPG(t) ] ')
%=====
Xinitzero3 = [0 ; 0; 0 ]; %% Xinit for STEP
Xinitnonzero3 = [1 ; -1; 1 ];
Xinit3 = Xinitzero3;
%Xinit3 = Xinitnonzero3
%===== Area 1 12Nov2016 IFAC 2017 Parameters
=====
disp(' file "Parameters_Areal_Area2" reads the Parameters of Areal
& Area2 (our IFAC 2017)')
Parameters_Areal_Area2
disp('*** xdot = Ax + Bu + Ew = The 3-state-variable SS model with
disturbance input w = DPd1 ')
disp('*** Ac3 = A-matrix for the 3-state-variable model after
closing the inner-R-Loop ***')
%==== Matrix Ac3 for a 3-state-variable model
Ac3 = [ -1/Tp1 Kp1/Tp1 0 ;
0 -1/Tt1 Kt1/Tt1 ;
-Kg1/(R1*Tg1) 0 -1/Tg1 ];
%==== Matrix Bc3
Bc3 = [ 0 ; 0 ; Kg1/Tg1 ];
%==== Matrix Dc3
Ec3 = [ -Kp1/Tp1 ; 0 ; 0 ];
%==== Power Demand
w = DPd1 ;
disp('*** Nx Nu Ny & SS of OPEN LOOP SYSTEM ss(Ac, Bc, Cc, Dc)
*** ')
%===== [Nx Nu], [Ny Nx]
Ac=Ac3; Bc=Bc3 ; Cc=[1 0 0] ; Dc= 0;
[Nx Nu] = size(Bc)

```

```

[Ny Nx] = size(Cc)
fprintf('\n\n');
disp('=====
====')
disp('my LQI methodology follows the sign convention of "lqi" MATLAB
Command ')
disp(' u = -KaugXaug with Aaug = [A 0 ; C 0] and Baug = [B ; 0]
')
disp(' see "CT_SP_Track3b_Compare_LDRI_MATLAB_LQI" ')
disp('=====
====')
fprintf('\n\n');
disp('=====
====')
disp(' CHECK eigenvalues of Ac = STABILITY OF THE CT SYSTEM
')
disp('eig(Ac) ='); disp(eig(Ac))
if ldri_check_ct_eigs_final2(Ac) ==1
    CT_STAB=1 %% Ac is STABLE
    disp('step1_select_sys_h_taus+ldri_check_ct_eigs_final2: ');
    disp(' CT MATRIX Ac is STABLE (Hurwitz) ')
else
    CT_STAB=0
    disp('step1_select_sys_h_taus+ldri_check_ct_eigs_final2: ');
    disp(' CT MATRIX Ac is UNSTABLE !!! ')
    %error(' SYSTEM-MATRIX is UNSTABLE !!!')
end
%-----
% STEP2a CHECK CONTROLLABILITY CHECK of (A,B)
%-----
disp('CONTROLLABILITY CHECK-1 of (Ac,Bc)')
if (rank(ctrb(Ac,Bc)) ~= Nx)%Pc = ctrb(A,B);
    error('LDRI1: CT System (Ac,Bc) is NOT Controllable...Good
Bye!!!!');
else
    disp('LDRI1: System (Ac,Bc) Is Controllable...Proceed');
end
%----- AUGMENTED SYSTEM -----
Aaug= [Ac, zeros(Nx,Ny) ; % ";" CAN BE OMMITTED !!!
       Cc, zeros(Ny,Ny) ];
Baug= [ Bc ; % ";" CAN BE OMMITTED !!!
       zeros(Ny,Nu) ];
Caug = [Cc zeros(Ny,Ny)];
Daug = Dc;
%===== WEIGHT MATRICES R, Qx, Qw, Qaug = diag{ Qx, Qw }===
disp(' WEIGHT MATRICES R, Qx, Qw, Qaug = diag{Qx, Qw}--> diff
weights on delta-x & w ')
Qx = 0.1*eye(Nx);
Qw = 20000*eye(Ny);
%Qw = 30000*eye(Ny);
Qaug=[ Qx , zeros(Nx,Ny) ;
       zeros(Ny,Nx) , Qw ]
%Qaug = 1e2*eye(Nx+Ny) % nx+ny
%===== R
R = 1*eye(Nu);
%===== my PLAIN LQI = LQR for the Augmented =====
disp(' my PLAIN LQI computation = LQR for the Augmented ')
[Klqr_aug Paug eig_lqr_aug_closed]=lqr(Aaug, Baug, Qaug, R);
eig_lqr_aug_closed
%===== FEEDBACK (LQR) + INTEGRAL + FEEDFORWARD

```

Καταστατικές Εξισώσεις και Σχεδίαση Συστήματος Ελέγχου Ενεργού Ισχύος – Συχνότητας (P-f) σε Σύστημα Ηλεκτρικής Ενέργειας με Μία Περιοχή Ελέγχου

```

Kx = Klqr_aug(1:Nu , 1:Nx);          % FEEDBACK GAIN = the first Nx
columns
Ki = Klqr_aug(1:Nu, Nx+1:Nx+Nu); % INTEGRAL GAIN
%==== SHOW P(=RICCATI) & K (=LQR GAIN)
disp('Paug=') ; disp(Paug)
disp('Kaug=') ; disp(Klqr_aug)
disp('FEEDBACK GAIN Kx=') ; disp(Kx)
disp('INTEGRAL GAIN Ki=') ; disp(Ki)
fprintf('\n\n');
disp('=====')
disp(' **check "Kmatlab_lqi" gain produced via MATLAB lqi **')
disp(' function [K,S,E] = lqi(sys,Q,R,N) control is of the form u =
- K [x; xi] ')
disp('=====')
%[Kmatlab_lqi, Plqi,eig_lqi] = lqi(ctopensys_ss, Qaug, R)
[Kmatlab_lqi, Plqi, eig_lqi] = lqi( ss(Ac, Bc, Cc, Dc) , Qaug, R)
fprintf('\n\n'); disp(' *** Press any key to proceed *** ');
%pause
%==== CLOSED LOOP MATRICES (CT-TRACKING1) -----
Aaugcl= [Ac-Bc*Kx, -Bc*Ki ; %%% ";" CAN BE OMMITTED !!!
Cc, zeros(Ny,Ny) ];
Baugcl= zeros(size(Baug));
Caugcl= [Cc-Dc*Kx , -Dc*Ki ];
Daugcl=0 ;%Daugcl=Dc*Fr ;
%==== OPEN LOOP & CLOSED LOOP EIGS & RESPONSES
fprintf('\n\n\n'); disp('OPEN-LOOP Eigenvalues of A=') ;
disp( eig(Ac)) % OPEN-LOOP Eigenvalues of A=
%==== CL-LOOP EIGENVALUES = eig_lqr_aug_closed = eig(Aaugcl)
fprintf('\n\n\n'); disp('CL-LOOP LQI EIGENVALUES= "eig(Aaugcl)"');
disp( eig(Aaugcl))
eig_lqr_aug_closed
fprintf('\n\n\n')
disp('=====')
disp(' ** Proceed with TF TRANSFER FUNCTION SIMULINK *** ');
disp('=====')
%disp(' Press any key to proceed'); pause
%==== Tsys3_LQI_TF_UNSAT=====
%== COMPUTE & PLOT UNSATURATED Delta f with DPg_MAX = Pr1
%====
DPg_MAX = 2*Pr1
DPg_MIN = -DPg_MAX
Tsys3_LQI_TF_UNSAT = sim('SIMUL03_LTI3_1Area_AGC_LQI_TF',
simul_time_duration ); % LDRI12May16_Two_Control_Areas_OpenLoop
% save(filename,variables) saves only the variables of a structure
array specified by variables.
save('DeltaFreqUNSAT_TF.mat' , 'Df1_tf3_AGC_LQI') %save UNSATURATED
Df1_tf3
save('DeltaPgUNSAT_TF.mat' , 'DPg1_tf3_AGC_LQI') %save UNSATURATED
DPg_tf3
save('Uttotal_UNSAT_TF.mat ' , 'Utot_tf3_AGC_LQI') %
Utot_tf3_AGC_LQI
save('DeltaPcUNSAT_TF.mat' , 'DPc1_tf3_AGC_LQI') % UNSATURATED
DPc1_tf3_AGC_SP3
DPg_MAX = DPg_MAX_Saturator
DPg_MIN = -DPg_MAX %DPg_MIN = -DPg_MAX has to be like that so that
DPg can hanle negative loads (=reduction)
Tsys3_LQI_TF_SAT = sim('SIMUL03_LTI3_1Area_AGC_LQI_TF',
simul_time_duration );
save('DeltaFreqSAT_TF.mat' , 'Df1_tf3_AGC_LQI') % save UNSATURATED
Df1_tf3

```

Καταστατικές Εξισώσεις και Σχεδίαση Συστήματος Ελέγχου Ενεργού Ισχύος – Συχνότητας (P-f) σε Σύστημα Ηλεκτρικής Ενέργειας με Μία Περιοχή Ελέγχου

```

save('DeltaPgSAT_TF.mat' , 'DPg1_tf3_AGC_LQI') % save UNSATURATED
DPg_tf3
save('Utotal_SAT_TF.mat ' , 'Utot_tf3_AGC_LQI') % Utot_tf3_AGC_LQI
save('DeltaPcSAT_TF.mat' , 'DPc1_tf3_AGC_LQI') % DPc1_tf3_AGC_SP3
%=====
%= READ & PLOT UNSATURATED/SATURATED Delta f
%=====
disp('READ & PLOT UNSATURATED Df1_tf3 from saved file
"DeltaFreqUNSAT" ')
load DeltaFreqUNSAT_TF
%===== PLOT UNSATURATED Delta f & hold on
figure(fig); fig=fig+1;
plot(Tsys3_LQI_TF_UNSAT, Df1_tf3_AGC_LQI, 'r', 'linewidth', 2);
grid on
hold on
%===== READ & PLOT SATURATED Delta f
disp('READ & PLOT SATURATED Df1_tf3 from saved file "DeltaFreqSAT"
')
load DeltaFreqSAT_TF
%===== PLOT SATURATED Delta f
plot(Tsys3_LQI_TF_SAT, Df1_tf3_AGC_LQI, 'b--' , 'linewidth', 2);
title('$\Delta f$~[Hz] Single-Area ',
'Interpreter','latex','FontName','Times New Roman','fontsize',12)
ylabel('$\Delta f$', 'Interpreter','latex','FontName','Times New
Roman','fontsize', 12);
xlabel('Time [s]' , 'Interpreter','latex', 'FontName', 'Times New
Roman','fontsize',12')
%===
hh=legend( '$\Delta f$' , '$\Delta f_{sat}$' , 12) % hh=legend(
'$\Delta P_{G3}$','$\Delta x_{E}$' , 12)
set(hh,'Interpreter','latex','FontName','Times New
Roman','fontsize',12)
%===
hold off
print -depsc DeltaFreq_LTI3_1Area_CTSSFI_AGC_SAT_UNSAT_TF
%=====
%== READ & PLOT UNSATURATED/SATURATED Delta P_{G} Delta Pg
%=====
%===== READ & PLOT UNSATURATED x_{2} = \Delta P_{G} =
DPg_tf3_AGC_I
figure(fig); fig=fig+1;
disp('READ & PLOT UNSATURATED DPg_tf3 from saved file DeltaFreqUNSAT
')
load DeltaPgUNSAT_TF
%===== PLOT UNSATURATED Delta f
plot(Tsys3_LQI_TF_UNSAT, DPg1_tf3_AGC_LQI, 'r', 'linewidth', 2);
grid on
hold on
disp('READ & PLOT "SATURATED DPg_tf3" DATA from saved file
"DeltaPgSAT_TF" ')
load DeltaPgSAT_TF
%===== PLOT SATURATED Delta Pg
plot(Tsys3_LQI_TF_SAT, DPg1_tf3_AGC_LQI, 'b--' , 'linewidth', 2);
title('$\Delta P_{G}$~[MW] ', 'Interpreter','latex','FontName',
'Times New Roman','fontsize',12)
ylabel('$\Delta P_{G}$~[MW]', 'Interpreter','latex','FontName',
'Times New Roman','fontsize', 12);
xlabel('Time [s]' , 'Interpreter','latex', 'FontName', 'Times New
Roman','fontsize',12')

```

```

hh=legend( '$\Delta P_{G}$' , '$sat(\Delta P_{G})$' , 12) %
hh=legend( '$\Delta P_{G3}$','$\Delta x_{E}$' , 12)
set(hh,'Interpreter','latex','FontName','Times New
Roman','fontsize',12)
%===
hold off
print -depsc          DeltaPG_LTI3_1Area_LQI_AGC_SAT_UNSAT_TF
figure(fig); fig=fig+1;
disp('READ & PLOT UNSATURATED Utotal  from saved file Utotal_UNSAT_TF
')
load Utotal_UNSAT_TF
%===== PLOT UNSATURATED Delta Pc
plot(Tsys3_LQI_TF_UNSAT, Utot_tf3_AGC_LQI, 'r', 'linewidth', 2);
grid on
hold on
disp('READ & PLOT SATURATED Utotal  from saved file Utotal_SAT_TF ')
load Utotal_SAT_TF
%===== PLOT SATURATED
plot(Tsys3_LQI_TF_SAT, Utot_tf3_AGC_LQI, 'b--' , 'linewidth', 2);
title('$U_{c}$~[MW] ', 'Interpreter','latex','FontName', 'Times New
Roman','fontsize',12)
% ylabel('$\Delta P_{c}$','Interpreter','latex','FontName', 'Times
New Roman','fontsize', 12);
ylabel('$U_{c}$~[MW]','Interpreter','latex','FontName', 'Times New
Roman','fontsize', 12);
xlabel('Time [s] ', 'Interpreter','latex', 'FontName', 'Times New
Roman','fontsize',12')
hh=legend( '$ U_{c}$' , '$sat( U_{c})$' , 12) % hh=legend( '$\Delta
P_{G3}$','$\Delta x_{E}$' , 12)
set(hh,'Interpreter','latex','FontName', 'Times New
Roman','fontsize',12)
hold off
% print -djpeg -r600 .....
print -depsc      DeltaUc_LTI3_1Area_LQI_AGC_SAT_UNSAT_TF
%=====
%= READ & PLOT UNSATURATED/SATURATED Delta P_{c}  Delta Pg
%=====
figure(fig); fig=fig+1;
disp('READ & PLOT UNSATURATED DPc_tf3  from saved file DeltaPcUNSAT
')
load DeltaPcUNSAT_TF
%===== PLOT UNSATURATED Delta Pc
plot(Tsys3_LQI_TF_UNSAT, DPc1_tf3_AGC_LQI, 'r', 'linewidth', 2);
grid on
hold on
disp('READ & PLOT "SATURATED DPg_tf3" DATA  from saved file
"DeltaPcSAT_TF" ')
load DeltaPcSAT_TF
plot(Tsys3_LQI_TF_SAT, DPc1_tf3_AGC_LQI, 'b--' , 'linewidth', 2);
ylabel('$\Delta P_{c}$','Interpreter','latex','FontName', 'Times New
Roman','fontsize', 12);
xlabel('Time [s] ', 'Interpreter','latex', 'FontName', 'Times New
Roman','fontsize',12')
hh=legend( '$\Delta P_{c}$' , '$sat(\Delta P_{c})$' , 12)
set(hh,'Interpreter','latex','FontName', 'Times New
Roman','fontsize',12)
hold off
disp('!!!! break !!!  before doing the MFUNC ')
break

```

## Βιβλιογραφία

- [01] Ν. Βοβός, Γ. Γιανακόπουλος, «Ελεγχος και Ευστάθεια Συστημάτων Ηλεκτρικής Ενέργειας», εκδόσεις Ζήτη, 2008
- [02] Ν. Βοβός, Γ. Γιανακόπουλος, «Εισαγωγή στα Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας», εκδόσεις Ζήτη, 2008
- [03] Π. Μαλατέστας, «Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας», εκδόσεις Τζιόλα, 2014
- [04] Σ. Πακτίτης, «Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου», εκδόσεις ΙΩΝ, 2<sup>η</sup> έκδοση, 1987
- [05] Π. Μαλατέστας, «Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου», εκδόσεις Τζιόλα, 2015
- [06] R. Dorf, R. Bishop, «Σύγχρονα Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου», εκδόσεις Τζιόλα, 11<sup>η</sup> έκδοση, 2013
- [07] Ε. Κοντουράς, Α. Τζες, «Μοντελοποίηση Δικτύων Ηλεκτρικής Ενέργειας Ρύθμιση Ενεργού Ισχύος Συχνότητας», Τεχνική Αναφορά, Πανεπιστήμιο Πατρών
- [08] Κ. Παπαδάκης, «Εφαρμοσμένα Μαθηματικά & Mathematica», εκδόσεις Τζιόλα, 2013
- [09] P. Kundur,, «Power System Stability and Control»
- [010] A. Wood, B. Wollenberg, G. Sheble, «Power Generation, Operation and Control», Wiley, 3<sup>rd</sup> edition, 2014
- [011] D. Glover, M. Sarma, Th. Overbye, «Power System Analysis and Design», Cengage Learning, 5<sup>th</sup> edition, 2012
- [012] J. Chiasson, «Modeling and High – Performance Control of Electric Machines», Wiley – Interscience, 2005
- [013] H. Bevrani, T. Hiyama, «Intelligent Automatic Generation Control», CRC Press, 2011
- [014] H. Bevrani, M. Watanabe, Y. Mitani, «Power System Monitoring and Control», Wiley, 2014
- [015] H. Bevrani, «Robust Power System Frequency Control», Springer, 2<sup>nd</sup> edition, 2014
- [016] L. Dritsas, «Synopsis of Regulation and Set-Point Control Algorithms in Continuous and Discrete Time», May 2011
- [017] Ε. Κοντουράς, Α. Τζες, Λ. Δρίτσας, «Adversarial Control Scheme for a Single-Area Power Plant»
- [018] O. Elgerd, Ch. Fosha, «Optimum Megawatt – Frequency Control of Multiarea Electric Energy Systems», IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, April 1970
- [019] Ch. Fosha, O. Elgerd, «The Megawatt – Frequency Control Problem: a new Approach via Optimal Control Theory», IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, April 1970
- [020] <https://opencourses.auth.gr/modules/document/file.php/OCRS189> (ανάκτηση 06/01/2017, 14:00)