

$$F(A,B,C,D)=A' \cdot D'+A \cdot D+B' \cdot C+B \cdot C' \rightarrow \text{ΑΘΡΟΙΣΜΑ ΓΙΝΟΜΕΝΩΝ}$$

$$A' \cdot D'=A' \cdot (B'+B) \cdot (C'+C) \cdot D'=A' \cdot B' \cdot C' \cdot D'+A' \cdot B' \cdot C \cdot D'+A' \cdot B \cdot C' \cdot D'+A' \cdot B \cdot C \cdot D'=m_0+m_2+m_4+m_6$$

$$A \cdot D=A \cdot (B'+B) \cdot (C'+C) \cdot D=A \cdot B' \cdot C' \cdot D+A \cdot B' \cdot C \cdot D+A \cdot B \cdot C' \cdot D+A \cdot B \cdot C \cdot D=m_9+m_{11}+m_{13}+m_{15}$$

$$B' \cdot C=(A'+A) \cdot B' \cdot C \cdot (D'+D)=A' \cdot B' \cdot C \cdot D'+A' \cdot B' \cdot C \cdot D+A \cdot B' \cdot C \cdot D'+A \cdot B' \cdot C \cdot D=m_2+m_3+m_{10}+m_{11}$$

$$B \cdot C'=(A'+A) \cdot B \cdot C' \cdot (D'+D)=A' \cdot B \cdot C' \cdot D'+A' \cdot B \cdot C' \cdot D+A \cdot B \cdot C' \cdot D'+A \cdot B \cdot C' \cdot D=m_4+m_5+m_{12}+m_{13}$$

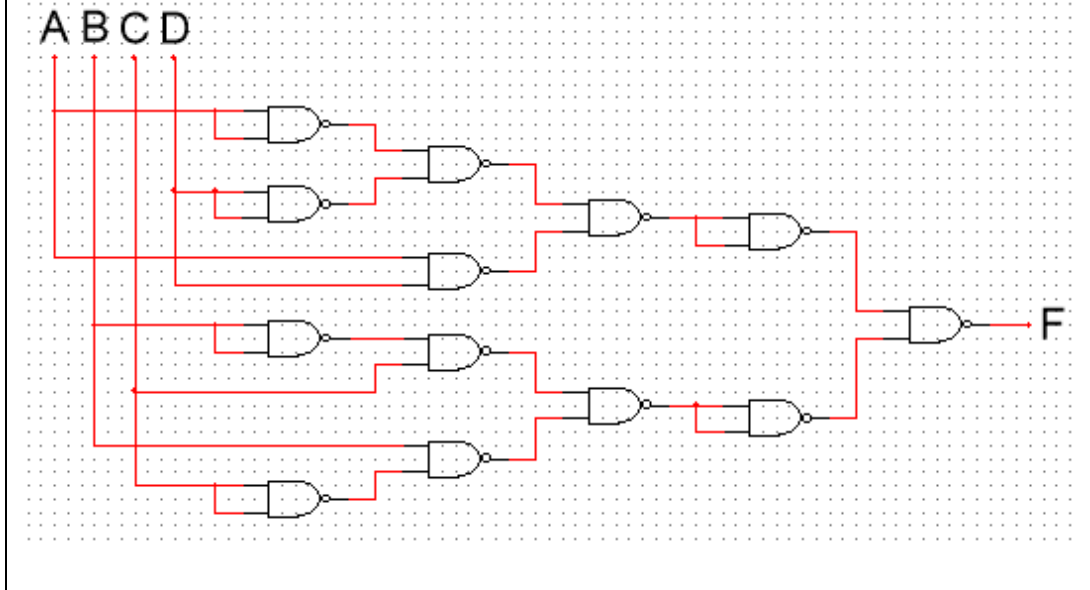
$$F(A,B,C,D)=A' \cdot D'+A \cdot D+B' \cdot C+B \cdot C' = m_0+m_2+m_3+m_4+m_5+m_6+m_9+m_{10}+m_{11}+m_{12}+m_{13}+m_{15} = A' \cdot B' \cdot C' \cdot D'+A' \cdot B' \cdot C \cdot D'+A' \cdot B' \cdot C \cdot D+A' \cdot B \cdot C' \cdot D'+A' \cdot B \cdot C' \cdot D + A' \cdot B \cdot C \cdot D'+A \cdot B' \cdot C' \cdot D+A \cdot B' \cdot C \cdot D'+A \cdot B' \cdot C \cdot D+A \cdot B \cdot C' \cdot D'+ A \cdot B \cdot C' \cdot D+A \cdot B \cdot C \cdot D = \sum m(0,2,3,4,5,6,9,10,11,12,13,15) \rightarrow \rightarrow \text{ΑΘΡΟΙΣΜΑ ΕΛΑΧΙΣΤΟΡΩΝ ΜΕ ΤΡΕΙΣ ΜΟΡΦΕΣ}$$

$$F(A,B,C,D)=A' \cdot D'+A \cdot D+B' \cdot C+B \cdot C' = M_1 \cdot M_7 \cdot M_8 \cdot M_{14} = \prod M(1,7,8,14) = (A+B+C+D') \cdot (A+B'+C'+D') \cdot (A'+B+C+D) \cdot (A'+B'+C'+D) \rightarrow \rightarrow \text{ΓΙΝΟΜΕΝΟ ΜΕΓΙΣΤΟΡΩΝ ΜΕ ΤΡΕΙΣ ΜΟΡΦΕΣ}$$

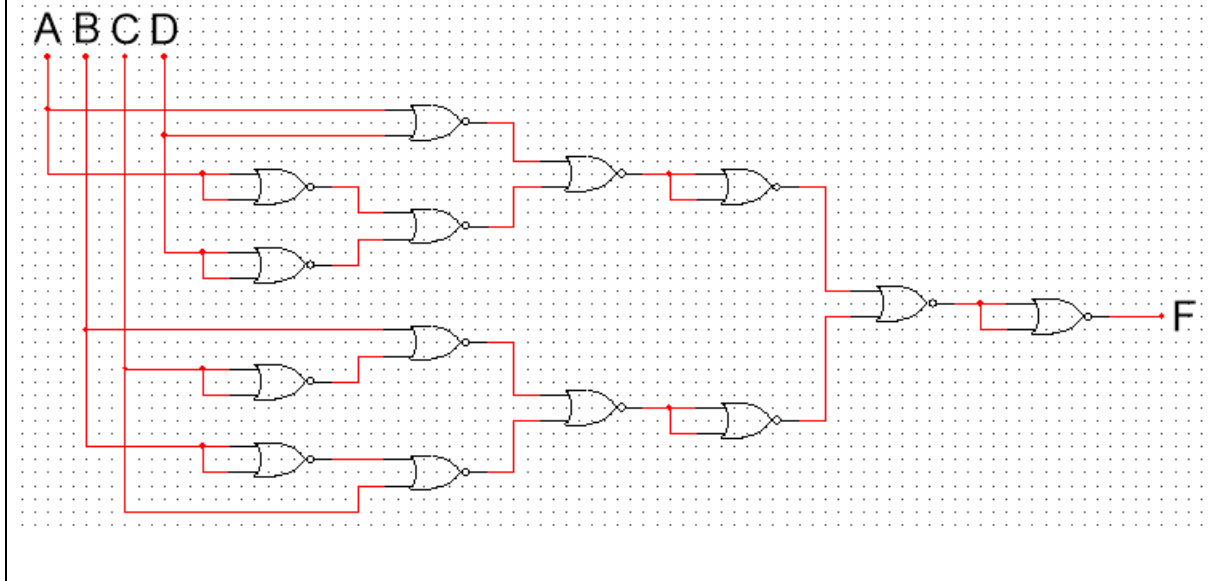
		CD						CD						CD			
AB	00	01	11	10	AB	00	01	11	10	AB	00	01	11	10			
00	1	0	1	1	00	1			1	00							
01	1	1	0	1	01	1			1	01							
11	1	1	1	0	11					11		1	1				
10	0	1	1	1	10					10		1	1				
F = A'·D' + A·D + B'·C + B·C'					A'·D'					A·D							

		CD						CD			
AB	00	01	11	10	AB	00	01	11	10		
00			1	1	00						
01					01	1	1				
11					11	1	1				
10			1	1	10						
B'·C					B·C'						

ΑΘΡΟΙΣΜΑ ΓΙΝΟΜΕΝΩΝ  
ΜΕ ΠΥΛΕΣ NAND ΔΥΟ ΕΙΣΟΔΩΝ  
 $F(A,B,C,D)=A' \cdot D' + A \cdot D + B' \cdot C + B \cdot C'$   
GATES=13 , LEVELS=5 , DELAY=50nS

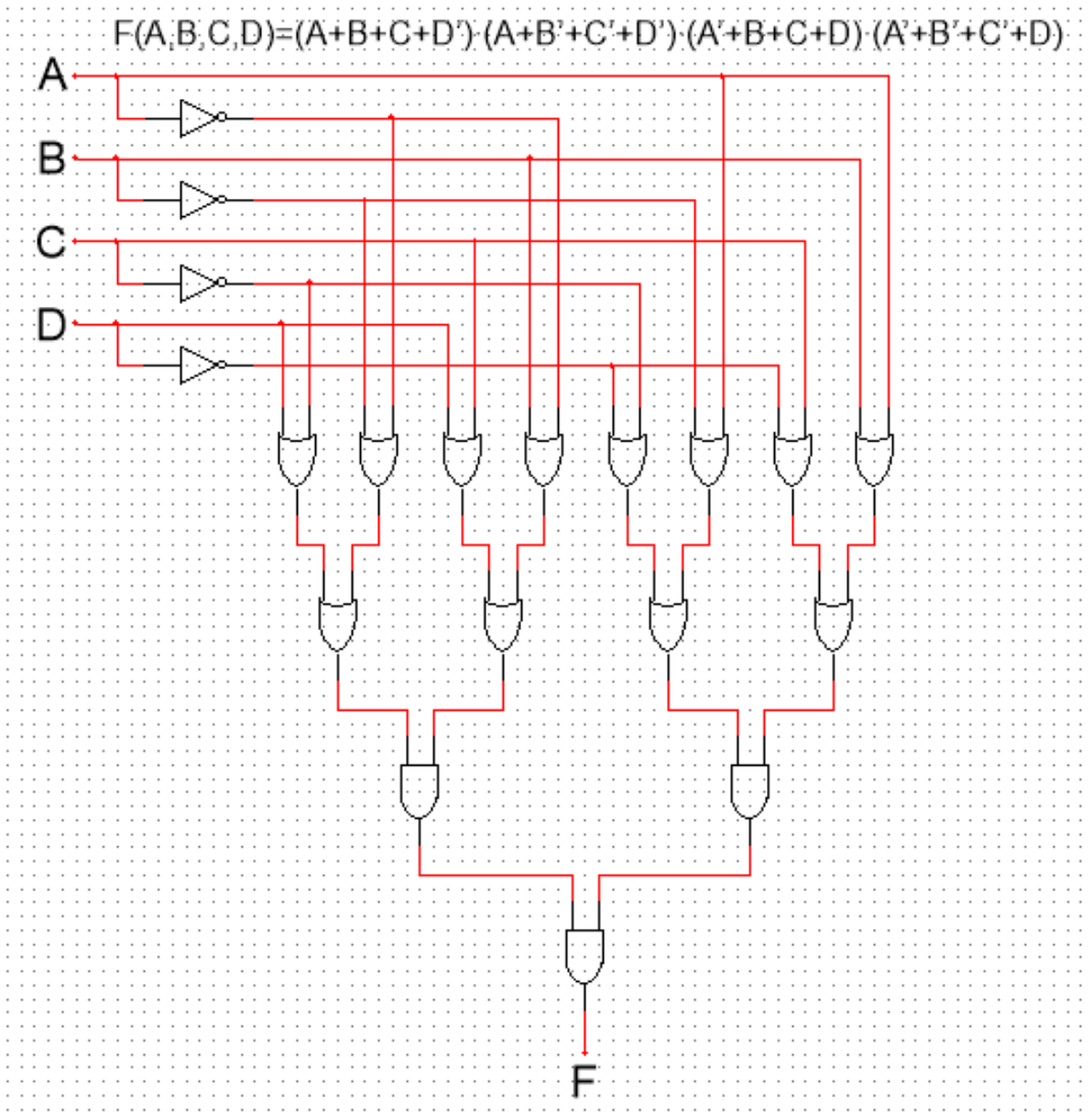


ΑΘΡΟΙΣΜΑ ΓΙΝΟΜΕΝΩΝ  
ΜΕ ΠΥΛΕΣ NOR ΔΥΟ ΕΙΣΟΔΩΝ  
 $F(A,B,C,D)=A' \cdot D' + A \cdot D + B' \cdot C + B \cdot C'$   
GATES=14 , LEVELS=6 , DELAY=60nS



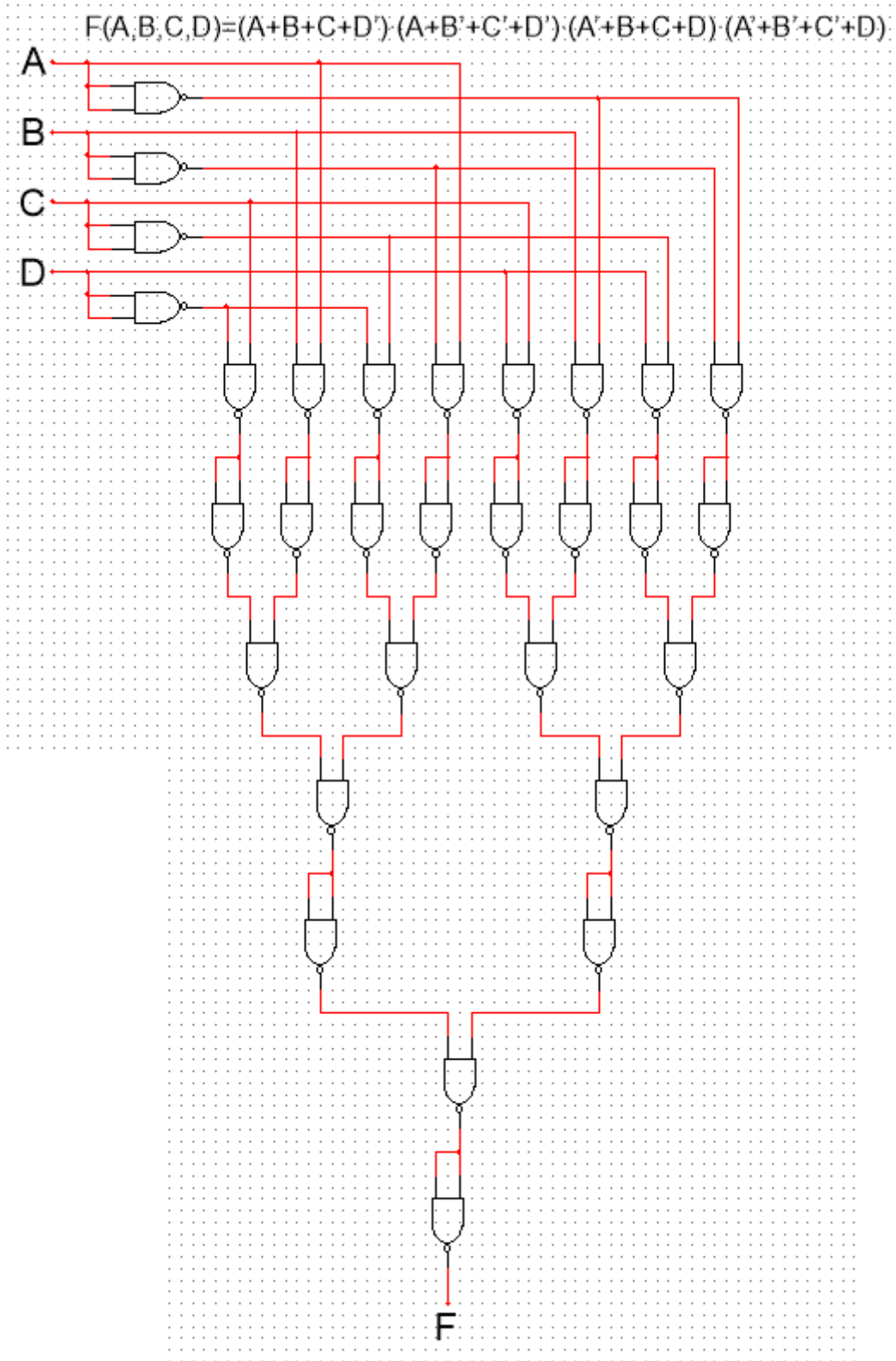
ΓΙΝΟΜΕΝΟ ΑΘΡΟΙΣΜΑΤΩΝ  
ΜΕ ΠΥΛΕΣ AND-OR-NOT ΔΥΟ ΕΙΣΟΔΩΝ

$F(A,B,C,D)=(A+B+C+D') \cdot (A+B'+C'+D') \cdot (A'+B+C+D) \cdot (A'+B'+C'+D)$   
GATES=19 , LEVELS=5 , DELAY=50nS



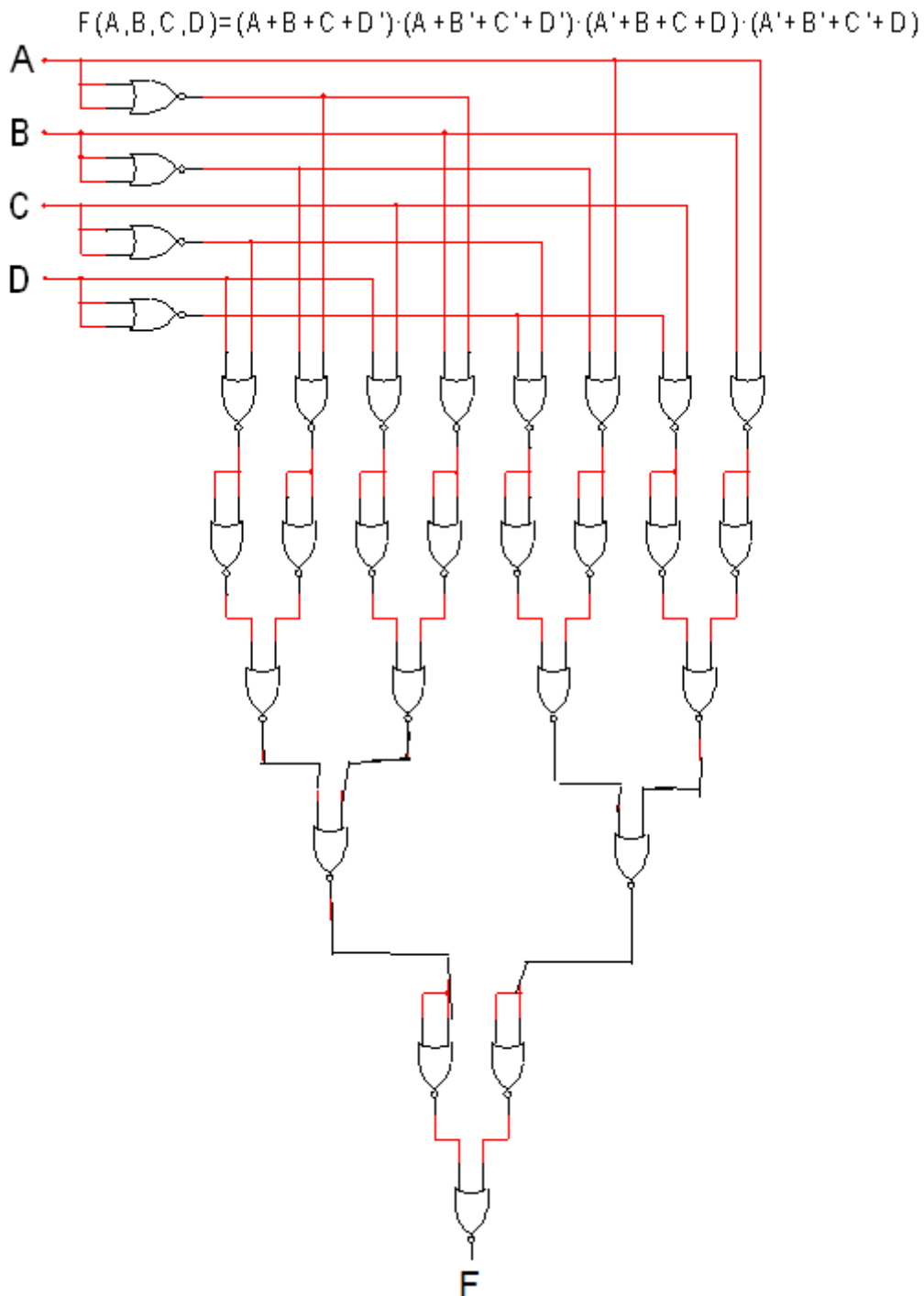
ΓΙΝΟΜΕΝΟ ΑΘΡΟΙΣΜΑΤΩΝ  
ΜΕ ΠΥΛΕΣ NAND ΔΥΟ ΕΙΣΟΔΩΝ

$F(A,B,C,D)=(A+B+C+D') \cdot (A+B'+C'+D') \cdot (A'+B+C+D) \cdot (A'+B'+C'+D)$   
GATES=30 , LEVELS=8 , DELAY=80nS



**ΓΙΝΟΜΕΝΟ ΑΘΡΟΙΣΜΑΤΩΝ  
ΜΕ ΠΥΛΕΣ NOR ΔΥΟ ΕΙΣΟΔΩΝ**

**$F(A,B,C,D)=(A+B+C+D') \cdot (A+B'+C'+D') \cdot (A'+B+C+D) \cdot (A'+B'+C'+D)$**   
**GATES=29 , LEVELS=7 , DELAY=70nS**



$$F(A,B,C,D)=(A+B+D') \cdot (A+B'+D) \cdot (A'+B'+D') \cdot (A'+B+D) \rightarrow$$

$$\rightarrow \text{ΓΙΝΟΜΕΝΟ ΑΘΡΟΙΣΜΑΤΩΝ}$$

$$A+B+D'=A+B+C' \cdot C+D'=(A+B+C+D') \cdot (A+B+C'+D')=M_1 \cdot M_3$$

$$A+B'+D=A+B'+C' \cdot C+D=(A+B'+C+D) \cdot (A+B'+C'+D)=M_4 \cdot M_6$$

$$A'+B'+D'=A'+B'+C' \cdot C+D'=(A'+B'+C+D') \cdot (A'+B'+C'+D')=M_{13} \cdot M_{15}$$

$$A'+B+D=A'+B+C' \cdot C+D=(A'+B+C+D) \cdot (A'+B+C'+D)=M_8 \cdot M_{10}$$

$$F(A,B,C,D)=(A+B+D') \cdot (A+B'+D) \cdot (A'+B'+D') \cdot (A'+B+D)=$$

$$= M_1 \cdot M_3 \cdot M_4 \cdot M_6 \cdot M_8 \cdot M_{10} \cdot M_{13} \cdot M_{15}=$$

$$=(A+B+C+D') \cdot (A+B+C'+D') \cdot (A+B'+C+D) \cdot (A+B'+C'+D) \cdot$$

$$\cdot (A'+B+C+D) \cdot (A'+B+C'+D) \cdot (A'+B'+C+D') \cdot (A'+B'+C'+D')=$$

$$= \prod M(1,3,4,6,8,10,13,15) \rightarrow$$

$$\rightarrow \text{ΓΙΝΟΜΕΝΟ ΜΕΓΙΣΤΟΡΩΝ ΜΕ ΤΡΕΙΣ ΜΟΡΦΕΣ}$$

$$F(A,B,C,D)=(A+B+D') \cdot (A+B'+D) \cdot (A'+B'+D') \cdot (A'+B+D)=$$

$$= m_0+m_2+m_5+m_7+m_9+m_{11}+m_{12}+m_{14}=$$

$$= A' \cdot B' \cdot C' \cdot D' + A' \cdot B' \cdot C \cdot D' + A' \cdot B \cdot C' \cdot D + A' \cdot B \cdot C \cdot D + A \cdot B' \cdot C' \cdot D +$$

$$+ A \cdot B' \cdot C \cdot D + A \cdot B \cdot C' \cdot D' + A \cdot B \cdot C \cdot D' =$$

$$= \sum m(0,2,5,7,9,11,12,14) \rightarrow$$

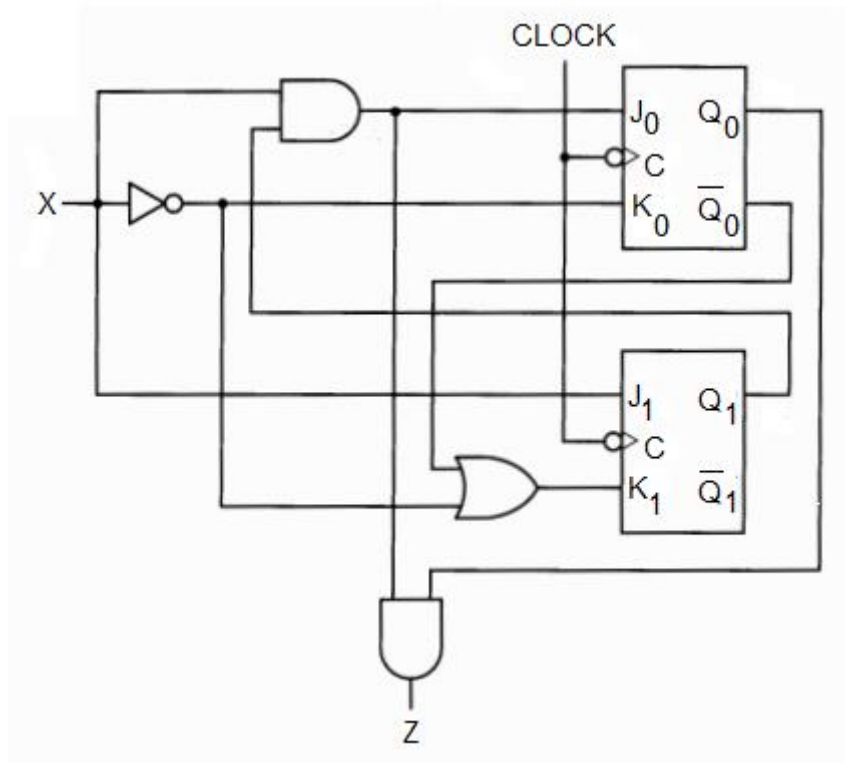
$$\rightarrow \text{ΑΘΡΟΙΣΜΑ ΕΛΑΧΙΣΤΟΡΩΝ ΜΕ ΤΡΕΙΣ ΜΟΡΦΕΣ}$$

$$F(A,B,C,D)=A' \cdot B' \cdot D' + A' \cdot B \cdot D + A \cdot B \cdot D' + A \cdot B' \cdot D \rightarrow$$

$$\rightarrow \text{ΑΘΡΟΙΣΜΑ ΓΙΝΟΜΕΝΩΝ}$$

	C D			
A B	00	01	11	10
00	1			1
01		1	1	
11	1			1
10		1	1	
$F(A,B,C,D)=A' \cdot B' \cdot D' + A' \cdot B \cdot D +$ $+ A \cdot B \cdot D' + A \cdot B' \cdot D \rightarrow$ $\rightarrow \text{ΑΘΡΟΙΣΜΑ ΓΙΝΟΜΕΝΩΝ}$				

	C D			
A B	00	01	11	10
00		0	0	
01	0			0
11		0	0	
10	0			0
$F(A,B,C,D)=(A+B+D') \cdot (A+B'+D) \cdot$ $\cdot (A'+B'+D') \cdot (A'+B+D) \rightarrow$ $\rightarrow \text{ΓΙΝΟΜΕΝΟ ΑΘΡΟΙΣΜΑΤΩΝ}$				



**ΠΙΝΑΚΑΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ - ΔΙΕΓΕΡΣΗΣ**

ΠΑΡΟΥΣΑ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ		ΕΙΣΟΔΟΣ	ΕΙΣΟΔΟΙ FLIP-FLOP		ΕΠΟΜΕΝΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ		ΕΞΟΔΟΣ		
Q <sub>1</sub> (t)	Q <sub>0</sub> (t)	X(t)	J <sub>1</sub>	K <sub>1</sub>	J <sub>0</sub>	K <sub>0</sub>	Q <sub>1</sub> (t+1)	Q <sub>0</sub> (t+1)	Z(t)
0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
0	0	1	1	1	0	0	1	0	0
0	1	0	0	1	0	1	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	1	1	0
1	0	0	0	1	0	1	0	0	0
1	0	1	1	1	1	0	0	1	0
1	1	0	0	1	0	1	0	0	0
1	1	1	1	0	1	0	1	1	1

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΔΙΕΓΕΡΣΗΣ:  $J_0=Q_1 \cdot X$  ,  $K_0=X'$  ,  $J_1=X$  ,  $K_1=Q_0'+X'=(Q_0 \cdot X)'$

ΕΞΙΣΩΣΗ ΕΞΟΔΟΥ:  $Z=Q_1 \cdot Q_0 \cdot X$

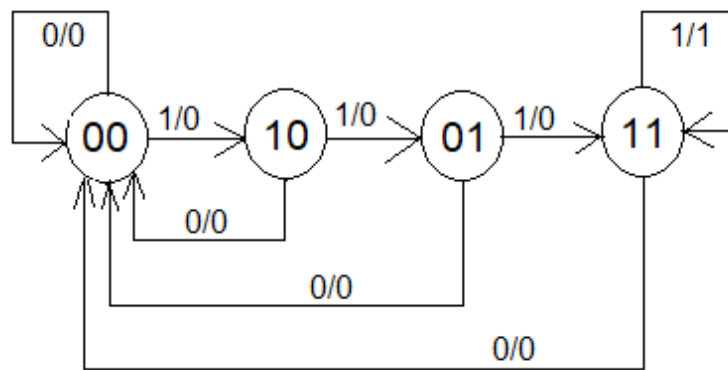
ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΕΠΟΜΕΝΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ:

$$Q_0(t+1)=J_0 \cdot Q_0' + K_0' \cdot Q_0 = Q_1 \cdot Q_0' \cdot X + Q_0 \cdot X$$

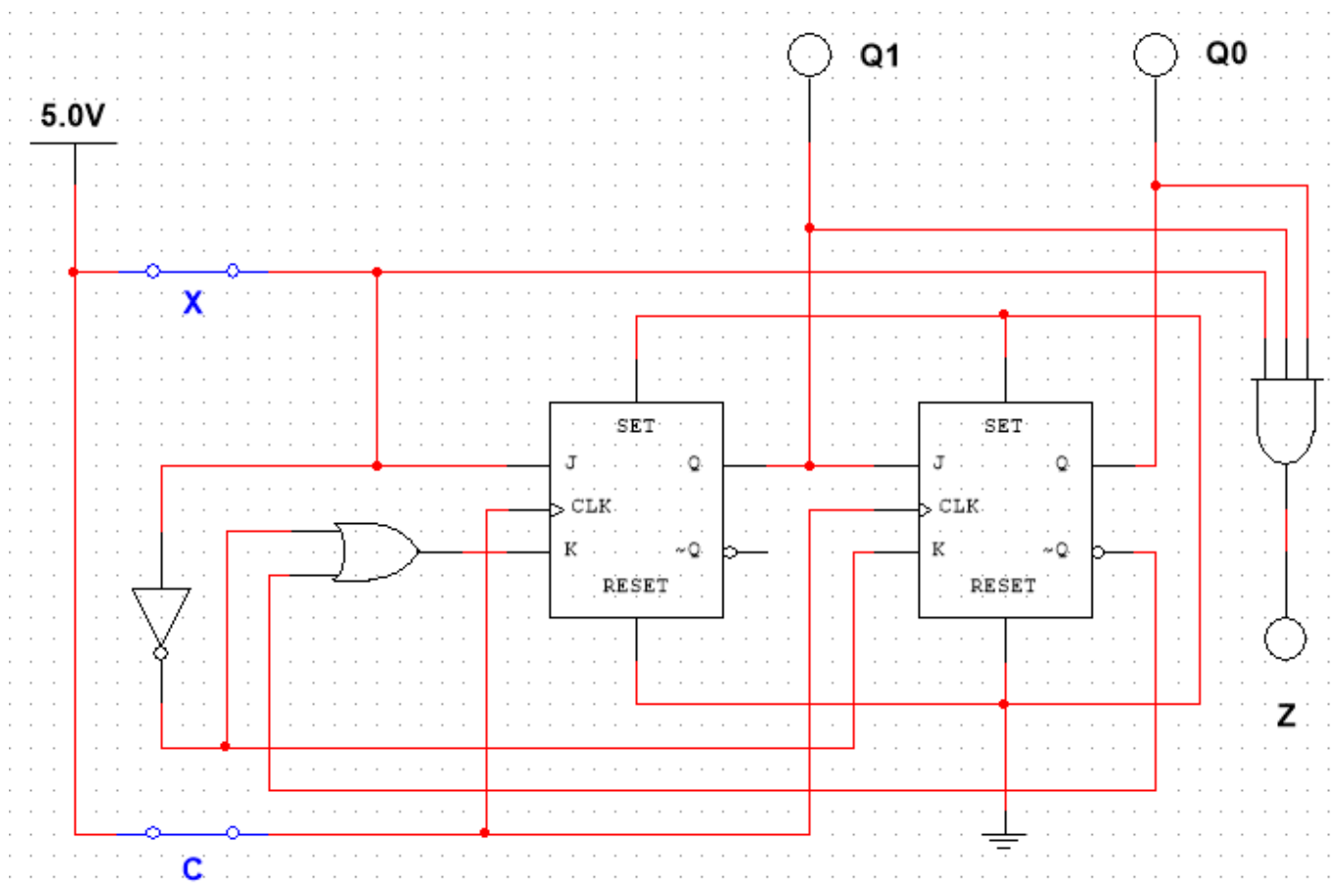
$$Q_1(t+1)=J_1 \cdot Q_1' + K_1' \cdot Q_1 = Q_1' \cdot X + (Q_0' + X') \cdot Q_1 = Q_1' \cdot X + Q_1 \cdot Q_0 \cdot X$$

	$Q_0 \cdot X$					$Q_0 \cdot X$			
$Q_1$	00	01	11	10	$Q_1$	00	01	11	10
0			1		0		1	1	
1		1	1		1			1	
$Q_0(t+1) = Q_1 \cdot X + Q_0 \cdot X$					$Q_1(t+1) = Q_1' \cdot X + Q_0 \cdot X$				

ΑΠΛΟΠΟΙΗΜΕΝΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ



ΤΟ ΚΥΚΛΩΜΑ ΣΤΟ MULTISIM