ΗΛΕΚΤΡΟΤΕΧΝΙΑ

Αφορά την μελέτη των ηλεκτρικών κυκλωμάτων

-είναι βασικό μάθημα για τους ηλεκτρολόγους και τους ηλεκτρονικούς

-συνδέεται με τα μαθήματα που αφορούν:

Τα ηλεκτρικά κυκλώματα

Τις ηλεκτρικές μηχανές

Τις ηλεκτρικές εγκαταστάσεις

Βασικά ηλεκτρικά μεγέθη

❑ **Φορτίο:** Είναι θεμελειώδες μέγεθος και η ύπαρξή του προκαλεί τη δημιουργία πεδίων που ονομάζονται *ηλεκτρομαγνητικά πεδία*. Η εισαγωγή άλλων φορτίων μέσα σε Η/Μ πεδία, έχει σαν αποτέλεσμα την επιβολή δυνάμεων(ελκτικών ή απωστικών) πάνω στα φορτία αυτά, οι οποίες ονομάζονται *ηλεκτρομαγνητικές δυνάμεις*.

Μονάδα του ηλεκτρικού φορτίου είναι το Coulomb (Cb) και μπορεί να ορισθεί ως το φορτίο που μεταφέρεται σε χρόνο 1 (s) από ηλεκτρικό ρεύμα 1(A) ($1Cb = 1A \cdot s$).

Η μικρότερη γνωστή ποσότητα ηλεκτρικού φορτίου είναι το φορτίο του ηλεκτρονίου, $q_e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}\,(Cb)$.

❑ **Ρεύμα:** Είναι η προσανατολισμένη κίνηση ηλεκτρικών φορτίων. Εάν σ' έναν αγωγό σταθερής διατομής μεταφέρεται φορτίο q από κάποιο σημείο του αγωγού σ' ένα άλλο, ονομάζουμε ηλεκτρικό ρεύμα το μεταφερόμενο φορτίο στη μονάδα του χρόνου, δηλαδή

$$i = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt} \qquad (1.1)$$

Μονάδα του ηλεκτρικού ρεύματος είναι το Ampere ($1A = 1\frac{Cb}{s}$).

❑ **Τάση (διαφορά δυναμικού):** Είναι το έργο που παράγεται ή καταναλίσκεται κατά τη μετακίνηση ενός φορτίου q από ένα σημείο A σ' ένα σημείο B του ηλεκτρικού πεδίου προς το φορτίο q, δηλαδή

$$\Delta v = v_A - v_B = \frac{w_{A \to B}}{q} \qquad (1.2)$$

Ηλεκτρική ισχύς

p(t)=v(t)i(t)

Μονάδα της ηλεκτρικής ισχύος είναι το Watt

❑ **Ενέργεια:** Επειδή η ισχύς p είναι η ανά μονάδα χρόνου μεταφ
ενέργεια, θα ισχύει

$$w = \int_{t_1}^{t_2} p \cdot dt$$

όπου w είναι η ενέργεια που μεταφέρεται στο χρονικό διάστημα $[t_1, t_2]$.

Μονάδα ενέργειας είναι το Joule ($1J = 1V \cdot Cb$).

❑ **Μαγνητική ροή:** Είναι το γινόμενο της μαγνητικής επαγωγής Β ε
γνητικού πεδίου επί το εμβαδόν S μιας επιφάνειας κάθετα τοποθετημέν
δυναμικές γραμμές του πεδίου, δηλαδή

$$\Phi = B \cdot S$$

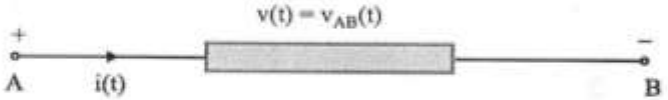
Μονάδα της μαγνητικής ροής είναι το Weber ($1Wb = 1V \cdot s$).

Πίνακας βασικών ηλεκτρικών ποσοτήτων

ΟΝΟΜΑ	ΣΥΜΒΟΛΟ	ΜΟΝΑΔΑ ΣΤΟ S.I.	ΣΥΝΤΜΗ
Φορτίο	q	Coulomb = A · s	Cb
Ρεύμα	i	Ambere	A
Τάση	v	Volt	V
Ισχύς	p	Watt = V · A	W
Ενέργεια	w	Joule = V · Cb	J
Μαγνητική ροή	Φ	Weber = V · s	Wb

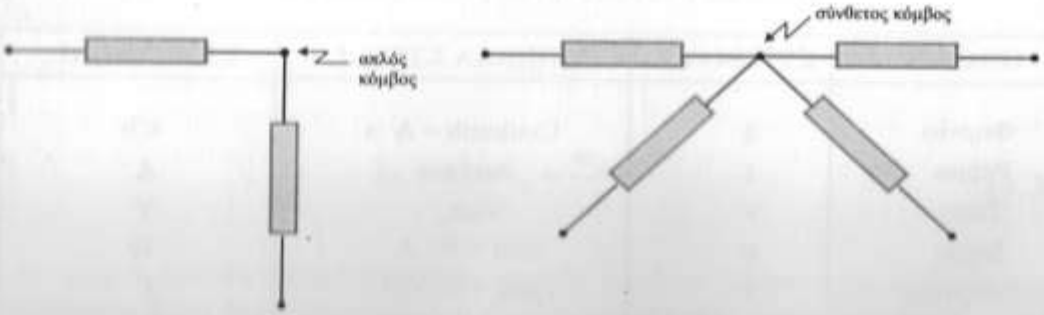
Τα κυκλώματα είναι γράφοι αποτελούμενοι από κόμβους και κλάδους

❑ **Κλάδος:** Είναι οποιαδήποτε ομάδα συνδεδεμένων στοιχείων που σχηματίζουν ένα σύνολο δύο ακροδεκτών, "μια γραμμή" στην οποίαν ορίζονται οι συναρτήσεις v(t) και i(t).

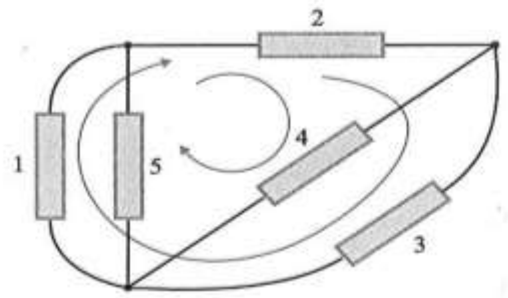


Σχήμα 1.1. Καθορισμός κλάδου

❑ **Κόμβος:** Είναι ο κοινός ακροδέκτης (ή σημείο) δύο ή περισσότερων κλάδων. Διακρίνονται σε απλούς και σύνθετους κόμβους.



Βρόχοι εντός των κυκλωμάτων



Βρόχος 245: απλός
Βρόχος 231: όχι απλός

Σχήμα 1.3. Καθορισμός βρόχου

Πολικότητα αναφοράς τάσης

$$V_{AB} \geq 0 \Rightarrow V_A \geq V_B$$

Φορά αναφοράς ρεύματος

Επιλέγεται αυθαίρετα

Φορά αναφοράς βρόχου

Ωρολογιακή ή αντιωρολογιακή

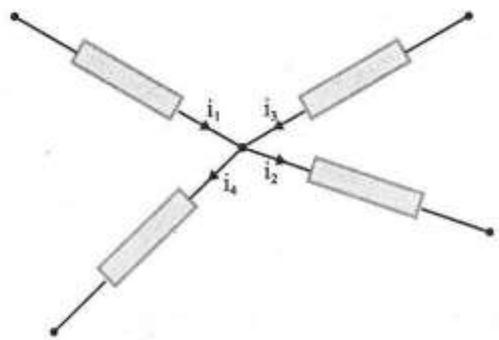
❑ **Νόμος ρευμάτων Kirchhoff (N.P.K)**: Το αλγεβρικό άθροισμα όλων των ρευμάτων σε κάθε κόμβο του κυκλώματος ισούται με μηδέν, δηλαδή

$$\sum_{\kappa=1}^{n} i_\kappa = 0 \qquad (1.6)$$

Το ρεύμα i_k λαμβάνεται με πρόσημο (+) εάν απομακρύνεται από τον κόμβο, διαφορετικά λαμβάνεται με πρόσημο (−).

Έτσι, ο N.P.K για τον κόμβο του σχ. 1.5 παίρνει τη μορφή

$$\sum_{\kappa=1}^{4} i_\kappa = 0 \Rightarrow -i_1 + i_2 - i_3 + i_4 = 0$$



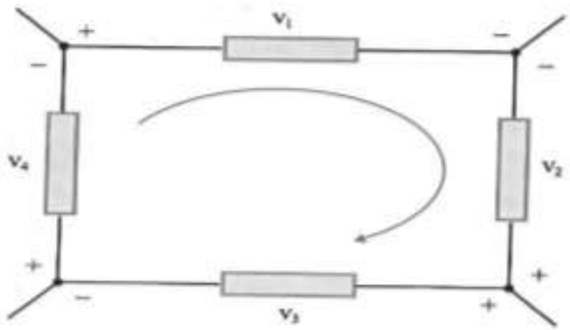
Σχήμα 1.5. Εφαρμογή του N.P.K

❑ **Νόμος τάσεων Kirchhoff (Ν.Τ.Κ)**: Το αλγεβρικό άθροισμα όλων των τάσεων σε κάθε βρόχο του κυκλώματος ισούται με μηδέν, δηλαδή

$$\boldsymbol{\sum_{0}^{n} v_i = 0}$$

Για τους n κλάδους του βρόχου

$$\sum_{\kappa=1}^{4} v_\kappa = 0 \Rightarrow v_1 - v_2 + v_3 + v_4 = 0$$



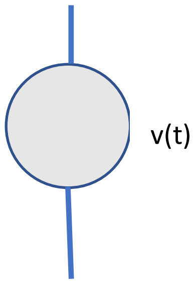
Στοιχεία κυκλώματος:

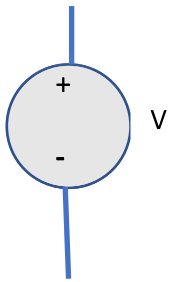
-Ενεργητικά στοιχεία

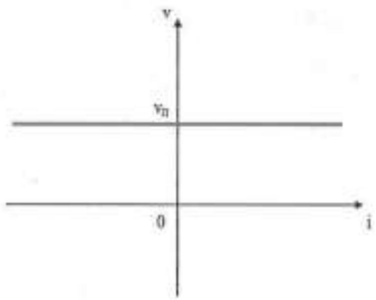
-Παθητικά στοιχεία

Ενεργητικά στοιχεία

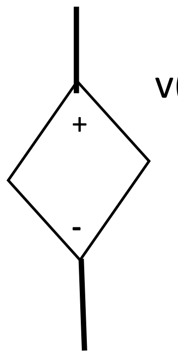
Ανεξάρτητες πηγές τάσης



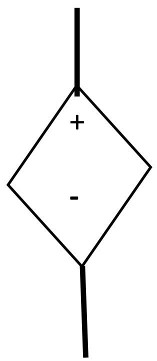




Εξαρτημένες πηγές τάσης

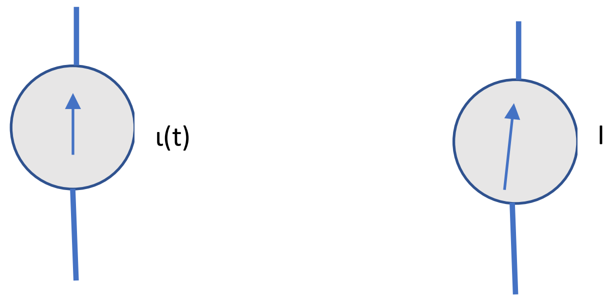


$v(t)=KV_a$

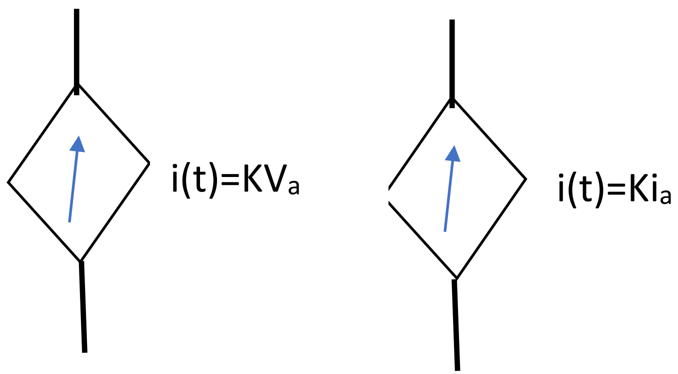


$v(t)=Ki_a$

Ανεξάρτητες πηγές ρεύματος

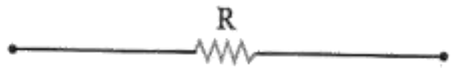


Εξαρτημένες πηγές ρεύματος



Παθητικά στοιχεία

Αντιστάσεις



Σχήμα 1.12. Σύμβολο ενός αντιστάτη με αντίσταση R

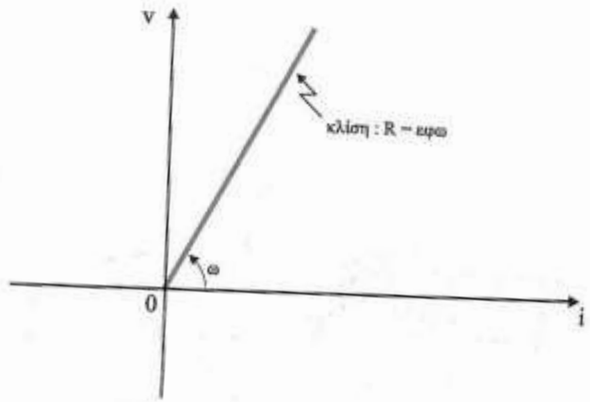
$$v = R \cdot i$$

Η σχέση 1.12 είναι σχέση τάσης - ρεύματος στοιχείου (ΣΤ - ΡΣ) και είναι στιγμιαία σχέση, δηλαδή, ισχύει για τυχούσες δεδομένες κυματομορφές τάσης και ρεύματος.

Ισοδύναμη σχέση αυτής είναι η σχέση

$$i = G \cdot v$$

όπου $G = 1/R$ είναι η **αγωγιμότητα** του αντιστάτη.



Σχήμα 1.13. Χαρακτηριστική ιδανικού αντιστάτη

Μονάδα μέτρησης το ohm.(Ω)

$$\mathbf{1\Omega = \frac{1V}{1A}}$$

Παράδειγμα

Εστω ότι το ρεύμα που περνά από αντιστάτη 10 Ω αποδίδεται από το σήμα:

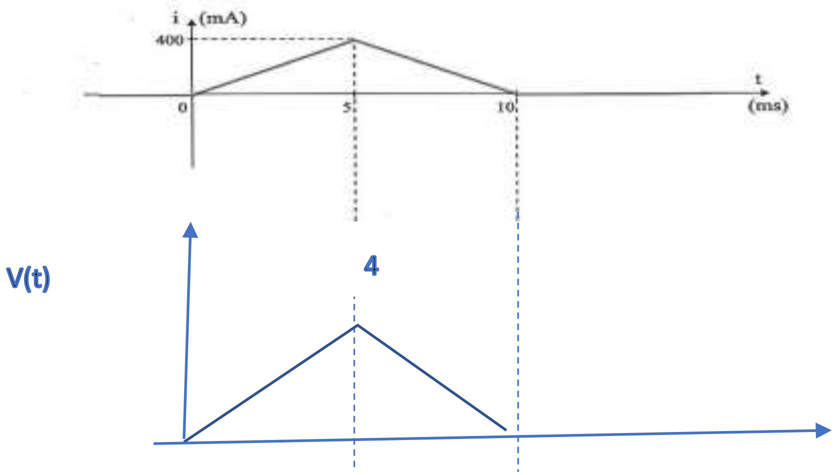
$$\boldsymbol{i(t)} = \begin{cases} \mathbf{0} \quad \boldsymbol{t \leq 0} \\ \mathbf{80}\boldsymbol{t\ A} \quad \mathbf{5} \geq \boldsymbol{t} \geq \mathbf{0} \\ (-\mathbf{80}\boldsymbol{t} + \mathbf{0.8})\boldsymbol{A} \quad \mathbf{10} > \boldsymbol{t} \geq \mathbf{5} \\ \mathbf{0} \quad \boldsymbol{t} > \mathbf{10} \end{cases}$$

Το ρεύμα μετράται σε mA

Υπολογίστε και σχεδιάστε την τάση, την ισχύ και την ενέργεια στην αντίσταση.

α)

$$\boldsymbol{v(t)} = \boldsymbol{i} * \boldsymbol{R} = \begin{cases} \mathbf{0} \quad \boldsymbol{t \leq 0} \\ \mathbf{800}\boldsymbol{t\ V} \quad \mathbf{5} \geq \boldsymbol{t} \geq \mathbf{0} \\ (-\mathbf{800}\boldsymbol{t} + \mathbf{8})\boldsymbol{V} \quad \mathbf{10} > \boldsymbol{t} \geq \mathbf{5} \\ \mathbf{0} \quad \boldsymbol{t} > \mathbf{10} \end{cases}$$



b)

$$p(t) = i^2 * R = \begin{cases} 0 \quad t \leq 0 \\ 64000t^2\, V \;\; 5 \geq t \geq 0 \\ (64000t^2 + 6.4 - 1280t)W \quad 10 > t \geq 5 \\ 0 \quad t > 10 \end{cases}$$

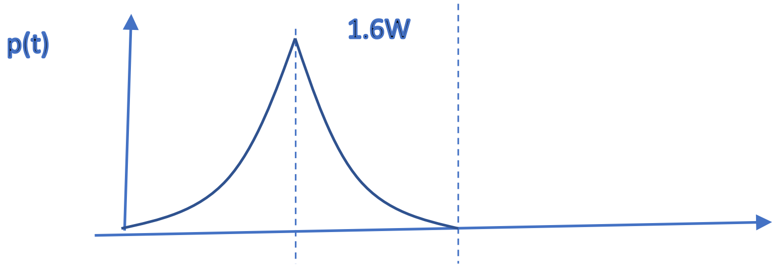
Για $5 \geq t \geq 0$

$$p(t) = i^2 * R = \; (80t\,)^2 A^2 * 10\Omega = \;\; 64000t^2\; W$$

Για $10 \geq t \geq 5$

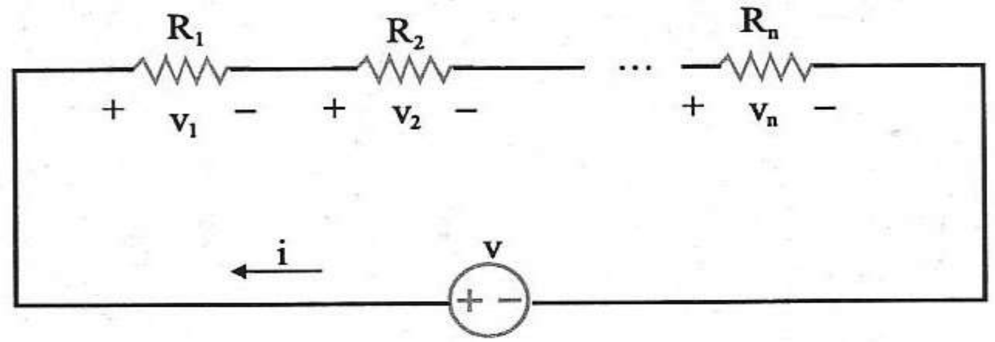
$$p(t) = i^2 * R = (-80t + 0.8)^2 A^2 * 10\Omega = \; (6400t^2 + 0.64 - 128t)A^2 * 10\Omega =$$

$$= (64000t^2 + 6.4 - 1280t)W$$



ΣΥΝΔΕΣΜΟΛΟΓΙΑ ΑΝΤΙΣΤΑΣΕΩΝ

1. ΣΥΝΔΕΣΗ ΕΝ ΣΕΙΡΑ



$$\sum_{k=1}^{n} v_k = 0 \Rightarrow v_1 + v_2 + v_3 + \cdots + v_n - v = 0 \Rightarrow i \cdot R_1 + i \cdot R_2 + i \cdot R_3 + \cdots + i \cdot R_n = v$$

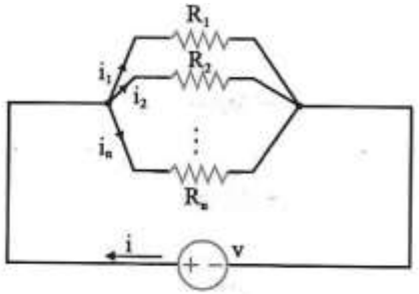
$$\xrightarrow[\text{κύκλωμα}]{\text{ισοδύναμο}} i \cdot R_1 + i \cdot R_2 + i \cdot R_3 + \cdots + i \cdot R_n = i \cdot R_{ολ} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_{ολ} = R_1 + R_2 + R_3 + \cdots + R_n \tag{2.1}$$

☞ **Παρατηρήσεις**

- Η ισοδύναμη αντίσταση $R_{ολ}$ είναι μεγαλύτερη και από τη μεγαλύτερη αντίσταση, δηλαδή $R_{ολ} > \max\{R_1, R_2, ..., R_n\}$
- Εάν όλες οι αντιστάσεις είναι ίσες (με τιμή R) τότε $R_{ολ} = n \cdot R$

2. ΣΥΝΔΕΣΗ ΕΝ ΠΑΡΑΛΛΉΛΩ



Σχήμα 2.2. Παράλληλη σύνδεση αντιστάσεων

Για την εύρεση της ισοδύναμης αντίστασης $R_{ολ}$ εφαρμόζουμε το

$$\sum_{k=1}^{n} i_k = 0 \Rightarrow i_1 + i_2 + \cdots + i_n - i = 0 \Rightarrow \frac{v}{R_1} + \frac{v}{R_2} + \cdots \frac{v}{R_n} = i \Rightarrow$$

$$\xRightarrow[\text{κύκλωμα}]{\text{ισοδύναμο}} \frac{v}{R_1} + \frac{v}{R_2} + \cdots \frac{v}{R_n} = \frac{v}{R_{οε}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{R_{ολ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_n}$$

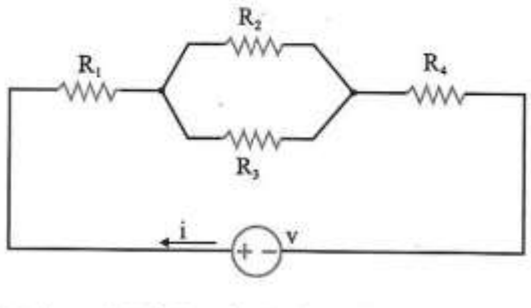
- Η ισοδύναμη αντίσταση $R_{ολ}$ είναι μικρότερη και από τη μικρότερη αντίσταση, δηλαδή $R_{ολ} < \min\{R_1, R_2, ..., R_n\}$.
- Εάν όλες οι αντιστάσεις είναι ίσες (με τιμή R) τότε $R_{ολ} = \frac{R}{n}$
- Εάν $R_1 // R_2 \Rightarrow R_{ολ} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$

2-1.3. Μικτή συνδεσμολογία αντιστάσεων

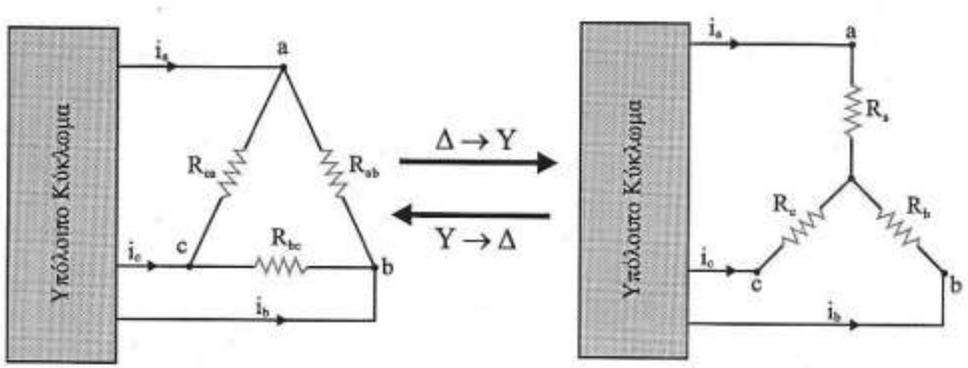
❑ Είναι η συνδεσμολογία στην οποία συνυπάρχουν οι δύο προηγούμενες περιπτώσεις και για την εύρεση της ισοδύναμης αντίστασης $R_{ολ}$ εφαρμόζουμε τους κανόνες που προέκυψαν στις περιπτώσεις αυτές με τη σειρά που επιβάλλει το εκάστοτε ηλεκτρικό κύκλωμα.

Έτσι, για το σχ. 2.3 η ισοδύναμη αντίσταση είναι

$$R_{ολ} = R_1 + R_2 // R_3 + R_4 = R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} + R_4 \Rightarrow R_{ολ} = \frac{(R_2 + R_3) \cdot (R_1 + R_4) + R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}$$



Σχήμα 2.3. Μικτή σύνδεση αντιστάσεων



Σχήμα 2.4. Μετατροπή $\Delta \leftrightarrow Y$

Ο Kenelly απέδειξε βάσει των ισοδυνάμων κυκλωμάτων ότι, η μετατροπή ενό τριγώνου αντιστάσεων σε ισοδύναμο αστέρα αντιστάσεων γίνεται ως εξής:

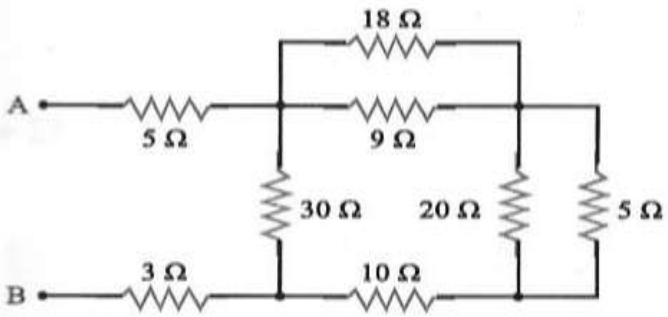
i) $\Delta \rightarrow Y$

$$
\begin{aligned}
R_a &= \frac{R_{ab} \cdot R_{ca}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}} \\
R_b &= \frac{R_{ab} \cdot R_{bc}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}} \\
R_c &= \frac{R_{bc} \cdot R_{ca}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}
\end{aligned}
\qquad (2.3
$$

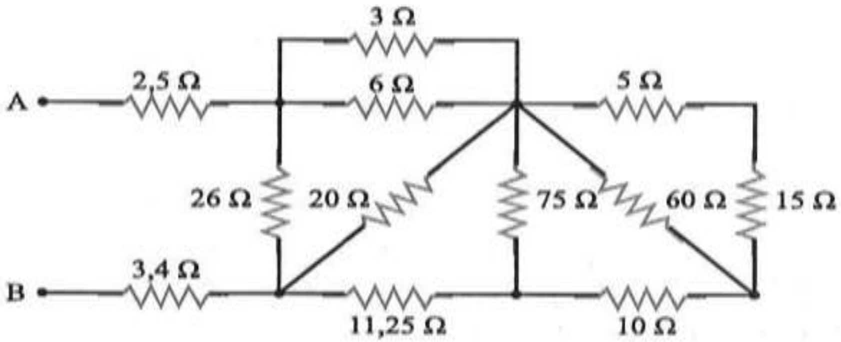
ii) $Y \rightarrow \Delta$

$$
\begin{aligned}
R_{ab} &= \frac{R_a \cdot R_b + R_b \cdot R_c + R_c \cdot R_a}{R_c} \\
R_{bc} &= \frac{R_a \cdot R_b + R_b \cdot R_c + R_c \cdot R_a}{R_a} \\
R_{ca} &= \frac{R_a \cdot R_b + R_b \cdot R_c + R_c \cdot R_a}{R_b}
\end{aligned}
\qquad (2.4
$$

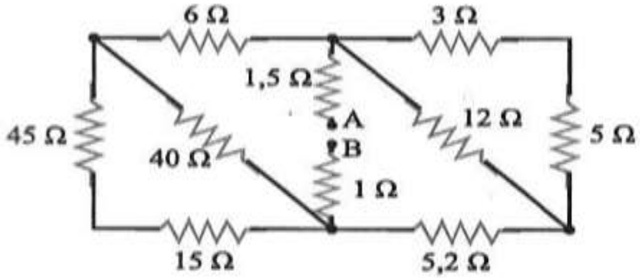
Να βρεθούν οι ισοδύναμες αντιστάσεις R_{AB} για το καθένα από τα παρακάτω κυκλώματα.



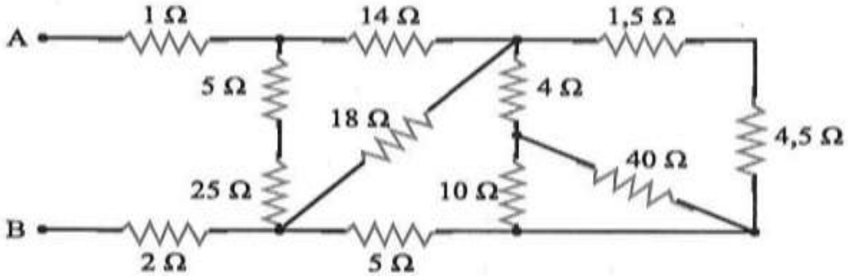
(a)



(b)



(c)



(d)

Λύση

Για το κύκλωμα (a):

$$R_{AB} = (20//5+10+18//9)//30+5+3 = (4+10+6)//30+8 = 20//30+8 = 12+8 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow R_{AB} = 20\,(\Omega)$$

Για το κύκλωμα (b):

$$R_{AB} = \{\{[(5+15)//60+10]//75+11{,}25\}//20+3//6\}//26+2{,}5+3{,}4 =$$
$$= \{[(20//60+10)//75+11{,}25]//20+2\}//26+5{,}9 =$$
$$\{[(15+10)//75+11{,}25]//20+2\}//26+5{,}9 = [(25//75+11{,}25)//20+2]//26+5{,}9 =$$
$$[(18{,}75+11{,}25)//20+2]//26+5{,}9 = (30//20+2)//26+5{,}9 =$$
$$= (12+2)//26+5{,}9 = 14//26+5{,}9 = 9{,}1+5{,}9 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow R_{AB} = 10\,(\Omega)$$

Για το κύκλωμα (c):

$$R_{AB} = [(3+5)//12+5{,}2]//[(45+15)//40+6]+1{,}5+1 =$$
$$(8//12+5{,}2)//(60//40+6)+2{,}5 = (4{,}8+5{,}2)//(24+6)+2{,}5 = 10//30+2{,}5 = 7{,}5+2{,}5 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow R_{AB} = 10\,(\Omega)$$

Για το κύκλωμα (d):

$$R_{AB} = [[(1{,}5+4{,}5)//(4+10//40)+5]//18+14]//(5+25)+1+2 =$$
$$= [[6//(4+8)+5]//18+14]//30+3 = [(6//12+5)//18+14]//30+3 =$$
$$= [(4+5)//18+14]//30+3 = (9//18+14)//30+3 = (6+14)//30+3 = 20//30+3 = 12+3 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow R_{AB} = 15\,(\Omega)$$