

4-2. Αρχή της Επαλληλίας (ή Υπέρθεσης)

Είναι ίσως η σπουδαιότερη αρχή που διέπει τη λειτουργία των γραμμικών ηλεκτρικών κυκλωμάτων και γενικά των γραμμικών συστημάτων.

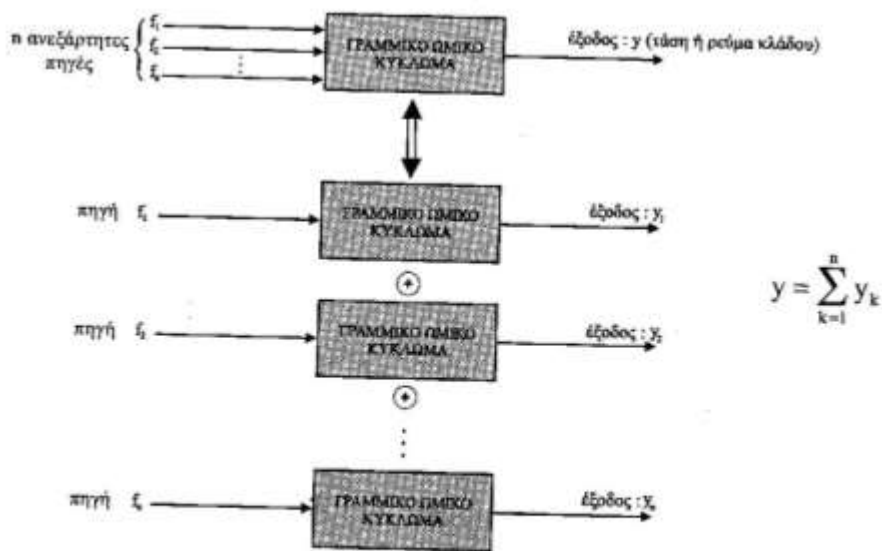
Για τα γραμμικά ωμικά κυκλώματα η αρχή της επαλληλίας διατυπώνεται ως εξής:

α) Εάν το κύκλωμα περιέχει μόνο ανεξάρτητες πηγές

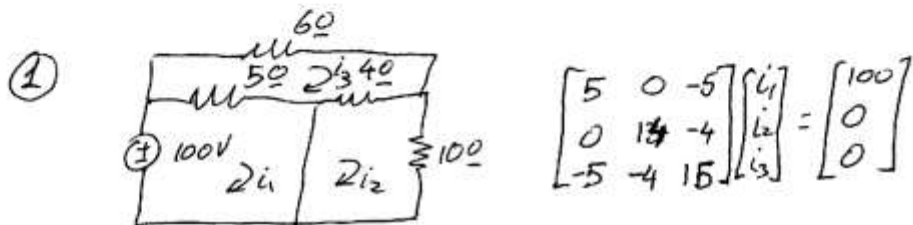
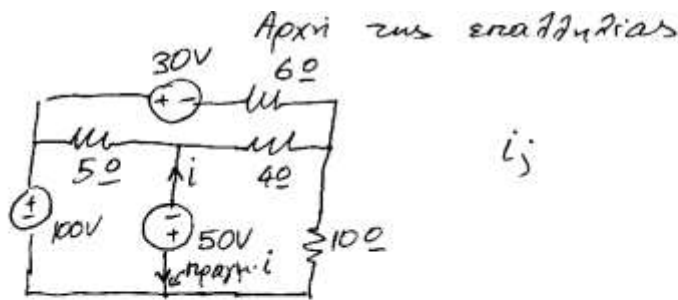
□ Σ' ένα γραμμικό ωμικό κύκλωμα το οποίο διεγείρεται από n ανεξάρτητες πηγές (τάσης, ρεύματος), η τάση ή το ρεύμα ενός κλάδου ισούται με το άθροισμα των n επιμέρους τάσεων ή ρευμάτων που προκύπτουν όταν κάθε πηγή ενεργήσει μόνη της στο κύκλωμα.

Αυτό σημαίνει ότι, κάθε φορά μία πηγή είναι ενεργός ενώ οι υπόλοιπες μηδενοποιούνται, δηλαδή, οι πηγές τάσης βραχυκυκλώνονται και οι πηγές ρεύματος ανοικτοκυκλώνονται.

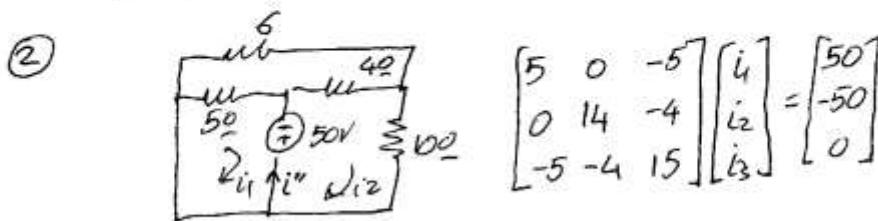
Σχηματικά η αρχή της επαλληλίας έχει ως εξής:



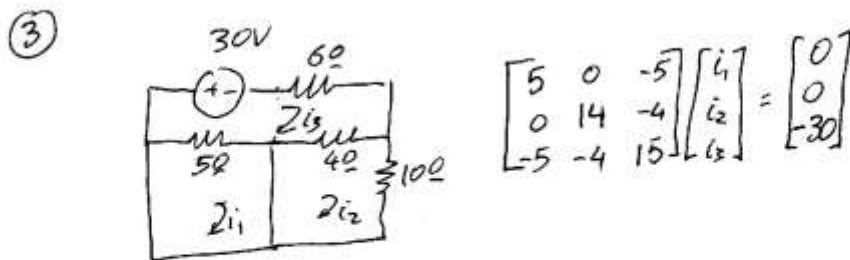
Σχήμα 4.1. Αρχή της Επαλληλίας



$$\begin{aligned} i_1 &= 31,29 \\ i_2 &= 3,22 \\ i_3 &= 11,29 \end{aligned} \quad i' = i_2 - i_1 = -28,064$$

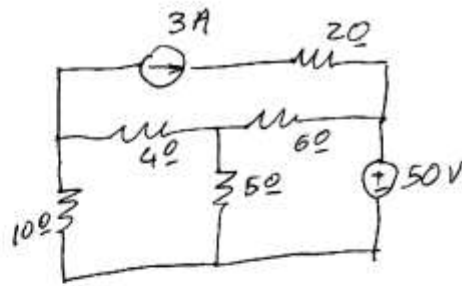


$$\begin{aligned} i_1 &= 14,03A \\ i_2 &= +2,42A \\ i_3 &= 4,03A \end{aligned} \quad i'' = i_2 - i_1 = -16,45A$$



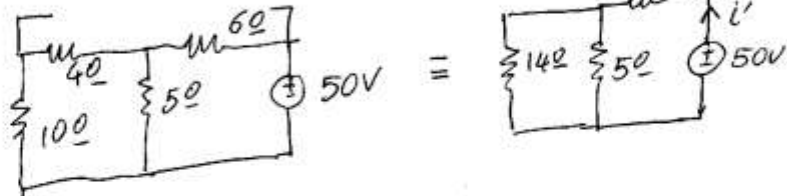
$$\begin{aligned} i_1 &= -3,39 \\ i_2 &= -0,97 \end{aligned} \quad i''' = i_2 - i_1 = 2,42A \quad i = i' + i'' + i''' = -42,094A$$

R_x 2:



i durch $R=6\Omega$

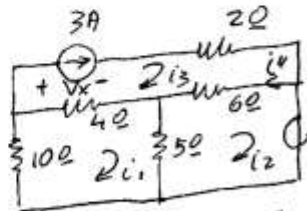
1.



$$i' = \frac{50V}{[(14||5) + 6]\Omega} = 11,16A$$

$$14||5 = \frac{14 \cdot 5}{14 + 5} = \frac{70}{19} = 3,68 \Omega$$

2.



$$\begin{bmatrix} 19 & -5 & -4 \\ -5 & 11 & -6 \\ -4 & -6 & 12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 19 & -5 & -4 \\ -5 & 11 & -6 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} i_1 = 1,14A \\ i_2 = 0,326A \\ i_3 = 1,14A \end{array}$$

$$i'' = i_3 - i_2 = 0,814A$$

$$i = i' + i'' = 12,414A$$

$$3A = i_3 = 0i_1 + 0i_2 + 1i_3 = [0 \ 0 \ 1][i_1 \ i_2 \ i_3]^T$$

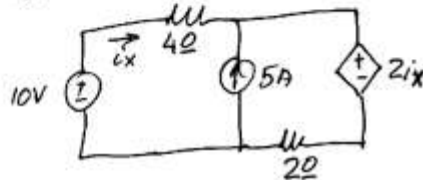
Άρχι της ερασιμότητας

Εάν το κύκλωμα περιέχει ανεξάρτητες & εξαρτημένες πηγές

πηγές

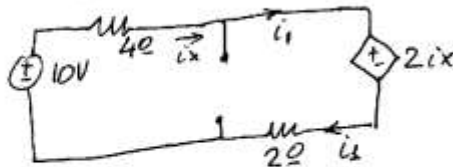
Δεν υποβιβάζουμε εξαρτημένες πηγές

π.χ



Γιατί το πείρα είναι
αριθμό 2Ω

1. Επιδράση πηγής 10 V



$$-10V + i_x 4 + 2i_x + 2i_1 = 0 \quad \text{with } i_x = i_1 \Rightarrow 8i_1 = 10V \Rightarrow i_1 = \frac{5}{4} A = i'_{2\Omega}$$

2. Επιδράση πηγής 5A

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_x \\ -2i_x - V_x \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -2i_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -2i_1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 6 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$5A = i_2 - i_1 = -1i_1 + 1i_2$$

$$i'_{2\Omega} = i_2 = \frac{\begin{vmatrix} -1 & 5 \\ 6 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 6 & 2 \end{vmatrix}} = \frac{-30}{-2-6} = \frac{30}{8} = \frac{15}{4} A$$

$$i_{2\Omega} = i'_{2\Omega} + i''_{2\Omega} = \frac{5A}{4} + \frac{15A}{4} = \frac{20}{4} = 5A$$

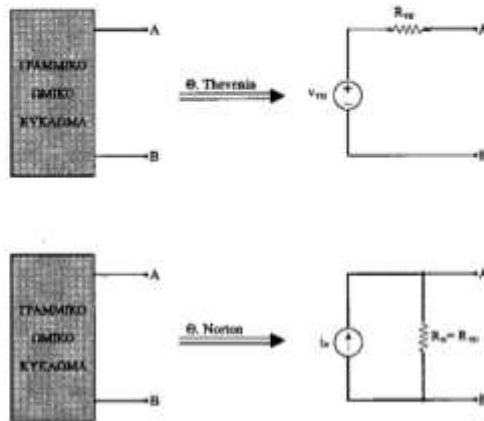
4-3. Θεώρημα Thevenin και Norton

Είναι από τα σπουδαιότερα θεωρήματα των ηλεκτρικών κυκλωμάτων, κυρίως όταν ενδιαφερόμαστε για ένα συγκεκριμένο μέρος του κυκλώματος ή όταν εξετάζουμε προβλήματα προσαρμογής (για μέγιστη μεταφορά ισχύος).

Για τα γραμμικά ωμικά κυκλώματα το θεώρημα Thevenin και Norton διατυπώνεται ως εξής:

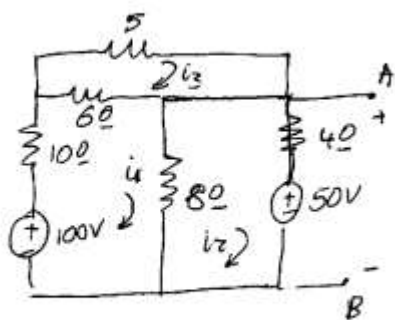
□ Δοθέντος ενός γραμμικού ωμικού κυκλώματος και δύο ανοικτών ακροδεκτών αυτού A και B, μπορεί να αντικατασταθεί το κύκλωμα αυτό από μια ανεξάρτητη πηγή τάσης σε σειρά με μία αντίσταση (θεώρημα Thevenin) ή από μια ανεξάρτητη πηγή ρεύματος παράλληλη με την ίδια αντίσταση (θεώρημα Norton).

Σχηματικά το θεώρημα Thevenin και Norton έχει ως εξής:



Σχήμα 4.2. Θεώρημα Thevenin και Norton

ΘΕΩΡΗΜΑ THEVENIN - NORTON



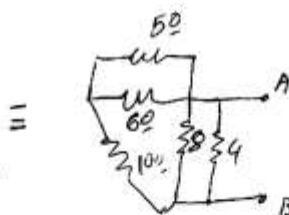
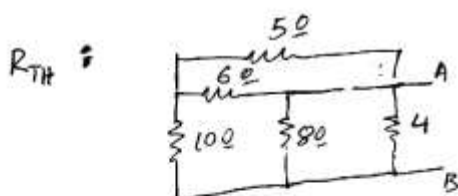
$$\begin{bmatrix} 24 & -8 & -6 \\ -8 & 12 & 0 \\ -6 & 0 & 11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100 \\ -50 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$i_1 =$$

$$i_2 = -1,28 \quad i_{AB} = i_2 = -1,28$$

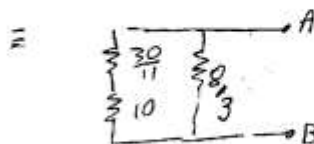
$$i_3 =$$

$$V_{TH} = i_{AB} \cdot 40 + 50V = -44,828$$

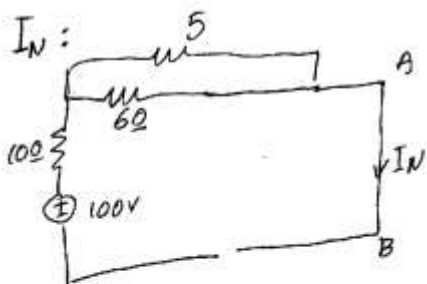


$$(5 \parallel 6) \Omega = \frac{30}{11} \Omega$$

$$(8 \parallel 4) \Omega = \frac{32}{12} = \frac{8}{3} \Omega$$



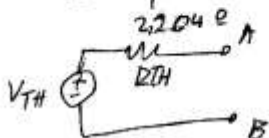
$$R_{TH} = (10 + 30/11) \parallel \frac{8}{3} = \frac{\frac{8}{3} \cdot (\frac{140}{11})}{10 + 39/10 + \frac{8}{3}} = 2,204 \Omega$$



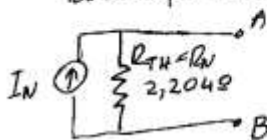
$$I_N = \frac{100V}{R_{07}} = 36,67A$$

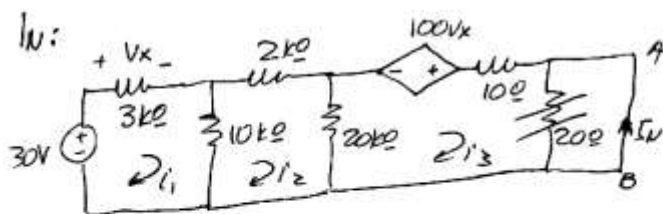
$$R_{07} = (5 \parallel 6 + 10) \Omega = 12,72 \Omega$$

Ισοδύναμο κατά Thevenin



Ισοδύναμο κατά Norton





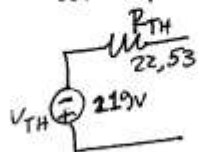
$$10^3 \begin{bmatrix} 13 & -10 & 0 \\ -10 & 32 & -20 \\ 0 & -20 & 30 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30 \\ 0 \\ 100v_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30 \\ 0 \\ 100 \cdot 3 \cdot i_1 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$10^3 \begin{bmatrix} 13 & -10 & 0 \\ -10 & 32 & -20 \\ 300 & -20 & 30 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow i_3 = -10^{-3} \cdot 5,28 = -I_N$$

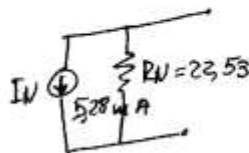
$$I_N = -i_3 = 5,28 \cdot 10^{-3} \text{ A}$$

$$R_{TH} = R_N = \frac{V_{TH}}{I_N} = \frac{119 \text{ V}}{5,28 \cdot 10^{-3} \text{ A}} = 22,53 \text{ k}\Omega$$

Isotvorak Thvenin



Isotvorak Norton

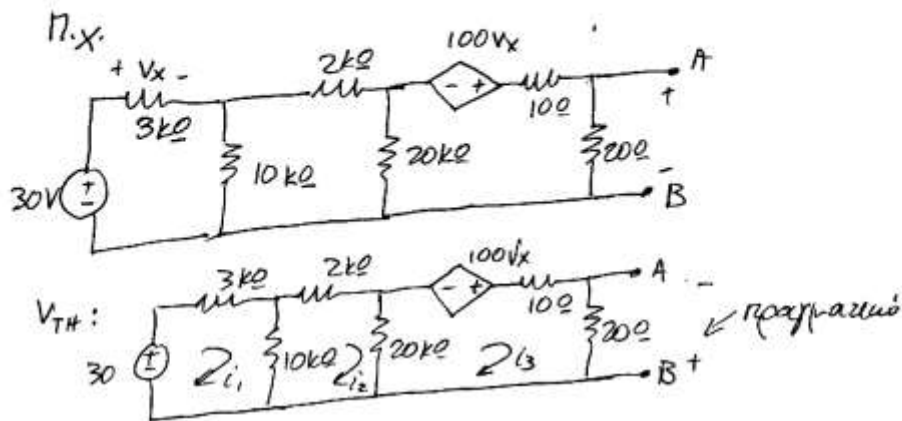


Παρατήρηση

$$I_N = \frac{V_{TH}}{R_{TH}} \quad !!$$

Αν το κύκλωμα περιέχει ανεξάρτητες & εξαρτημένες πηγές :

- Υπολογίζουμε V_{TH}
- Υπολογίζουμε I_N
- $R_{TH} = R_N = \frac{V_{TH}}{I_N}$



$$10^3 \begin{bmatrix} 13 & -10 & 0 \\ -10 & 32 & -20 \\ 0 & -20 & 50 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30 \\ 0 \\ 10V_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30 \\ 0 \\ 100 \cdot 3i_1 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$10^3 \begin{bmatrix} 13 & -10 & 0 \\ -10 & 32 & -20 \\ -300 & -20 & 50 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$i_3 = -5,95 \cdot 10^{-3} A$$

$$V_{TH} = i_3 \cdot 20k\Omega = 119 V$$