

Σύνθετες Αντιστάσεις

- Με τη χρήση φασιθετών, τα κυκλώματα στην H.M.K. λύνονται σχετικά εύκολα.
- Η ανάλυση των κυκλωμάτων στην H.M.K. γίνεται παρόμοια με αυτή των dc κυκλωμάτων, με τη διαφορά ότι οι πράξεις γίνονται στο πεδίο συχνότητας και είναι πλέον πράξεις μιγαδικών αριθμών.
- Ο νόμος του Ohm στο πεδίο συχνότητας, εκφράζεται ως το πηλίκο του φασιθέτη της τάσης προς το φασιθέτη του ρεύματος που είναι η σύνθετη αντίσταση του αντίστοιχου κυκλωματικού στοιχείου.

Ωμική αντίσταση στην Η.Μ.Κ.

- Σχέση τάσης - ρεύματος

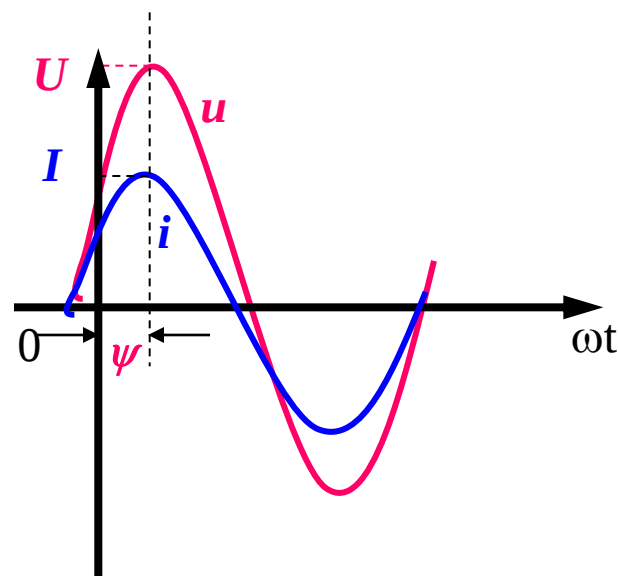
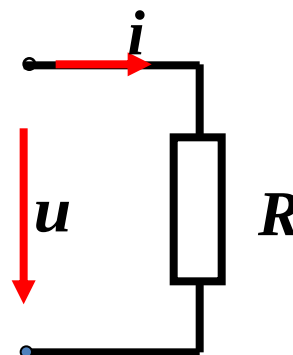
$$i = I_m \cos(\omega t + \psi)$$

$$\begin{aligned} v &= Ri = RI_m \cos(\omega t + \psi) \\ &= V_m \cos(\omega t + \psi) \end{aligned}$$

τότε:

$$V_{rms} = RI_{rms}$$

$$R = \frac{V_{rms}}{I_{rms}} = \frac{V_m}{I_m}$$



Ωμική αντίσταση στην Η.Μ.Κ.

- Σχέση φασιθετών
- Διανυσματική παράσταση

$$i = I_m \cos(\omega t + \psi)$$

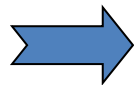


$$\dot{I} = I_m \angle \psi$$



$$\dot{I}_{rms} = I_{rms} \angle \psi$$

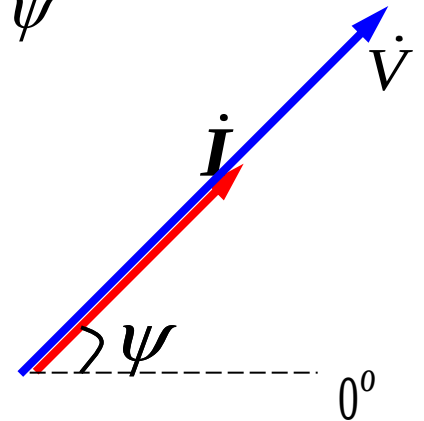
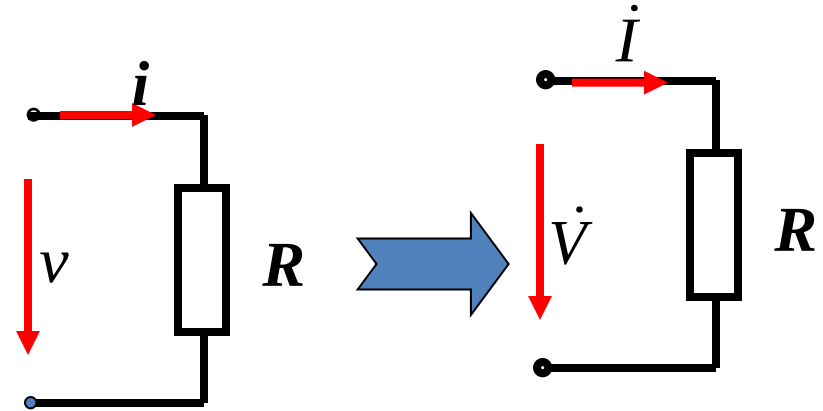
$$R = \frac{\dot{V}_{rms}}{\dot{I}_{rms}} = \frac{\dot{V}}{\dot{I}}$$



$$\dot{V}_{rms} = R \dot{I}_{rms} = R I_{rms} \angle \psi$$

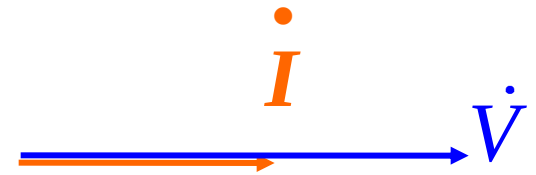


$$\dot{V} = R \dot{I} = R I_m \angle \psi$$



Ωμική αντίσταση στην Η.Μ.Κ.

$$\dot{I} = I_m \angle 0^\circ = I_m$$
$$\dot{V} = RI_m \angle 0^\circ = RI_m$$



$$R = \frac{\dot{V}}{\dot{I}}$$

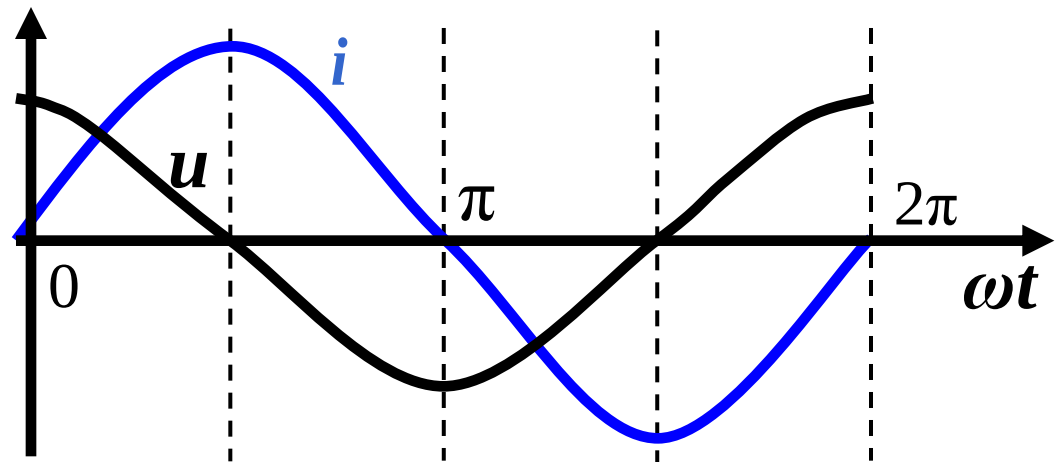
Νόμος του Ohm

Αυτεπαγωγή στην Η.Μ.Κ

- Σχέση τάσης - ρεύματος

$$i = I_m \sin \omega t$$

$$v = L \frac{di}{dt} = \omega L I_m \cos \omega t = V_m \sin(\omega t + 90^\circ)$$



Αυτεπαγωγή στην Η.Μ.Κ

$$i = I_m \sin \omega t$$

$$v = V_m \sin(\omega t + 90^\circ)$$

$$V_m = \omega L I_m$$

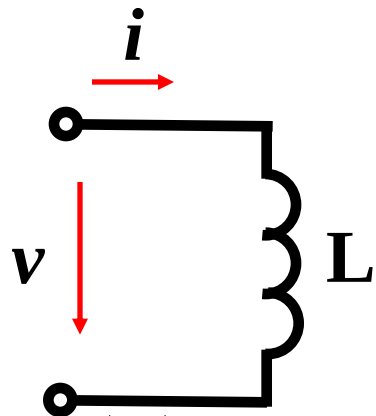
$$\therefore V_{rms} = \omega L I_{rms}$$

Επαγωγική Αντίδραση

$$X_L = \frac{U_{rms}}{I_{rms}} = \frac{U_m}{I_m} = \omega L = 2\pi fL$$

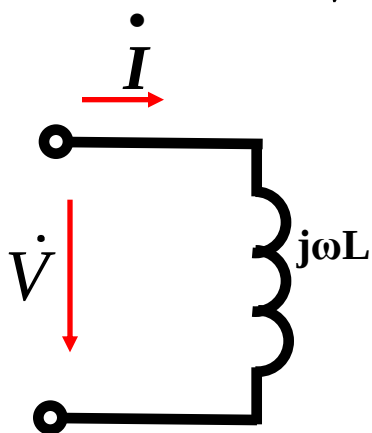
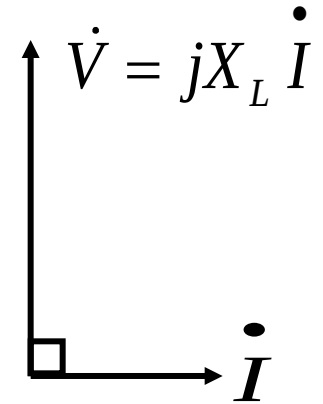
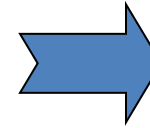
Αυτεπαγωγή στην Η.Μ.Κ

- Σχέση φασιθετών
- Διανυσματική παράσταση



$$i = I_m \cos \omega t$$

$$v = V_m \cos(\omega t + 90^\circ)$$



$$\dot{V} = V_m \angle 90^\circ = jX_L I_m = jX_L I_m \angle 0^\circ = jX_L \dot{I}$$

$$Z = jX_L = j\omega L = \frac{\dot{V}}{\dot{I}}$$

Σύνθετη
Αντίσταση

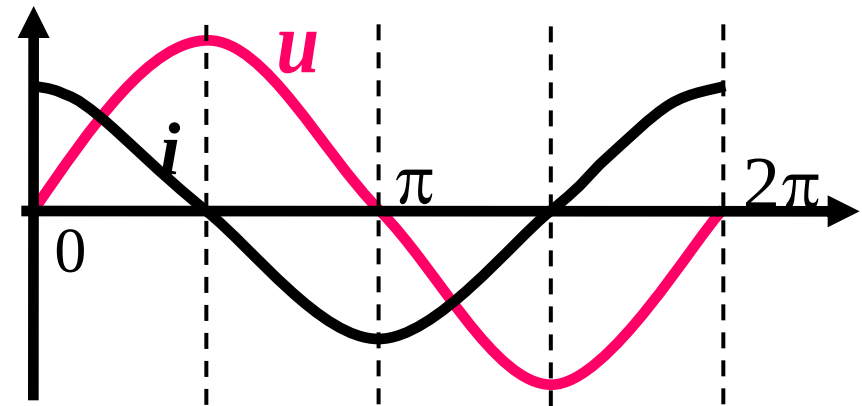
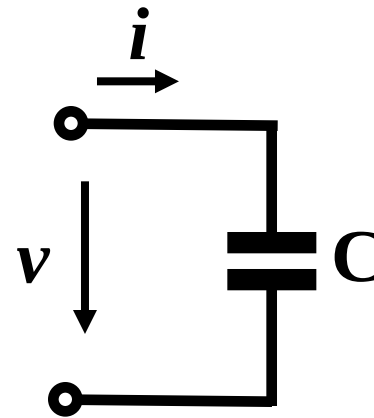
Χωρητικότητα στην Η.Μ.Κ

• Σχέση τάσης - ρεύματος

$$v = V_m \sin \omega t$$

$$i = C \frac{dv}{dt} = C\omega U_m \sin(\omega t + 90^\circ) \\ = I_m \sin(\omega t + 90^\circ)$$

$$I_m = \omega C V_m = 2\pi f C V_m$$



Χωρητικότητα στην Η.Μ.Κ

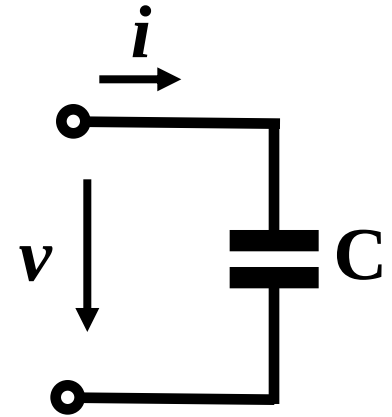
• Σχέση τάσης - ρεύματος

$$I_m = \omega C V_m = 2\pi f C V_m$$

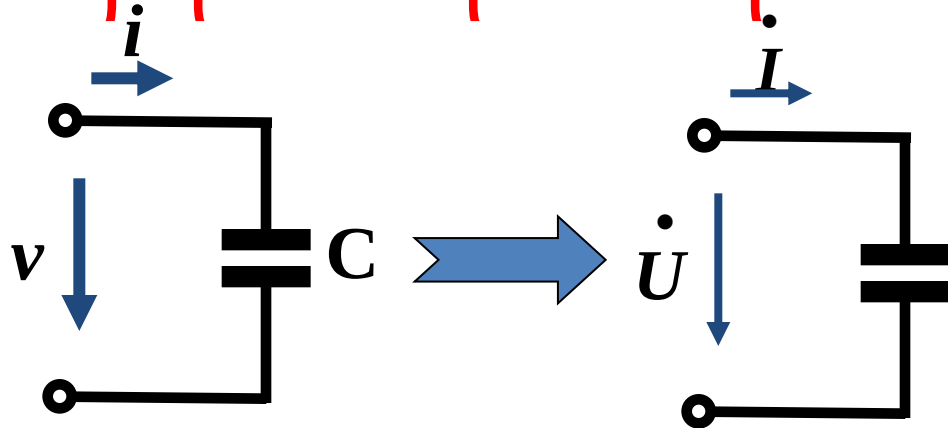
$$\therefore I_{rms} = \omega C V_{rms} = 2\pi f C V_{rms}$$

Χωρητική
Αντίδραση

$$X_C = \frac{V_{rms}}{I_{rms}} = \frac{U_m}{I_m} = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$$



Χωρητικότητα στην Η.Μ.Κ



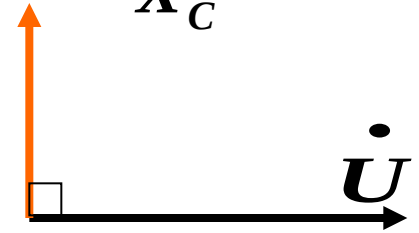
$$v = V_m \sin \omega t$$

$$i = I_m \sin(\omega t + 90^\circ) A$$

$$\dot{V} = V_m \angle 0^\circ V$$

$$\dot{I} = I_m \angle 90^\circ A$$

$$\dot{I} = j \frac{\dot{U}}{X_C}$$



$$\frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{V_m \angle 0^\circ}{I_m \angle 90^\circ} = \frac{V_m}{j I_m} = -j \frac{V_m}{I_m} = -j X_C$$

Άσκηση: Μια ημιτονική τάση 10V rms, $f=50\text{Hz}$ εφαρμόζεται στα άκρα πυκνωτή χωρητικότητας $25\mu\text{F}$. Να βρεθεί η rms τιμή του ρεύματος. Αν $f=5000\text{Hz}$, τότε ποια η rms τιμή του ρεύματος;

Λύση

Για $f=50\text{Hz}$

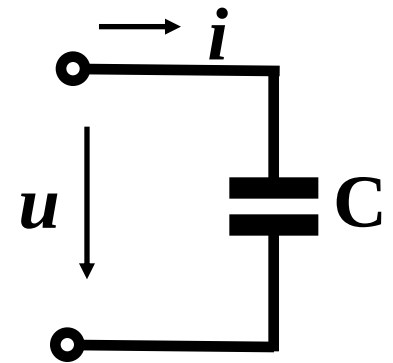
$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2 \times 3.14 \times 50 \times (25 \times 10^{-6})} = 127.4\Omega$$

$$I_{rms} = \frac{U_{rms}}{X_C} = \frac{10}{127.4} = 0.078\text{A} = 78\text{mA}$$

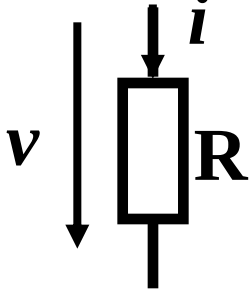
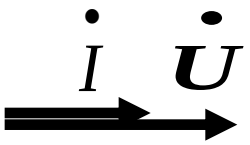
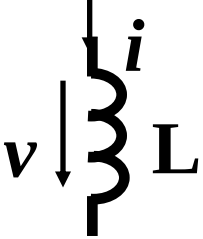
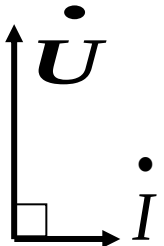
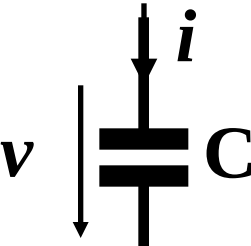
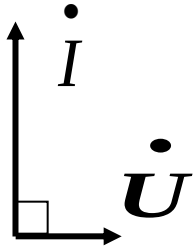
Για $f=5000\text{Hz}$

$$X'_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2 \times 3.14 \times 5000 \times (25 \times 10^{-6})} = 1.274\Omega$$

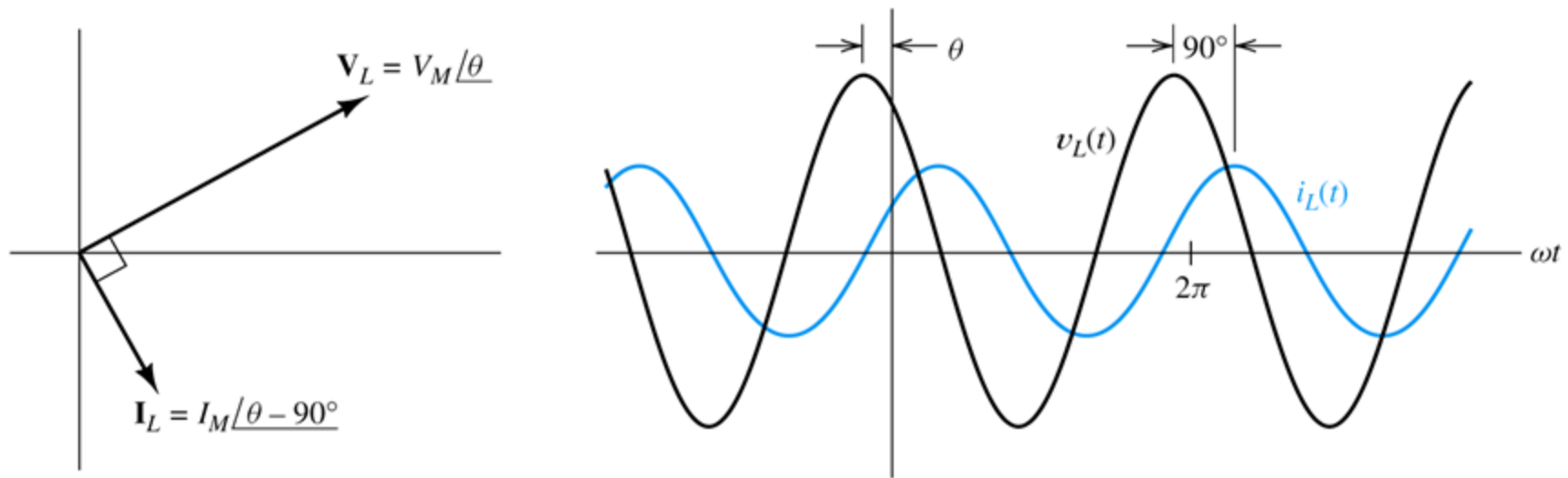
$$I_{rms} = \frac{U_{rms}}{X_C} = \frac{10}{1.274} = 7.8\text{A}$$



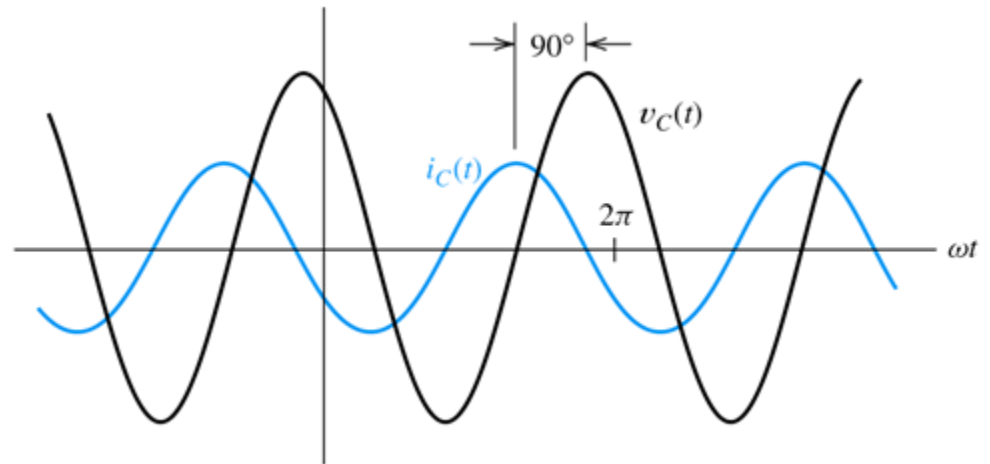
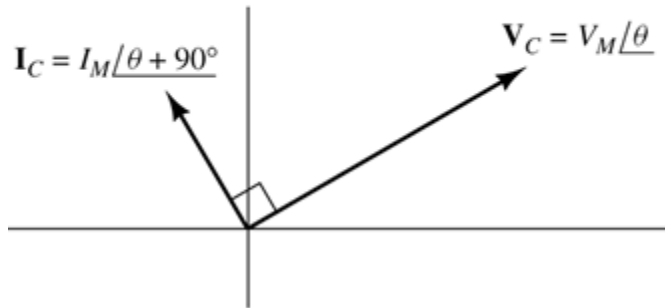
Περίληψη

στοιχείο	κύκλωμα	Σχέσεις Τάσης - Ρεύματος	Νόμος του Ohm	Σύνθετη Αντίσταση	Διαγράμματα Φασιθετών
R		$v = Ri$	$\dot{U} = R\dot{I}$	$R = \frac{\dot{U}}{\dot{I}}$	
L		$v = L \frac{di}{dt}$	$\dot{U} = jX_L \dot{I}$	$jX_L = \frac{\dot{U}}{\dot{I}}$	
C		$i = C \frac{dv}{dt}$	$\dot{U} = -jX_C \dot{I}$	$-jX_C = \frac{\dot{U}}{\dot{I}}$	

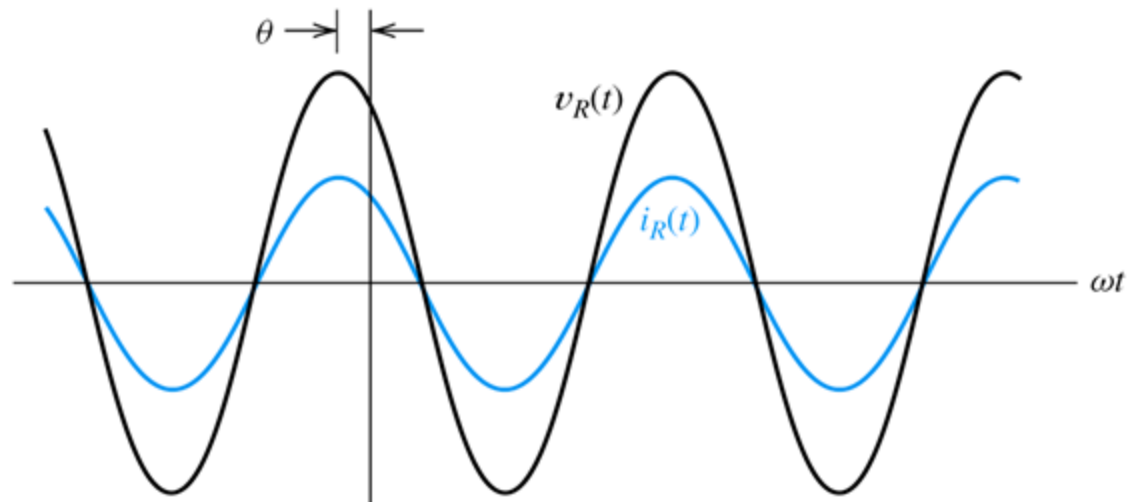
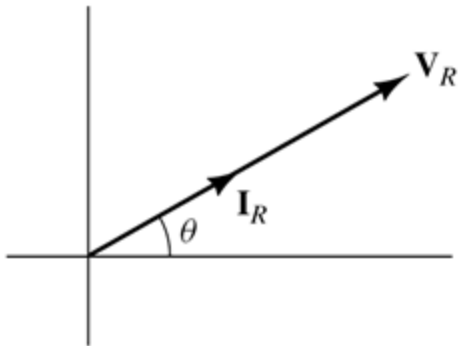
**Αυτεπαγωγή: Το ρεύμα καθυστερεί
της τάσης κατά 90° .**



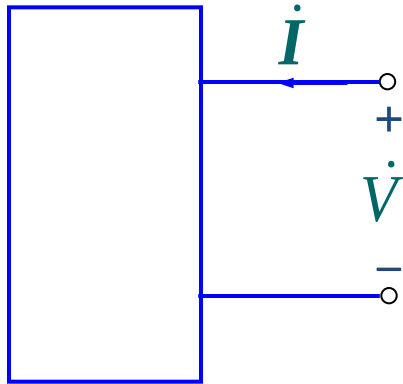
Χωρητικότητα: Το ρεύμα προηγείται της τάσης κατά 90° .



Αντίσταση: Το ρεύμα και η τάση είναι συμφασικά



Σύνθετες Αντιστάσεις



Σύνθετη Αντίσταση

$$Z = \frac{\dot{V}}{\dot{I}} = \frac{V \angle \Psi_v}{I \angle \Psi_i} = \frac{V}{I} \angle (\Psi_v - \Psi_i) = |Z| \angle \theta$$

Μέτρο	$ Z = \frac{V}{I}$	Γωνία	$\theta = \Psi_v - \Psi_i$
-------	---------------------	-------	----------------------------

Σύνθετες Αντιστάσεις των $R L C$

$$\mathbf{R:} \quad Z_R = \frac{\dot{V}_R}{\dot{I}_R} = R \quad |Z_R| = R \quad \theta = 0$$

$$\mathbf{L:} \quad Z_L = \frac{\dot{V}_L}{\dot{I}_L} = j\omega L = jX_L \quad |Z_L| = \omega L \quad \theta = \frac{\pi}{2}$$

$$\mathbf{C:} \quad Z_C = \frac{\dot{V}_C}{\dot{I}_C} = \frac{1}{j\omega C} = -jX_C \quad |Z_C| = \frac{1}{\omega C} \quad \theta = -\frac{\pi}{2}$$

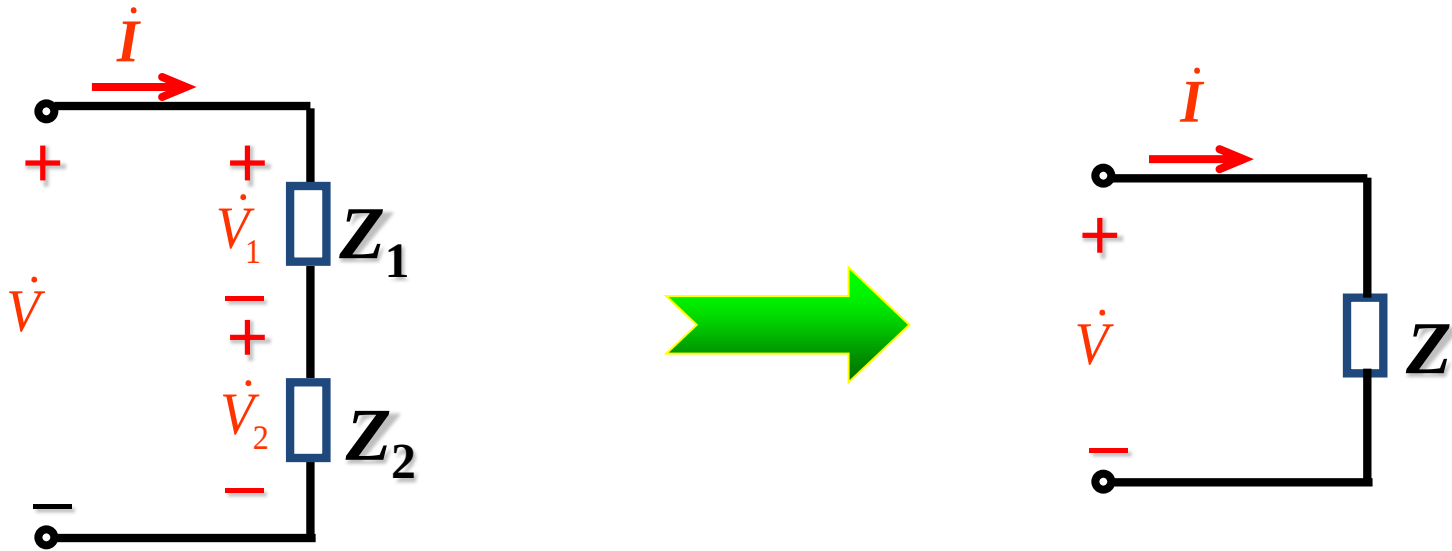
Οι Νόμοι του Kirchhoff

$$\text{(NPK): } \sum i = 0 \longrightarrow \sum \dot{I} = 0$$

$$\text{(NTK): } \sum v = 0 \longrightarrow \sum \dot{V} = 0$$

$$v = iR \longrightarrow \dot{V} = \dot{I}Z$$

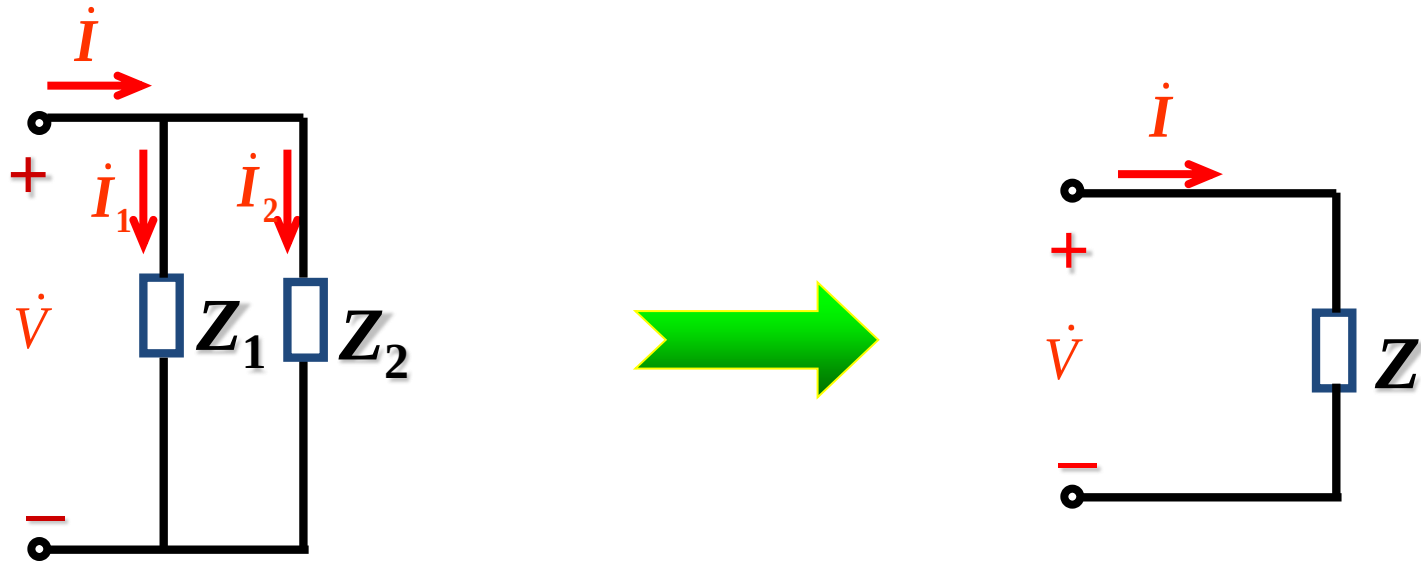
Σύνθετες Αντιστάσεις στη σειρά



Ισοδύναμη Αντίσταση $Z_{eq} = Z_1 + Z_2$

Διαιρέτης Τάσης $\dot{V}_1 = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} \dot{V}$ $\dot{V}_2 = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} \dot{V}$

Σύνθετες Αντιστάσεις παράλληλα



Ισοδύναμη Αντίσταση

$$\frac{1}{Z_{eq}} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}$$

Διαιρέτης Ρεύματος

$$\dot{I}_1 = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} \dot{I} \quad \dot{I}_2 = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} \dot{I}$$