Άσκηση ΓΜ1 – Υπολογισμός βαθμού απόδοσης, θερμοκρασίας εξόδου καυσαερίων, θερμοκρασίας εξόδου νερού, σε εναλλάκτη καυσαερίων/νερού και επιφάνεια εναλλάκτη.

**Εκφώνηση**

**Δίνεται μία μηχανή ΜΕΚ με θερμοκρασία καυσαερίου ίση με 300 oC και παροχή μάζας 1 kg/s, ενώ το Cpg είναι ίσο με 1051,9 J/kgK. Η τιμή του Cpg υπήρξε αντικείμενο υπολογισμών που έχετε διδαχθεί στο Μάθημα «ΑΤΜΟΛΕΒΗΤΕΣ», ΣΤ΄, άσκηση “Κάππος 1.2”**

**Το καυσαέριο θερμαίνει σε εναλλάκτη αντιρροής νερό θερμοκρασίας 50 oC με παροχή 2 kg/s και Cpw=4.190 J/kgK.**

**Ο εναλλάκτης θερμότητας έχει συνολική θερμοπερατότητα (UA) = 1.000 W/K**

**Η θερμοκρασία περιβάλλοντος είναι Tamb=25 oC.**

**Ζητείται:**

**H μεταφερόμενη Ισχύς του Εναλλάκτη**

**Η θερμοκρασία εξόδου των καυσαερίων από τον εναλλάκτη**

**Η θερμοκρασία εξόδου του νερού από τον εναλλάκτη**

**Η επιφάνεια του εναλλάκτη (όταν ο ολικός συντελεστής μετάδοσης θερμότητας είναι U=300 W/m2K)**

**Το βαθμό απόδοσης του Εναλλάκτη**

**Λύση**

**Βήμα 1.** Κάνω ανασκόπηση στη θεωρία εναλλακτών, στοχευόμενη στην άσκηση ΓΜ1 (βλ. Παράρτημα)

**Βήμα 2.** Μεταφέρω από το Παράρτημα τις εξισώσεις για τους ζητούμενους υπολογισμούς, ως εξής:

$$Q=\frac{e^{\left(UA\right)∙\left(\left(\frac{1}{\dot{m}\_{g} c\_{pg}}\right)-\left(\frac{1}{\dot{m}\_{w} c\_{pw}}\right)\right)}-1}{e^{\left(UA\right)∙\left(\left(\frac{1}{\dot{m}\_{g} c\_{pg}}\right)-\left(\frac{1}{\dot{m}\_{w} c\_{pw}}\right)\right)}∙\left(\frac{1}{\dot{m}\_{g} c\_{pg}}\right)-\left(\frac{1}{\dot{m}\_{w} c\_{pw}}\right)}∙\left(T\_{gin}-T\_{win}\right)$$

Γνωρίζοντας το Q, υπολογίζονται τα υπόλοιπα ως εξής:

* $T\_{gout}=T\_{gin}-\left(\frac{Q}{\dot{m}\_{g} c\_{pg}}\right)$
* $T\_{wout}=T\_{win}+\left(\frac{Q}{\dot{m}\_{w} c\_{pw}}\right)$

**Βήμα 3.** Καταγράφω τα δεδομένα και επιλύω τις εξισώσεις

$\dot{m}\_{g}=1\frac{kg}{s}, c\_{pg}=1051,9\frac{J}{kgK},T\_{gin}=300$ oC

$\dot{m}\_{w}=2\frac{kg}{s}, c\_{pw}=4190\frac{J}{kgK}, T\_{win}=50 $ oC

$c\_{g}=\left(\frac{1}{\dot{m}\_{g} c\_{pg}}\right)=0,000951 K/W$

$c\_{w}=\left(\frac{1}{\dot{m}\_{w} c\_{pw}}\right)=0,000119 K/W$

$$c\_{o}=e^{\left(UA\right)∙(c\_{g}-c\_{w})}=2,2979$$

$ΔT\_{in}=T\_{gin}-T\_{win}=250$ oC

$$\frac{(c\_{o}-1)}{(c\_{o}c\_{g}-c\_{w})}=\frac{(2,2979-1)}{(2,2979∙0,000951-0,000119)}=628,129 W/K$$

$$Q=\frac{(c\_{o}-1)}{(c\_{o}c\_{g}-c\_{w})}∙ΔT\_{in}=157032 W$$

$$Q\_{max}=(\dot{m}\_{g}∙c\_{pg})∙\left(T\_{gin}-T\_{amb}\right)=1∙1051,9∙(300-25)=289273 W$$

$η=\frac{Q}{Q\_{max}}=\frac{157032}{289273}=54,20\%$*,* Ποσοστό ανάκτησης ενέργειας καυσαερίου σε σχέση με τη μέγιστη δυνατή αξιοποίηση.

$T\_{gout}=T\_{gin}-\left(\frac{Q}{\dot{m}\_{g} c\_{pg}}\right)=300-\left(\frac{157032}{1∙1051,9}\right)=150,71$ oC

$T\_{wout}=T\_{win}+\left(\frac{Q}{\dot{m}\_{w} c\_{pw}}\right)=50+\left(\frac{157032}{2∙4190}\right)=68,73 $oC

**Βήμα 4.** Υπολογίζω την επιφάνεια του εναλλάκτη

$$ΔΤ\_{ln}=\frac{\left(T\_{gin}-T\_{wout}\right)-\left(T\_{gout}-T\_{win}\right)}{ln\left(\frac{\left(T\_{gin}-T\_{wout}\right)}{\left(T\_{gout}-T\_{win}\right)}\right)}=\frac{\left(300-68,73\right)-\left(150,71-50\right)}{ln\left(\frac{\left(300-68,73\right)}{\left(150,71-50\right)}\right)}=157,04 K$$

$Q=\left(UA\right)ΔΤ\_{ln} ⟹A=\frac{Q}{UΔΤ\_{ln}}=\frac{157032}{300 ∙ 150,69}=3,33 m^{2}$

**Βήμα 5.** Υπολογίζω το βαθμό απόδοσης του εναλλάκτη

$$η\_{ΗΧ}=\frac{\left(T\_{gin}-T\_{gout}\right)}{\left(T\_{gin}-T\_{win}\right)}=\frac{\left(300-150,71\right)}{\left(300-50\right)}=59,71\%$$

 **Εργασία**

Για το εξεταζόμενο σύστημα, να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| $$\dot{m}\_{w}$$ | $$T\_{win}$$ | $$T\_{wout}$$ | $$T\_{gout}$$ | $$Q$$ | $$A$$ | $$η\_{ΗΧ}$$ |
| **1** | **50** |  |  |  |  |  |
| **2** | **50** |  |  |  |  |  |
| **3** | **50** |  |  |  |  |  |
| **1** | **60** |  |  |  |  |  |
| **2** | **60** |  |  |  |  |  |
| **3** | **60** |  |  |  |  |  |
| **1** | **70** |  |  |  |  |  |
| **2** | **70** |  |  |  |  |  |
| **3** | **70** |  |  |  |  |  |

**ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ: ΘΕΩΡΙΑ ΕΠΙ ΕΝΑΛΛΑΚΤΩΝ**

**Βήμα Π1.** Μεταφορά θερμότητα εντός του εναλλάκτη



$$Q=\dot{m}\_{g} c\_{pg}\left(T\_{gin}-T\_{gout}\right)$$

$$Q=\dot{m}\_{w} c\_{pw}\left(T\_{win}-T\_{wout}\right)$$

$$Q=\left(UA\right)ΔΤ\_{ln}$$

**Βήμα Π2.** Θερμοκρασιακές εξισώσεις εναλλάκτη αντιρροής



$$ΔΤ\_{1}=T\_{gin}-T\_{wout}$$

$$ΔΤ\_{2}=T\_{gout}-T\_{win}$$

$$ΔΤ\_{ln}=\frac{ΔΤ\_{1}-ΔΤ\_{2}}{ln\left(\frac{ΔΤ\_{1}}{ΔΤ\_{2}}\right)}$$

Είναι ένα σύστημα (3Χ3), άρα πρέπει να έχει 3 αγνώστους για να λυθεί. Για παράδειγμα, στο φυσικό πρόβλημα οι άγνωστοι είναι οι θερμοκρασίες εξόδου και η μεταφερόμενη ισχύς. Δηλαδή: Τgout, Twout, Q.

**Βήμα Π3.** Επεξεργασία Εξισώσεων

$$Q=\dot{m}\_{g} c\_{pg}\*ΔΤ\_{g }, όπου ΔΤ\_{g }=T\_{gin}-T\_{gout}=T\_{gin}-\left(\frac{Q}{\dot{m}\_{g} c\_{pg}}\right)$$

$$Q=\dot{m}\_{w} c\_{pw}\*ΔΤ\_{w }, όπου ΔΤ\_{w }=T\_{win}-T\_{wout}=T\_{win}-\left(\frac{Q}{\dot{m}\_{w} c\_{pw}}\right)$$

$$ΔΤ\_{ln}=\frac{\left(T\_{gin}-T\_{wout}\right)-\left(T\_{gout}-T\_{win}\right)}{ln\left(\frac{\left(T\_{gin}-T\_{wout}\right)}{\left(T\_{gout}-T\_{win}\right)}\right)}=\frac{\left(ΔΤ\_{g }-ΔΤ\_{w }\right)}{ln\left(\frac{\left(T\_{gin}-T\_{wout}\right)}{\left(T\_{gout}-T\_{win}\right)}\right)}$$

$$\frac{\left(T\_{gin}-T\_{wout}\right)}{\left(T\_{gout}-T\_{win}\right)}=\frac{T\_{gin}-T\_{win}-\frac{Q}{\dot{m}\_{w} c\_{pw}}}{T\_{gin}-T\_{win}-\frac{Q}{\dot{m}\_{g} c\_{pg}}}=\frac{ΔΤ\_{in}-\frac{Q}{\dot{m}\_{w} c\_{pw}}}{ΔΤ\_{in}-\frac{Q}{\dot{m}\_{g} c\_{pg}}}, όπου ΔΤ\_{in}=T\_{gin}-T\_{win}$$

$$ΔΤ\_{g }-ΔΤ\_{w }=\left(\frac{Q}{\dot{m}\_{g} c\_{pg}}\right)-\left(\frac{Q}{\dot{m}\_{w} c\_{pw}}\right)=Q∙\left(\left(\frac{1}{\dot{m}\_{g} c\_{pg}}\right)-\left(\frac{1}{\dot{m}\_{w} c\_{pw}}\right)\right)$$

**Βήμα Π4.**  Εισαγωγή των επεξεργασμένων εξισώσεων στην εξίσωση της θερμότητας (Q).

Συνεπώς

$$ΔΤ\_{ln}=\frac{Q∙\left(\left(\frac{1}{\dot{m}\_{g} c\_{pg}}\right)-\left(\frac{1}{\dot{m}\_{w} c\_{pw}}\right)\right)}{ln\left(\frac{\left(ΔT\_{in}-Q∙\left(\frac{1}{\dot{m}\_{w} c\_{pw}}\right)\right)}{\left(ΔT\_{in}-Q∙\left(\frac{1}{\dot{m}\_{g} c\_{pg}}\right)\right)}\right)}$$

Όμως,

$$Q=\left(UA\right)ΔΤ\_{ln}⟹Q=\left(UA\right)∙\frac{Q∙\left(\left(\frac{1}{\dot{m}\_{g} c\_{pg}}\right)-\left(\frac{1}{\dot{m}\_{w} c\_{pw}}\right)\right)}{ln\left(\frac{\left(ΔT\_{in}-Q∙\left(\frac{1}{\dot{m}\_{w} c\_{pw}}\right)\right)}{\left(ΔT\_{in}-Q∙\left(\frac{1}{\dot{m}\_{g} c\_{pg}}\right)\right)}\right)}$$

$$ όπου \frac{\left(ΔT\_{in}-Q∙\left(\frac{1}{\dot{m}\_{w} c\_{pw}}\right)\right)}{\left(ΔT\_{in}-Q∙\left(\frac{1}{\dot{m}\_{g} c\_{pg}}\right)\right)}=e^{\left(UA\right)∙\left(\frac{1}{\dot{m}\_{g} c\_{pg}}\right)-\left(\frac{1}{\dot{m}\_{w} c\_{pw}}\right)}$$

**Βήμα Π5 .** Απλοποίηση βοηθητικών εξισώσεων και επίλυση της εξίσωσης ως προς Q.

Για διευκόλυνση ορίζουμε τα εξής:

$$\left(\frac{1}{\dot{m}\_{w} c\_{pw}}\right)=c\_{w} ,\left(\frac{1}{\dot{m}\_{g} c\_{pg}}\right)=c\_{g}$$

$\frac{\left(ΔT\_{in}-Q∙c\_{w} \right)}{\left(ΔT\_{in}-Q∙c\_{g}\right)}= e^{\left(UA\right)∙\left(\frac{1}{\dot{m}\_{g} c\_{pg}}\right)-\left(\frac{1}{\dot{m}\_{w} c\_{pw}}\right)}=c\_{o}$⟹$ ΔT\_{in}-Q∙c\_{w}=c\_{o}∙\left(ΔT\_{in}-Q∙c\_{g}\right)$⟹

$$\left(c\_{o}c\_{g}-c\_{w}\right)∙Q=\left(c\_{o}-1\right)∙ΔT\_{in}$$

$$Q=\frac{\left(c\_{o}-1\right)}{\left(c\_{o}c\_{g}-c\_{w}\right)}∙ΔT\_{in}⟹Q=\frac{e^{\left(UA\right)∙\left(c\_{g}-c\_{w}\right)}-1}{e^{\left(UA\right)∙\left(c\_{g}-c\_{w}\right)}∙c\_{g}-c\_{w}}∙\left(T\_{gin}-T\_{win}\right)⟹$$

$$Q=\frac{e^{\left(UA\right)∙\left(\left(\frac{1}{\dot{m}\_{g} c\_{pg}}\right)-\left(\frac{1}{\dot{m}\_{w} c\_{pw}}\right)\right)}-1}{e^{\left(UA\right)∙\left(\left(\frac{1}{\dot{m}\_{g} c\_{pg}}\right)-\left(\frac{1}{\dot{m}\_{w} c\_{pw}}\right)\right)}∙\left(\frac{1}{\dot{m}\_{g} c\_{pg}}\right)-\left(\frac{1}{\dot{m}\_{w} c\_{pw}}\right)}∙\left(T\_{gin}-T\_{win}\right)$$

Γνωρίζοντας το Q, υπολογίζονται τα υπόλοιπα ως εξής:

* $T\_{gout}=T\_{gin}-\left(\frac{Q}{\dot{m}\_{g} c\_{pg}}\right)$
* $T\_{wout}=T\_{win}+\left(\frac{Q}{\dot{m}\_{w} c\_{pw}}\right)$