

# ΣΥΜΒΟΛΗΣ ΚΑΙ ΠΕΡΙΘΛΑΣΗΣ ΣΥΜΦΩΝΟΥ ΦΩΤΟΣ

## 1. Η ΘΕΩΡΙΑ ΤΗΣ ΣΥΜΒΟΛΗΣ

Κάθε δέσμη οπτικής ακτινοβολίας αποτελείται από ένα πολύ μεγάλο αριθμό ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων, τα οποία είναι δυνατό να έχουν παραπλήσιες συχνότητες, (περίπτωση LASER), ή διαφορετικές συχνότητες, (περίπτωση τυχούσας συμβατικής πηγής), και τα οποία έχουν την ίδια ταχύτητα διάδοσης σε κάθε σημείο του χώρου. Τα ηλεκτρικά και τα μαγνητικά πεδία που προέρχονται τόσο από την ίδια δέσμη, όσο και από διαφορετικές δέσμες, όταν συναντώνται σε κάποιο σημείο του χώρου θα αθροίζονται σύμφωνα με την αρχή της υπέρθεσης. Αυτό σημαίνει ότι σε κάθε σημείο του χώρου, το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο θα προκύπτουν από το διανυσματικό άθροισμα των πεδίων που προέρχονται από κάθε δέσμη.

Στη περίπτωση που οι οπτικές δέσμες προέρχονται από διαφορετικές οπτικές πηγές, (όχι LASER), τα στοιχειώδη ηλεκτρομαγνητικά κύματα δεν θα έχουν καμιά σχέση μεταξύ τους, με αποτέλεσμα σε κάθε σημείο του χώρου, η συνολική ένταση του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου να έχει τυχαίες τιμές. Αυτό σημαίνει ότι, σε κάθε χρονική στιγμή η ένταση των πεδίων του κύματος σε κάποιο σημείο του χώρου μπορεί να είναι μέγιστη και την αμέσως επόμενη στιγμή να είναι ελάχιστη. Εάν οι δέσμες είναι ορατές, το ανθρώπινο μάτι θα αντιλαμβάνεται ένα ομοιόμορφο φωτισμό.

Στη περίπτωση τώρα που οι οπτικές δέσμες προέρχονται από την ίδια οπτική πηγή, ή από διαφορετικές πηγές LASER, μεταξύ των στοιχειωδών ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων θα υπάρχει κάποιος βαθμός συσχετισμού όσον αφορά τη συχνότητα και τη φάση των ταλαντώσεων. Αυτό σημαίνει ότι μέσα στις δέσμες θα υπάρχει ένας αριθμός στοιχειωδών ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων τα οποία θα έχουν την ίδια συχνότητα και η διαφορά φάσης τους θα είναι ίση με άρτιο ή περιττό πολλαπλάσιο του  $\pi/2$ . Κάτω από τις συνθήκες αυτές, η διαδικασία υπέρθεσης των στοιχειωδών ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων θα δημιουργεί στο χώρο διακριτές περιοχές στις οποίες η ένταση της οπτικής ακτινοβολίας θα είναι μέγιστη ή ελάχιστη, αντίστοιχα. Στη συγκεκριμένη αυτή περίπτωση, το αποτέλεσμα της υπέρθεσης των στοιχειωδών ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων αποτελεί το φαινόμενο της συμβολής.

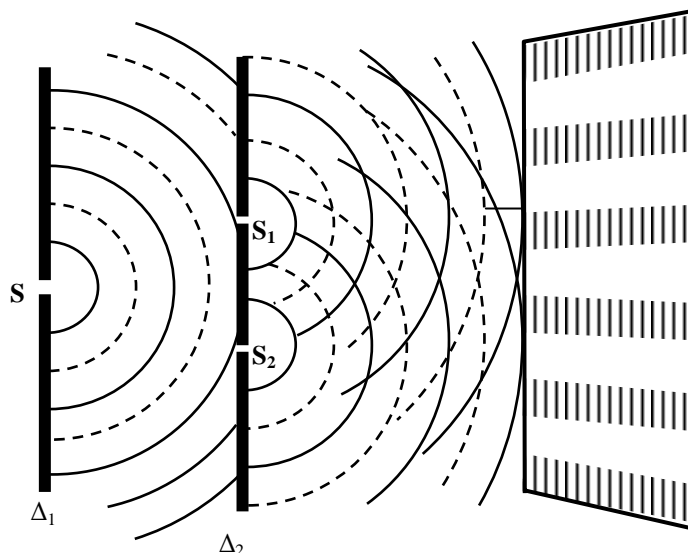
Είναι δυνατό να παρατηρήσουμε φαινόμενα συμβολής στο φυσικό φως, αρκεί να χρησιμοποιήσουμε σύμφωνες φωτεινές πηγές. Γενικά, δυο φωτεινές πηγές είναι σύμφωνες όταν πληρούν τους παρακάτω δυο όρους:

- α. Σε κάθε στοιχειώδη φωτεινή πηγή της μιας φωτεινής πηγής να αντιστοιχεί μια όμοια όποια στοιχειώδη πηγή της άλλης.
- β. Όλες οι στοιχειώδης φωτεινές πηγές, ανά ζεύγη, να έχουν κάθε χρονική στιγμή την αυτή διαφορά φάσης  $\Delta\phi$ .

Παρατηρούμε ότι είναι αδύνατον να υπάρξουν δυο σύμφωνες φωτεινές, και γενικά οπτικές πηγές, αφού δεν είναι δυνατό να πληρούνται οι παραπάνω δυο όροι. Όμως, με διάφορα τεχνάσματα μπορούμε να επιτύχουμε σύμφωνες οπτικές πηγές, όπως για παράδειγμα με το πείραμα του Young.

Ο Thomas Young ήταν ένας από τους πρώτους που ανέπτυξε μια μέθοδο δημιουργίας συνθηκών συμβολής. Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή, μια μονοχρωματική φωτεινή πηγή, (π.χ. λάμπα ατμών Na), φωτίζει ισχυρά μια λεπτή σχισμή S η οποία ευρίσκεται πάνω σε διάφραγμα  $\Delta_1$ , (βλέπε ΣΧΗΜΑ 1). Σύμφωνα με την αρχή του Huygens, η σχισμή S γίνεται δευτερογενής

πηγή νέων κυμάτων, τα οποία προσπίπτουν πάνω στο διάφραγμα  $\Delta_2$  το οποίο φέρει δυο πολύ λεπτές σχισμές  $S_1$  και  $S_2$ . Το διάφραγμα  $\Delta_2$  είναι παράλληλο με το  $\Delta_1$  η δε σχισμή  $S$  βρίσκεται πάνω στη μεσοκάθετο του τμήματος που ορίζεται από τις σχισμές  $S_1$  και  $S_2$  της οθόνης  $\Delta_2$ . Τα κύματα που αναχωρούν από τη σχισμή  $S$  φθάνουν στις σχισμές  $S_1$  και  $S_2$  με την ίδια φάση, και κατά συνέπεια οι στοιχειώδεις πηγές που αντιστοιχούν στις σχισμές αυτές θα είναι συμφασικές και φυσικά τα κύματα που θα εκπέμπουν οι σημειακές πηγές  $S_1$  και  $S_2$  θα ικανοποιούν τις συνθήκες συμβολής.

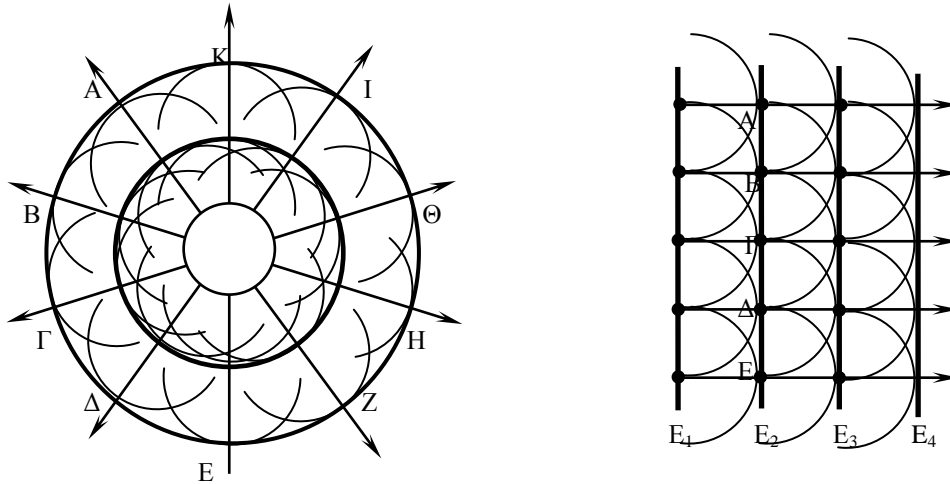


ΣΧΗΜΑ 1

Πράγματι, αν τοποθετήσουμε μια οθόνη  $\Pi$  παράλληλα με το διάφραγμα  $\Delta_2$ , τότε πάνω στην οθόνη θα εμφανισθεί η εικόνα της συμβολής, η οποία θα αποτελείται από διακριτές φωτεινές και σκοτεινές ζώνες., (βλέπε ΣΧΗΜΑ 1).

### 1.1 Η Αρχή του Huygens.

Για τη καλύτερη κατανόηση τόσο των φαινομένων της συμβολής όσο και των φαινομένων της περίθλασης, θεωρούμε σκόπιμο να αναφέρουμε εδώ την αρχή του Huygens σύμφωνα με την οποία είναι εύκολο να παρακολουθούμε τις διαδοχικές θέσεις  $E_1, E_2, E_3, \dots$  μιας δοσμένης ισοφασικής επιφάνειας, π.χ. σφαιρικής, δεχόμενοι ότι κάθε σημείο  $A, B, \Gamma, \Delta, E, \dots$  της επιφάνειας  $E_1$  αποτελεί στοιχειώδη πηγή δευτερογενών κυμάτων. 'Αν το μέσο διάδοσης είναι ισότροπο τότε τα δευτερογενή αυτά κύματα διαδίδονται προς όλες τις διευθύνσεις με σταθερή ταχύτητα  $V$  και επομένως σε χρονικό διάστημα  $\Delta t$  θα έχουν δημιουργήσει επί μέρους σφαιρικές ισοφασικές επιφάνειες η κάθε μια από τις οποίες θα έχει ακτίνα ίση με  $V \cdot \Delta t$ , (βλέπε και ΣΧΗΜΑ 2α). Αποδεικνύεται ότι τα στοιχειώδη αυτά κύματα αλληλοανααιρούνται σε όλα τα άλλα σημεία, εκτός των σημείων εκείνων που βρίσκονται πάνω στην επιφάνεια  $E_2$  που περιβάλλει τις δευτερογενείς σφαιρικές ισοφασικές επιφάνειες. Παρατηρούμε ότι η περιβάλλουσα αυτή  $E_2$  είναι μια νέα ισοφασική επιφάνεια του αρχικού κύματος που απέχει από την ισοφασική επιφάνεια  $E_1$  απόσταση ίση με  $V \cdot \Delta t$ . Με ανάλογο τρόπο προσδιορίζεται και η θέση της επιφάνειας  $E_3$ .



ΣΧΗΜΑ 2

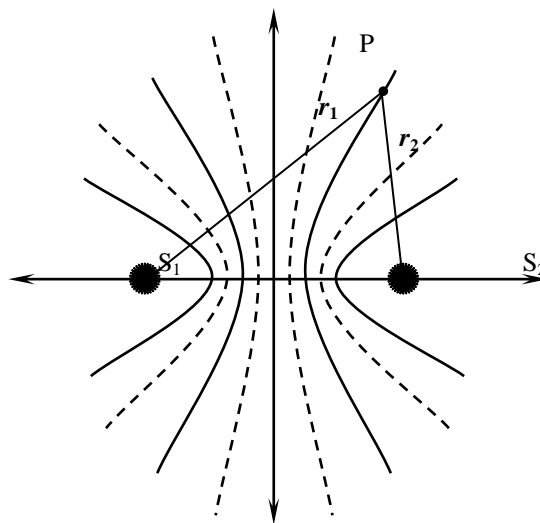
Εύκολα διαπιστώνει κανείς ότι με τους ίδιους ακριβώς συλλογισμούς είναι δυνατό να προσδιορίζουμε και τις διαδοχικές ισοφασικές επιφάνειες των επιπέδων κυμάτων, (βλέπε ΣΧΗΜΑ 2β).

## 1.2 Συμβολή δυο Κυμάτων.

Ας θεωρήσουμε δυο σημειακές οπτικές πηγές  $S_1$  και  $S_2$ , (βλέπε ΣΧΗΜΑ 3), και ας δεχθούμε ότι έχουν πάντα την ίδια φάση. Όταν συμβαίνει αυτό, ή γενικότερα, όταν οι δυο σημειακές πηγές έχουν την ίδια αρχική διαφορά φάσης  $\Delta\phi$ , σε κάθε χρονική στιγμή, τότε λέμε ότι οι πηγές αυτές είναι σύμφωνες.

Έστω ότι η κάθε μια από τις δυο πηγές εκπέμπει οπτικά κύματα των οποίων η εξίσωση κύματος για την ένταση  $E$  του ηλεκτρικού πεδίου δίνεται από τη σχέση:

$$E = E_0 \sin(\omega t) \quad (1)$$



ΣΧΗΜΑ 3

Τα κύματα αυτά διαδίδονται στο χώρο προς όλες τις διευθύνσεις. Αν θεωρήσουμε ένα σημείο P, το οποίο απέχει αποστάσεις  $r_1$  και  $r_2$  από τις πηγές  $S_1$  και  $S_2$ , αντίστοιχα, τότε στο σημείο αυτό φθάνουν δυο κύματα με αντίστοιχες εξισώσεις κύματος:

$$E_1 = E_0 \sin(k r_1 - \omega t) \quad (2)$$

$$E_2 = E_0 \sin(k r_2 - \omega t)$$

τα οποία συμβάλλουν και δίνουν ένα νέο κύμα με εξίσωση:

$$E_{o\lambda} = E_1 + E_2 = 2E_0 \cos\left(\frac{k(r_1 - r_2)}{2}\right) \sin\left(\frac{k(r_1 + r_2)}{2} - \omega t\right) \quad (3)$$

και με πλάτος

$$E_{0,o\lambda} = 2E_0 \cos\left(\frac{k(r_1 - r_2)}{2}\right) \quad (4)$$

όπου:

$$2\pi\left(\frac{r_1 - r_2}{2}\right) = \Delta\varphi \quad (5)$$

είναι η διαφορά φάσης των δυο κυμάτων στο σημείο P, και  $k$ ,  $\omega$  είναι ο κυματαριθμός και η γωνιακή συχνότητα του οπτικού κύματος, αντίστοιχα.

Παρατηρούμε ότι το αποτέλεσμα της συμβολής των δυο κυμάτων, τα οποία προέρχονται από τις σύμφωνες πηγές  $S_1$  και  $S_2$  εξαρτάται ουσιαστικά από τη διαφορά  $r_1 - r_2$  των αποστάσεων του σημείου P από τις πηγές αυτές. Από τις ΣΧΕΣΕΙΣ (4) και (5) προκύπτει ότι στη περίπτωση που η διαφορά φάσης  $\Delta\varphi$  είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του  $\pi$ , δηλαδή όταν,

$$\Delta\varphi = m\pi \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots$$

τότε, από τη ΣΧΕΣΗ (5) προκύπτει ότι

$$r_1 - r_2 = m\lambda \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (6)$$

Στη περίπτωση αυτή το τελικό κύμα θα έχει μέγιστο πλάτος ίσο με:

$$E_{0,o\lambda} = 2E_0$$

που σημαίνει ότι στα σημεία του χώρου όπου ικανοποιείται η ΣΧΕΣΗ (6) θα υπάρχει έντονος φωτισμός.

Αντίθετα, στη περίπτωση που η διαφορά φάσης  $\Delta\varphi$  είναι περιττό πολλαπλάσιο του  $\pi/2$ , δηλαδή όταν

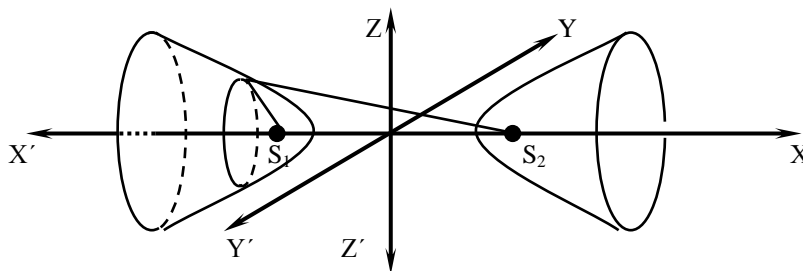
$$\Delta\varphi = (2m+1)\frac{\pi}{2}$$

από τη ΣΧΕΣΗ (5) προκύπτει ότι

$$r_1 - r_2 = (2m+1)\frac{\lambda}{2} \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (7)$$

Στα σημεία του χώρου όπου ικανοποιείται η ΣΧΕΣΗ (7) θα συμβαίνει ολική απόσβεση των κυμάτων που συμβάλλουν.

Το σύνολο των σημείων τα οποία ευρίσκονται επάνω σε κάθε επίπεδο το οποίο περιέχει τις δυο οπτικές πηγές και τα οποία ικανοποιούν τις ΣΧΕΣΕΙΣ (6) και (7) θα δημιουργούν ένα σμήνος υπερβολών των οποίων οι εστίες είναι οι οπτικές πηγές  $S_1$  και  $S_2$ . Στο ΣΧΗΜΑ 3 οι συνεχείς υπερβολές αντιστοιχούν στη ΣΧΕΣΗ (6), ενώ οι διακοπτόμενες υπερβολές αντιστοιχούν στη ΣΧΕΣΗ 7. Στο χώρο, η απεικόνιση των ΣΧΕΣΕΩΝ (6) και (7) αποτελεί σμήνος υπερβολοειδών εκ περιστροφής, (βλέπε ΣΧΗΜΑ 4).



ΣΧΗΜΑ 4

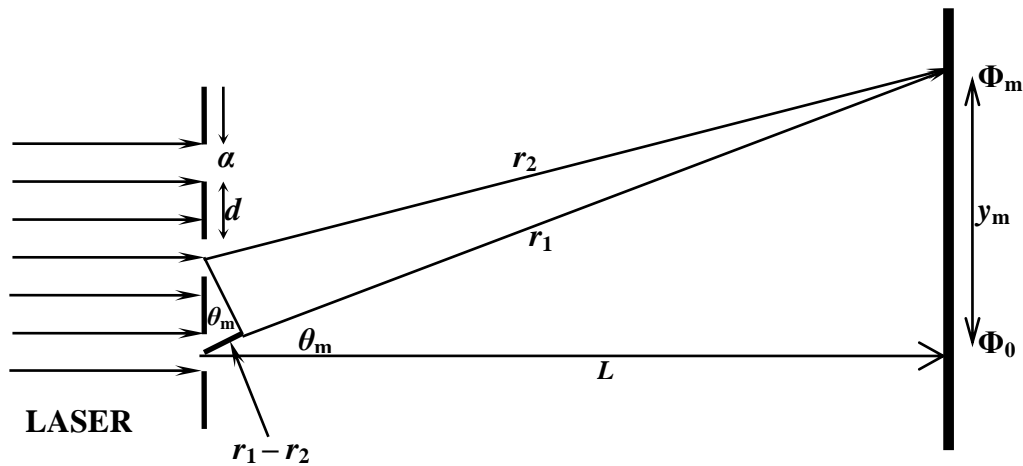
Η απεικόνιση της συμβολής σε οθόνη που είναι παράλληλο με τη διεύθυνση που ορίζουν οι δυο πηγές θα είναι ένα πλήθος από παράλληλους φωτεινούς και σκοτεινούς κροσσούς. Αντίθετα, η απεικόνιση της συμβολής πάνω σε οθόνη που είναι κάθετο στη διεύθυνση που ορίζουν οι δυο πηγές θα είναι ένα πλήθος από ομόκεντρους φωτεινούς και σκοτεινούς δακτυλίους.

### 1.3 Συμβολή Σύμφωνου Φωτός με Φράγμα.

Στην οπτική, με τον όρο φράγμα εννοούμε κάποιο γυάλινο πλακίδιο το οποίο φέρει μεγάλο αριθμό παράλληλων και διαφανών σχισμών οι οποίες έχουν εύρος  $a$  και απέχουν μεταξύ τους σταθερή απόσταση  $d$ . Η απόσταση  $d$  καλείται **σταθερά του φράγματος**. Για παράδειγμα, ένα οπτικό φράγμα με 600 σχισμές ανά mm θα έχει σταθερά  $d = 1/600$  mm.

Εάν τώρα επί του φράγματος προσπέσει μονοχρωματική δέσμη παράλληλων ακτινών, π.χ δέσμη ακτινών LASER, οι σχισμές του φράγματος θα αποτελούν δευτερογενείς πηγές συμφασικών κυμάτων τα οποία, σύμφωνα με τη αρχή του Huygens, θα διαδίδονται προς όλες τις διευθύνσεις, θα συμβάλλουν μεταξύ τους και θα δίνουν πάνω σε οθόνη παράλληλους φωτεινούς και σκοτεινούς κροσσούς συμβολής.

Σκοπός μας είναι να προσδιορίσουμε μια σχέση που να συνδέει μεταξύ τους τη σταθερά του φράγματος  $d$ , το μήκος κύματος  $\lambda$  της οπτικής ακτινοβολίας και της απόστασης  $y_m$  των φωτεινών κροσσών συμβολής από τον μηδενικής τάξης κροσσό. Έτσι, στο ΣΧΗΜΑ 5 έχουμε σε μεγέθυνση τμήμα οπτικού φράγματος και δύο φωτεινές ακτίνες που προέρχονται από δύο διαδοχικές σχισμές και που συμβάλλουν στο σημείο  $\Phi_m$  της οθόνης Π.



ΣΧΗΜΑ 5

Για να έχουμε στο σημείο  $\Phi_m$  φωτεινό κροσσό συμβολής πρέπει να ικανοποιείται η ΣΧΕΣΗ (6), δηλαδή πρέπει,

$$r_1 - r_2 = m\lambda \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (8)$$

όπου  $m$  είναι η τάξη του φωτεινού κροσσού συμβολής. Δεδομένου τώρα ότι  $\alpha \ll L$ , όπου  $L$  είναι η απόσταση του φράγματος από την οθόνη  $\Pi$ , έχουμε με πολύ καλή προσέγγιση ότι, (βλέπε ΣΧΗΜΑ 5):

$$r_1 - r_2 = \alpha \sin(\theta_m)$$

όπου  $\theta_m$  είναι η γωνία στην οποία αντιστοιχεί ο φωτεινός κροσσός συμβολής  $\Phi_m$ , (βλέπε και ΣΧΗΜΑ 5). Οπότε η ΣΧΕΣΗ (8) γίνεται,

$$\alpha \sin(\theta_m) = m\lambda \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (9)$$

και

$$\sin(\theta_m) = \frac{y_m}{\sqrt{L^2 + y_m^2}}$$

Ενδεικτικά αναφέρουμε εδώ ότι, οι γωνιακές αποστάσεις των κροσσών συμβολής καθορίζονται από το λόγο  $\lambda/d$ , ενώ οι σχετικές εντάσεις αυτών από το λόγο  $\lambda/a$ . Η εξάρτηση των αποτελεσμάτων της συμβολής από τα μεγέθη  $d$  και  $a$  προσδιορίζεται σε επόμενη παράγραφο.

#### 1.4 Συμβολόμετρο Michelson.

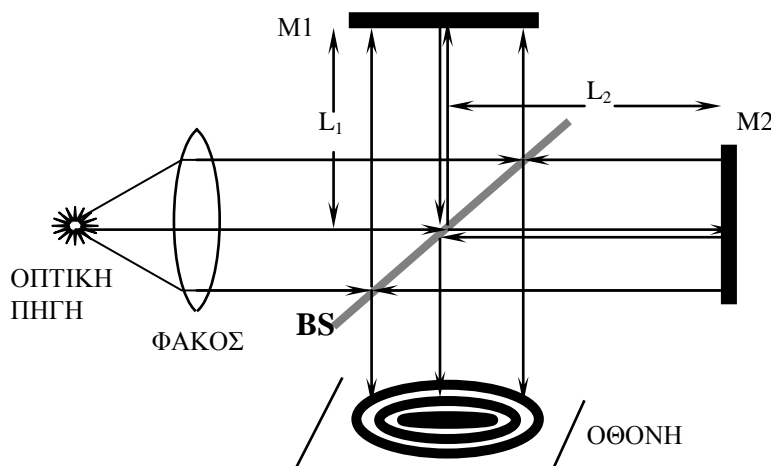
Το 1881 ο Michelson σχεδίασε και κατασκεύασε ένα συμβολόμετρο για να ελέγξει την ύπαρξη του αιθέρα. Σημειώνουμε εδώ ότι, πολλοί επιστήμονες της εποχής εκείνης πίστευαν ότι ο αιθέρας ήταν απαραίτητος για τη διάδοση του φωτός στο κενό.

Πέρα όμως από αυτή τη προσπάθεια του Michelson, το συγκεκριμένο συμβολόμετρο χρησιμοποιήθηκε, και χρησιμοποιείται ακόμη σε πολλές περιπτώσεις. Συγκεκριμένα, με το συμβολόμετρο του Michelson μπορούμε να μετρήσουμε:

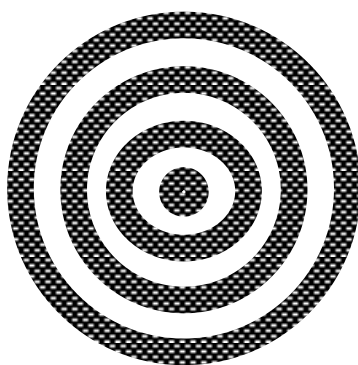
- α. το μήκος κύματος μιας οπτικής ακτινοβολίας,
- β. εξαιρετικά μικρά διαστήματα, (ακόμα και της τάξης των nm),

- γ. παραμέτρους και σφάλματα οπτικών μέσων και εξαρτημάτων, (π.χ. φακών), και
- δ. τη χρονική συμφωνία της ακτινοβολίας LASER.

Το ΣΧΗΜΑ 6 δείχνει ένα διάγραμμα του συμβολόμετρου του Michelson. Το συμβολόμετρο αυτό περιλαμβάνει ένα διαχωριστή δέσμης, (BS), του οποίου η ανακλαστικότητα και η διαπερατότητα είναι αντίστοιχα 50 %, ένα μετακινούμενο καθρέπτη, (M2), και ένα ρυθμιζόμενο καθρέπτη, (M1). Και τα τρία αυτά εξαρτήματα είναι κατασκευασμένα έτσι ώστε οι επιφάνειές του να είναι εξαιρετικά λείες. Οι καθρέπτες και ο διαχωριστής δέσμης είναι τοποθετημένα σε ειδική μεταλλική βάση όπως δείχνει το ΣΧΗΜΑ 5.6. Η δέσμη του LASER προσπίπτει στο διαχωριστή δέσμης, (BS). Το 50% της δέσμης περνά προς το μετακινούμενο καθρέπτη και το υπόλοιπο 50% ανακλάται προς τον ρυθμιζόμενο καθρέπτη M1. Και οι δυο καθρέπτες ανακλούν την οπτική ακτινοβολία πίσω προς το διαχωριστή δέσμης. Το 50% της δέσμης από το καθρέπτη M2 ανακλάται από το διαχωριστή δέσμης προς την οθόνη και το 50% της δέσμης από το καθρέπτη M1 διαπερνά το διαχωριστή δέσμης και προσπίπτει στην οθόνη. Από το γεγονός ότι και οι δυο επιμέρους δέσμες που φθάνουν στην οθόνη προέρχονται από την ίδια οπτική πηγή, π.χ. το ίδιο LASER, προκύπτει ότι οι φάσεις τους θα διατηρούν σταθερή σχέση μεταξύ τους. Αυτό σημαίνει ότι η σχετική φάση των κυμάτων που συναντώνται σε κάποιο σημείο της οθόνης θα εξαρτάται αποκλειστικά και μόνο από τη διαφορά των διαστημάτων που διανύουν οι επιμέρους δέσμες μέχρι να φθάσουν στο συγκεκριμένο σημείο της οθόνης.



ΣΧΗΜΑ 6



ΣΧΗΜΑ 7

Κάτω από τις συνθήκες αυτές, αν μεταξύ πηγής LASER και διαχωριστή δέσμης τοποθετήσουμε ένα φακό, η δέσμη ανοίγει περισσότερο και επάνω στο πέτασμα εμφανίζονται σκοτεινά και φωτεινά δακτυλίδια, (ΣΧΗΜΑ 7). Μετακινώντας το καθρέπτη M2, το μήκος της διαδρομής που διανύει η μια από τις επιμέρους δέσμες μεταβάλλεται. Από το γεγονός ότι η δέσμη αυτή διασχίζει δυο φορές το τμήμα μεταξύ του καθρέπτη M1 και του διαχωριστή δέσμης, μετακινώντας το καθρέπτη M2 κατά  $\lambda/4$  προς το διαχωριστή δέσμης το διάστημα που θα διανύει η αντίστοιχη δέσμη θα μειωθεί κατά  $\lambda/2$ . με αποτέλεσμα η εικόνα της συμβολής να αλλάξει. Συγκεκριμένα, οι ακτίνες των φωτεινών κυκλικών κροσσών θα ελαττωθούν έτσι ώστε αυτοί να καταλάβουν τις γειτονικές θέσεις των σκοτεινών δακτυλιδιών.

Αν μετακινήσουμε κατά  $\lambda/4$  πάλι το καθρέπτη M2 οι ακτίνες των φωτεινών δακτυλιδιών θα μειωθούν έτσι ώστε τα φωτεινά δακτυλίδια να καταλάβουν τις θέσεις των γειτονικών σκοτεινών δακτυλιδιών οπότε η νέα εικόνα της συμβολής να είναι η ίδια με την αρχική.

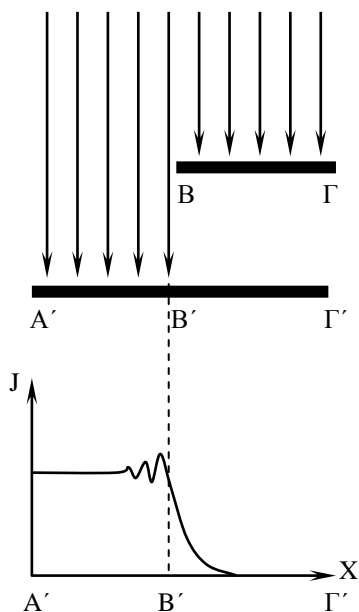
Μετακινώντας τον καθρέπτη M2 αργά κατά διάστημα  $d_N$  και μετρώντας τον αριθμό N των φωτεινών δακτυλιδιών που διέρχονται από ένα συγκεκριμένο σημείο της εικόνας της συμβολής μπορούμε να υπολογίσουμε το μήκος κύματος της οπτικής ακτινοβολίας με τη βοήθεια της σχέσης:

$$\lambda = \frac{2d_N}{N} \quad (10)$$

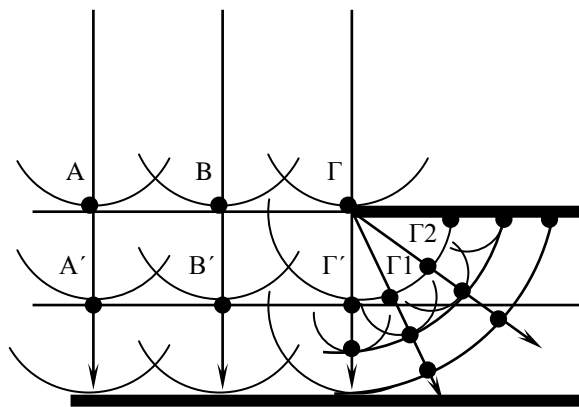
Εάν το μήκος κύματος της ακτινοβολίας είναι γνωστό, με τη βοήθεια της παραπάνω σχέσης είναι δυνατό να μετρήσουμε πάρα πολύ μικρές μετατοπίσεις.

## 2. ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ ΦΩΤΟΣ

Αν θεωρήσουμε ένα κύμα που περνά ένα εμπόδιο, τότε παρατηρούμε ότι ένα μέρος του κύματος μπαίνει και στη περιοχή της σκιάς. Το φαινόμενο αυτό οφείλεται στη ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ του κύματος στα όρια του εμποδίου.



ΣΧΗΜΑ 5.8



ΣΧΗΜΑ 5.9



Κατά τον ίδιο τρόπο συμπεριφέρεται και το φως. Αν θεωρήσουμε παράλληλη δέσμη φωτός, που πέφτει σε ένα αδιαφανές πέτασμα ΒΓ, (ΣΧΗΜΑ 8), παρατηρούμε ότι, στην οθόνη Α'Β'Γ' δεν φωτίζεται μόνο η περιοχή Α'Β', αλλά και η περιοχή Β'Γ' όπου θα περίμενε κανείς να υπάρχει αυστηρά καθορισμένη σκιά. Με άλλα λόγια, βλέπουμε ότι στο σημείο Β' υπάρχει ασάφεια ως προς το όριο της σκιάς, ενώ παράλληλα παρατηρούμε τοπικές αυξομειώσεις της έντασης J του φωτός, (ΣΧΗΜΑ 8, κάτω).

Αυτή η απόκλιση της πορείας των φωτεινών ακτινών από το νόμο της ευθύγραμμης διάδοσης αποτελεί ένα φαινόμενο καθαρά κυματικό, που δεν είναι δυνατό να εξηγηθεί από τη Γεωμετρική Οπτική. Το φαινόμενο αυτό περιγράφει τη ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ του φωτός.

Η εξήγηση της ΠΕΡΙΘΛΑΣΗΣ γίνεται μόνο με τη βοήθεια της Αρχής του Huygens, σύμφωνα με την οποία, κάθε σημείο ισοφασικής επιφάνειας κάποιου κύματος, π.χ. τα σημεία Α και Β στο ΣΧΗΜΑ 5.8, μπορεί να θεωρηθεί σαν δευτερογενής πηγή ακτινοβολίας. Με βάση την αρχή αυτή, εύκολα αποδεικνύεται ότι η διάδοση των ισοφασικών επιφανειών του κύματος δεν επηρεάζεται από τα εμπόδια που συναντάνε, (ΣΧΗΜΑ 5.9).

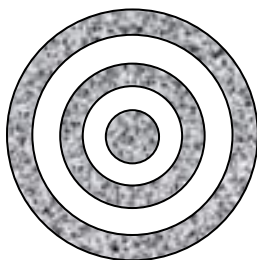
**(ΥΠΟΔΕΙΞΗ:** Κάθε ισοφασική επιφάνεια κύματος είναι περιβάλλουσα των ισοφασικών επιφανειών των δευτερογενών πηγών προηγούμενης ισοφασικής επιφάνειας).

## 2.1 Περίθλαση Σύμφωνου Φωτός σε Οπή.

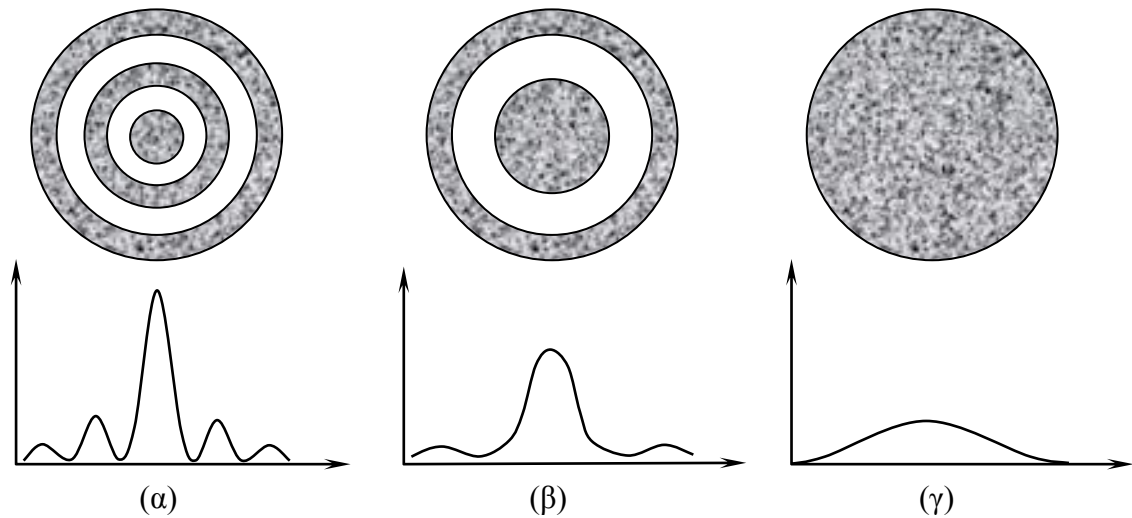
Όταν το φως περνά από ένα άνοιγμα τότε, και στη περίπτωση αυτή, πάνω σε οθόνη δεν θα έχουμε σαφή όρια στο είδωλο του ανοίγματος, εξαιτίας του φαινομένου της περίθλασης. Θα έχουμε πολύ πιο έντονα φαινόμενα περίθλασης, όταν οι διαστάσεις του ανοίγματος είναι συγκρίσιμες με το μήκος κύματος της φωτεινής ακτινοβολίας που χρησιμοποιούμε. Έτσι, αν εξετάσουμε τη περίπτωση κατά την οποία το διάφραγμα που παρεμβάλλεται στη πορεία δέσμης σύμφωνου μονοχρωματικού φωτός φέρει πολύ μικρή οπή. Σε μια τέτοια περίπτωση παρατηρείται σημαντική εκτροπή του φωτός και δημιουργία φωτεινής κηλίδας, που είναι πολύ μεγαλύτερη από την οπή. Η κηλίδα αυτή αποτελείται από δακτυλίους, φωτεινούς και σκοτεινούς εναλλάξ, γύρω από μια φωτεινή κεντρική κηλίδα, (ΣΧΗΜΑ 10).

Στη περίπτωση αυτή, η ακτινική κατανομή της έντασης J του φωτός στη διεύθυνση XX', αποδίδεται στο ΣΧΗΜΑ 5.11.

Οι κατανομές φωτός (α), (β) και (γ) στο ΣΧΗΜΑ 11 προκύπτουν κατά τη περίθλαση σε διαδοχικά μικρότερες οπές. Όσο μικραίνει η διατομή της οπής, παρατηρούμε ότι η κεντρική φωτεινή κηλίδα ευρύνεται ενώ η ένταση της μικραίνει κατά πολύ, (Γιατί;).



ΣΧΗΜΑ 10

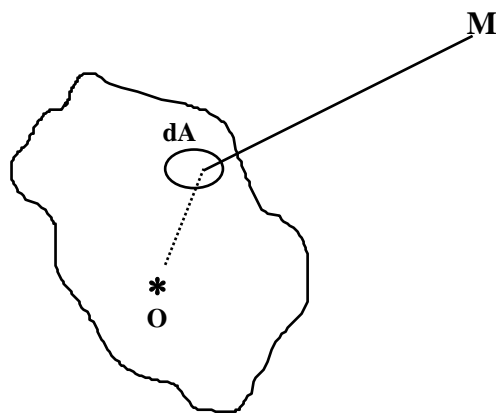


ΣΧΗΜΑ 11

## 2.2 Θεωρία του Kirkhhoff.

Η περίθλαση, όπως είπαμε και παραπάνω, εξηγείται με την αρχή του Huygens. Η αρχή αυτή, στη πιο απλή διατύπωση της, επιτρέπει την εύρεση των διαδοχικών θέσεων μιας ισοφασικής επιφάνειας καθορίζοντας αυτή, κάθε φορά, σαν "περιβάλλουσα" των δευτερογενών κυμάτων που προκύπτουν από τη θεώρηση όλων των σημείων μιας προγενέστερης ισοφασικής επιφάνειας σαν δευτερογενείς σημειακές φωτεινές πηγές. Αν η αρχή του Huygens γενικευθεί κατάλληλα, είναι δυνατό να υπολογισθεί το πλάτος και η φάση του κύματος, σε οποιοδήποτε σημείο του χώρου, αρκεί να γνωρίζουμε το πλάτος και τη φάση σε όλα τα σημεία μιας κλειστής επιφάνειας που θεωρούμε ότι περιβάλλει τη πηγή των κυμάτων. Η γενικευμένη αυτή θεωρία είναι γνωστή σαν θεωρία του Kirchhoff.

Για τη κατανόηση της θεωρίας αυτής ας δεχθούμε ότι στο σημείο  $O$  υπάρχει σημειακή φωτεινή πηγή και έστω ότι ζητάμε την ένταση  $E$  του ηλεκτρικού πεδίου του κύματος στο σημείο  $M$ , (ΣΧΗΜΑ 5.12).



ΣΧΗΜΑ 12

Κατά τη θεωρία του Kirchhoff, το πρόβλημα λύνεται σε δύο φάσεις:

1. Θεωρούμε ότι η πηγή περιβάλλεται από μια αυθαίρετη κλειστή επιφάνεια  $A$  όπου σε κάθε στοιχειώδες τμήμα  $dA$  αυτής υπολογίζουμε το πλάτος και τη φάση του κύματος.
2. Θεωρούμε ότι κάθε στοιχειώδες τμήμα  $dA$  της επιφάνειας  $A$  είναι πηγή δευτερογενών κυμάτων. Βρίσκουμε την ένταση  $E$  του ηλεκτρικού πεδίου του κύματος στο σημείο  $M$ , με τη πρόσθεση των εντάσεων όλων των δευτερογενών κυμάτων, αφού λάβουμε υπόψη μας τα πλάτη και τις φάσεις αυτών καθώς επίσης και το γεγονός ότι το πλάτος κάθε δευτερογενούς κύματος ελαττώνεται αντίστροφα ανάλογα με την απόσταση από τη στοιχειώδη επιφάνεια  $dA$ .

Σαν εφαρμογή της θεωρίας του Kirchhoff, υπολογίζουμε παρακάτω τη κατανομή της έντασης του φωτός, κατά τη περίθλαση σύμφωνου φωτός σε σχισμή, σε οπή καθώς και σε σύστημα σχισμών.

### 2.3 Περίθλαση Σύμφωνου Φωτός σε Σχισμή.

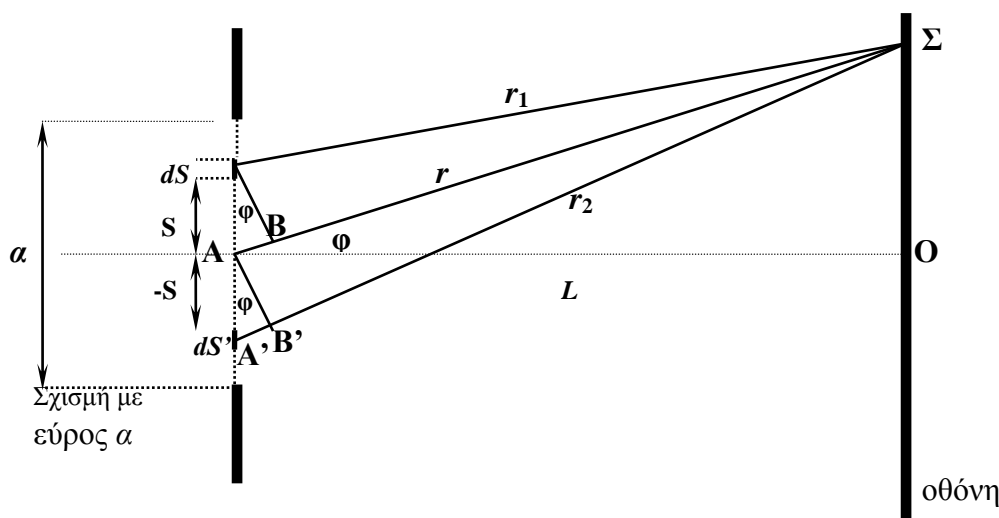
Η ανάλυση που κάναμε στη παράγραφο 5.2.2 ισχύει στις περιπτώσεις όπου το εύρος  $a$  των σχισμών είναι συγκρίσιμο με το μήκος κύματος  $\lambda$  του φωτός. Εδώ θα εξετάσουμε την περίπτωση όπου σύμφωνο φως διέρχεται από σχισμή της οποίας το εύρος  $a$  είναι πολύ μεγαλύτερο από το μήκος κύματος  $\lambda$ . Στο ΣΧΗΜΑ 5.13 έχουμε παραστατικά τη σχισμή και την οθόνη  $\Pi$ , η οποία στη πραγματικότητα πρέπει να απέχει από τη σχισμή απόσταση  $L$  πολύ μεγαλύτερη του εύρους  $a$  αυτής ( $L \gg a$ ). Από τη συνθήκη αυτή προκύπτει ότι:

$$r_1 // r_2 // r$$

Θεωρούμε επίσης ότι όλα τα σημεία της σχισμής βρίσκονται πάνω στην ίδια ισοφασική επιφάνεια του φωτεινού κύματος που διέρχεται από αυτή. Για την απλούστευση του προβλήματος, χωρίζουμε το εύρος  $\beta$  της σχισμής σε πολλά μικρά και ίσα τμήματα  $dS$  κάθε ένα από τα οποία θα εκπέμπει δευτερογενές κύμα με πλάτος  $dE_0$ , που είναι ανάλογο με το  $dS$ , δηλαδή,

$$dE_0 = C \cdot dS \quad (11)$$

όπου  $C$  είναι σταθερά αναλογίας. Το πλάτος αυτό θα ελαττώνεται, κατά τη διάδοση του κύματος, αντίστροφα ανάλογα με την απόσταση  $r$  από τη θέση της στοιχειώδους πηγής  $dS$ , (Γιατί;).



ΣΧΗΜΑ 13

Η ένταση  $J$  του φωτός σε κάποιο σημείο  $\Sigma$  της οθόνης, θα προέρχεται από τα δευτερογενή κύματα που εκπέμπονται από κάθε ένα στοιχειώδες τμήμα  $dS$  της σχισμής, (Γιατί;). Εάν η φάση του κύματος επί της σχισμής είναι  $\omega t$ , τότε τα κύματα που φεύγουν από τα στοιχειώδη τμήματα  $dS$  και  $dS'$ , τα οποία είναι συμμετρικά ως προς το κέντρο της σχισμής θα φθάνουν στο σημείο  $\Sigma$  με στοιχειώδεις εντάσεις του ηλεκτρικού πεδίου  $dE_1$  και  $dE_2$  οι οποίες θα είναι ίσες με:

$$\begin{aligned} dE_1 &= \frac{C \cdot dS}{r_1} \sin(kr_1 - \omega t) \\ dE_2 &= \frac{C \cdot dS}{r_2} \sin(kr_2 - \omega t) \end{aligned} \quad (12)$$

Από το ΣΧΗΜΑ 13 προκύπτουν οι αποστάσεις  $r_1$  και  $r_2$  του σημείου  $\Sigma$  από τις στοιχειώδεις πηγές  $dS$  και  $dS'$  οι οποίες είναι συμμετρικές ως προς τον άξονα της σχισμής,

$$\begin{aligned} r_1 &= (A\Sigma) - (AB) \approx r - S \cdot \sin(\varphi) \\ r_2 &= (B'\Sigma) + (A'B') \approx r + S \cdot \sin(\varphi) \end{aligned} \quad (13)$$

όπου  $S$  και  $r$  είναι οι αποστάσεις των τμημάτων  $dS$  και  $dS'$  και του σημείου  $\Sigma$  από το κέντρο της σχισμής, αντίστοιχα, (ΣΧΗΜΑ 13). Οπότε, η ΣΧΕΣΗ (12) γίνεται,

$$\begin{aligned} dE_1 &= \frac{A \cdot dS}{r_1} \sin(k(r - S \cdot \sin(\varphi)) - \omega t) \\ dE_2 &= \frac{A \cdot dS}{r_2} \sin(k(r + S \cdot \sin(\varphi)) - \omega t) \end{aligned} \quad (14)$$

Δεδομένου τώρα ότι  $a \ll L$ , μπορούμε να θεωρήσουμε, χωρίς να προκαλέσουμε σημαντικό σφάλμα, ότι,

$$\frac{A \cdot dS}{r_1} \cong \frac{A \cdot dS}{r_2} \cong \frac{A \cdot dS}{r} \quad (16)$$

οπότε με άθροιση των ΣΧΕΣΕΩΝ (14) και (15) παίρνουμε το ολικό πλάτος

$$dE = dE_1 + dE_2$$

που δίνουν τα συμμετρικά, ως προς το κέντρο της σχισμής, στοιχειώδη τμήματα  $dS$  και  $dS'$ ,

$$dE = \frac{A \cdot dS}{r} [\sin(k(r + S \cdot \sin(\varphi)) - \omega t) + \sin(k(r - S \cdot \sin(\varphi)) - \omega t)] \quad (17)$$

Η ΣΧΕΣΗ (17), με βάση γνωστή τριγωνομετρική ταυτότητα, γίνεται,

$$dE = \frac{2A \cdot dS}{r} \cos(kS \sin(\varphi)) \cdot \sin(kr - \omega t) \quad (18)$$

Το ολικό μέτρο  $E$  της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου του κύματος στο σημείο  $\Sigma$  θα προκύπτει από την ολοκλήρωση της ΣΧΕΣΗΣ (18), ως προς  $S$ , από  $S=0$  μέχρι  $S=a/2$ . Συγκεκριμένα,

$$E = \frac{2A}{r} \sin(kr - \omega t) \int_{S=0}^{S=a/2} \cos(kS \sin(\varphi)) dS = \frac{2A}{r} \sin(kr - \omega t) \frac{1}{k \sin(\varphi)} \int_{S=0}^{S=a/2} \cos(kS \sin(\varphi)) d(kS \sin(\varphi))$$

$$E = \frac{2A}{r} \sin(kr - \omega t) \frac{1}{k \sin(\varphi)} \sin(k S \sin(\varphi)) \Big|_0^{\frac{a}{2}} = \frac{2A}{r} \frac{\sin\left(k \frac{a}{2} \sin(\varphi)\right)}{k \sin(\varphi)} \sin(kr - \omega t) \Rightarrow$$

$$E = \frac{Aa}{r} \frac{\sin\left(k \frac{a}{2} \sin(\varphi)\right)}{k \frac{a}{2} \sin(\varphi)} \sin(kr - \omega t) \Rightarrow$$

$$E = \frac{A \cdot a}{r} \cdot \frac{\sin(\beta)}{\beta} \cdot \sin(kr - \omega t) \quad (19)$$

όπου

$$\beta = k \frac{a \sin(\varphi)}{2} = \frac{\pi \cdot a \cdot \sin(\varphi)}{\lambda}$$

Παρατηρούμε ότι το μέτρο  $E$  της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου του κύματος στο σημείο  $\Sigma$  της οθόνης μεταβάλλεται ημιτονικά με το χρόνο, το δε πλάτος του,

$$\frac{A \cdot a}{r} \cdot \frac{\sin(\beta)}{\beta}$$

εξαρτάται από τη γωνία  $\varphi$ . Η ένταση  $I_{\text{single}}$  του φωτός στο σημείο  $\Sigma$  είναι ανάλογη του τετραγώνου του πλάτους της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου και ίση με,

$$I_{\text{single}} = C_1 \cdot \frac{\sin^2 \beta}{\beta^2} \quad (21)$$

## 2.4 Περίθλαση Σύμφωνου Φωτός σε δυο Σχισμές.

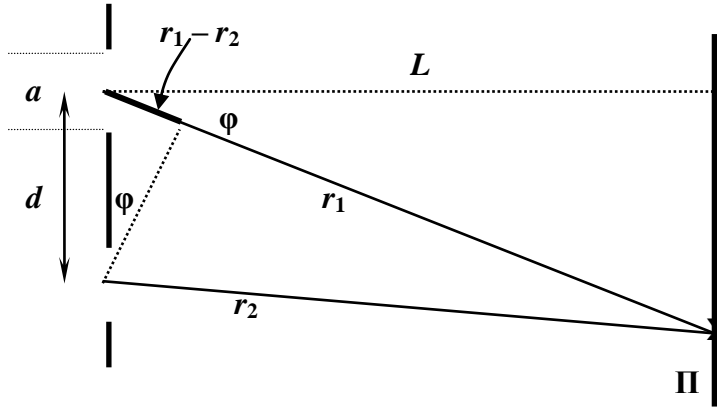
Θεωρούμε δύο σχισμές με εύρος  $a$ , που απέχουν μεταξύ τους απόσταση  $d$ , όπου  $d > a$ , (ΣΧΗΜΑ 14). Και εδώ, η οθόνη  $\Pi$  βρίσκεται σε απόσταση  $L$  πολλές φορές μεγαλύτερη από τις διαστάσεις του συστήματος των δύο σχισμών, ( $L \gg d$ )

Αν  $r_1$  και  $r_2$  είναι οι αποστάσεις του σημείου  $\Sigma$  της οθόνης από τις δύο σχισμές, η ολική ένταση,  $E_{\text{ολ}}$ , του ηλεκτρικού πεδίου του κύματος στο σημείο αυτό θα προκύπτει από τη σύνθεση των κυμάτων που προέρχονται από τις δύο σχισμές, (βλέπε και ΣΧΕΣΗ (19)). Συγκεκριμένα,

$$E_{\text{ολ}} = E_1 + E_2 = C_1 \cdot \frac{\sin \beta}{\beta} \cdot [\sin(kr_1 - \omega t) + \sin(kr_2 - \omega t)]$$

ή

$$E_{\text{ολ}} = C_1 \cdot \frac{\sin \beta}{\beta} \cdot \cos\left(\frac{k(r_1 - r_2)}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{k(r_1 + r_2)}{2} - \omega t\right) \quad (22)$$



ΣΧΗΜΑ 14

Από το ΣΧΗΜΑ 14 προκύπτει ότι

$$r_1 - r_2 = d \cdot \sin(\varphi)$$

Οπότε το ολικό πλάτος του ηλεκτρικού πεδίου του κύματος στο σημείο Σ θα είναι,

$$\text{Ολικό Πλάτος} = \Sigma \tau \alpha \theta \cdot \frac{\sin \beta}{\beta} \cdot \cos \gamma \quad (23)$$

Όπου

$$\gamma = \frac{\pi \cdot d \cdot \sin(\varphi)}{\lambda} \quad (24)$$

και β όπως ορίζει η ΣΧΕΣΗ (20). Από τη ΣΧΕΣΗ (23) προκύπτει ότι η ένταση  $I_{\text{double}}$  του φωτός στο σημείο Σ θα είναι,

$$I_{\text{double}} = C_2 \cdot \frac{\sin^2 \beta}{\beta^2} \cdot \cos^2 \gamma \quad (25)$$

Οι όροι  $\frac{\sin^2 \beta}{\beta^2}$  και  $\cos^2 \gamma$  αποτελούν τους παράγοντες περίθλασης και συμβολής, αντίστοιχα.

## 2.5 Περίθλαση Σύμφωνου Φωτός Σύστημα πολλών Σχισμών, (Φράγμα Περίθλασης).

Στη περίπτωση αυτή, η ένταση του φωτός σε κάποιο σημείο της οθόνης θα δίνεται από τη σχέση,

$$I_N = C_N \cdot \frac{\sin^2 \beta}{\beta^2} \cdot \frac{\sin^2 N\gamma}{\sin^2 \gamma} \quad (26)$$

όπου το μέγεθος β εξαρτάται από το εύρος των σχισμών, (ΣΧΕΣΗ 20), το μέγεθος γ από την απόσταση δύο διαδοχικών σχισμών, δηλαδή από τη σταθερά του φράγματος (ΣΧΕΣΗ 24) και N είναι το πλήθος των σχισμών.

### 3. ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΤΩΝ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΤΗΣ ΠΕΡΙΘΛΑΣΗΣ

#### 3.1 Περίθλαση σε Απλή Σχισμή.

Η φωτεινή ένταση  $J$  γίνεται μηδέν στα σημεία εκείνα της οθόνης που αντιστοιχούν σε γωνία  $\varphi$ , τέτοια ώστε ο όρος  $(\sin\beta)/\beta$  της ΣΧΕΣΗΣ (21) να είναι μηδέν, δηλαδή όταν η γωνία  $\beta$  είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του  $\pi$ ,

$$\beta = m\pi, \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

Τελικά, από τη ΣΧΕΣΗ (20) προκύπτει,

$$\sin(\varphi) = m \frac{\lambda}{b} \quad (5.27)$$

Για  $m=1$  παίρνουμε τη γωνία  $\varphi_P$  στην οποία αντιστοιχούν τα πρώτα σημεία P και P' της οθόνης, όπου η φωτεινή ένταση  $J$  είναι μηδέν, (ΣΧΗΜΑ 15α). Στη περίπτωση αυτή, η ΣΧΕΣΗ (27) γίνεται,

$$\sin(\varphi_P) = \frac{\lambda}{b} \quad (28)$$

Σε όλες τις άλλες περιπτώσεις, στη περιοχή της οθόνης όπου προβάλλεται η περίθλαση θα έχουμε φως το οποίο θα είναι εντονότερο στη περιοχή μεταξύ των πρώτων σημείων μηδενισμού (σημεία P και P'). Όσο απομακρυνόμαστε από τη περιοχή αυτή, το φως μεταξύ των άλλων σημείων μηδενισμού θα γίνεται ασθενέστερο.

Σύμφωνα με τη ΣΧΕΣΗ (28), όσο μικραίνει το εύρος  $a$  της σχισμής τόσο μεγαλώνει η γωνία  $\varphi_S$  του πρώτου μηδενισμού της φωτεινής έντασης  $J$ , με αποτέλεσμα να μεγαλώνει και το εύρος της πρώτης φωτεινής περιοχής  $\Sigma\Sigma'$  στην οθόνη  $\Pi$ , (βλέπε ΣΧΗΜΑ 15β).

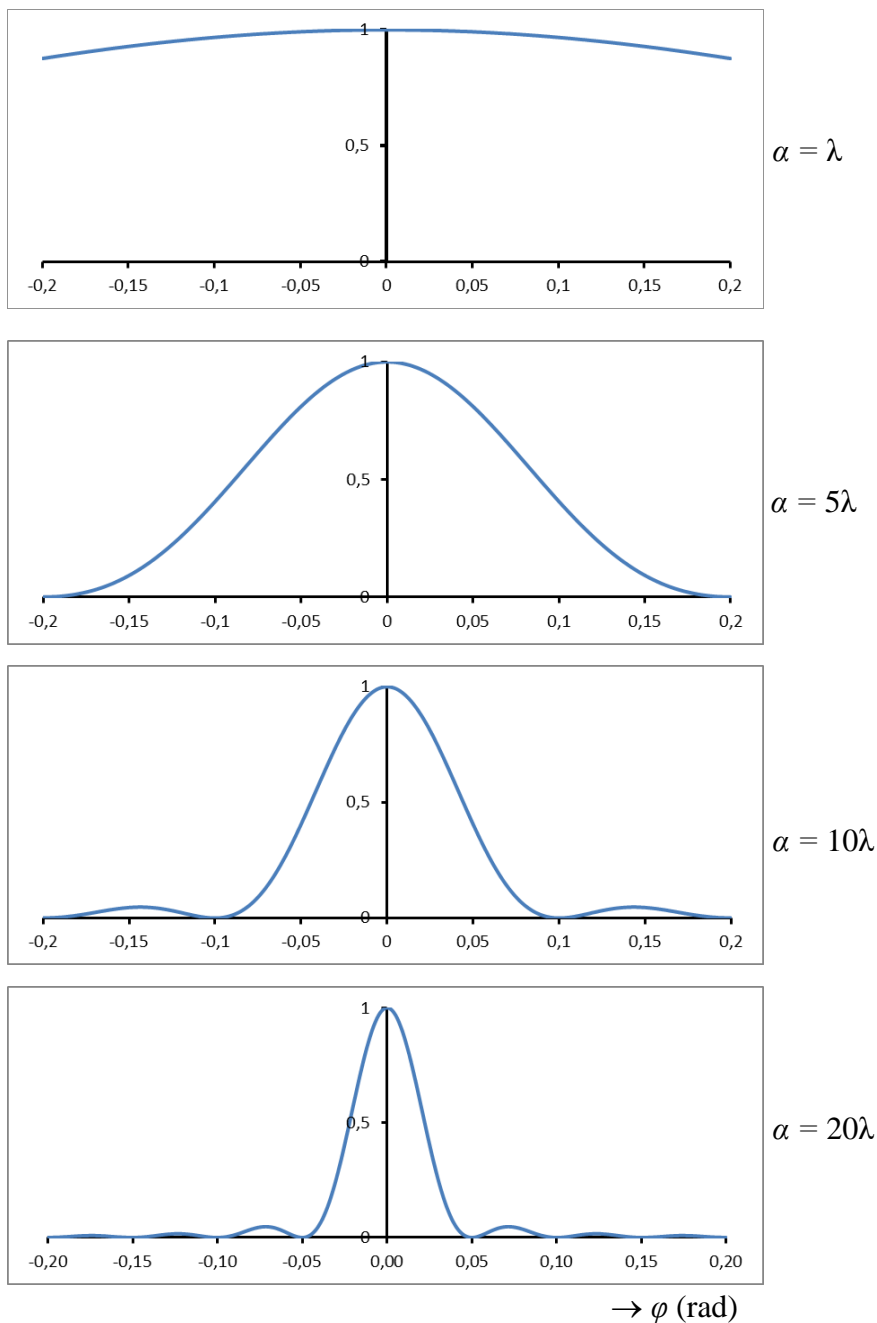
Όταν  $a=\lambda$ , τότε από τη ΣΧΕΣΗ (28) προκύπτει ότι  $\sin\varphi_S=1$ , δηλαδή  $\varphi_S=90^\circ$ , που σημαίνει ότι ο πρώτος μηδενισμός της έντασης  $J$  θα είναι στο άπειρο, (ΣΧΗΜΑ 15γ).

Στις περιπτώσεις που  $a \leq \lambda$  μπορούμε να δεχθούμε ότι η σχισμή είναι σημειακή και αντιστοιχεί σε ένα σημείο της ισοφασικής επιφάνειας του φωτός που προσπίπτει σε αυτή. Θα έχουμε δηλαδή μια σημειακή φωτεινή πηγή η οποία θα ακτινοβολεί προς όλες τις διευθύνσεις.

**ΣΗΜΕΙΩΣΗ:** Από τη ΣΧΕΣΗ (27) προκύπτει ότι οι τιμές του  $m$  πρέπει να είναι τέτοιες ώστε,  $(m\lambda/b) \leq 1$ . Αυτό σημαίνει ότι η μέγιστη τιμή που μπορεί να πάρει ο ακέραιος  $m$  είναι,

$$m = \text{ακέραιο} \left( \frac{a}{\lambda} \right) \quad (29)$$

Ας προσπαθήσει μόνος του ο σπουδαστής να καταλάβει τη σημασία της ΣΧΕΣΗΣ (29) για το φαινόμενο της περίθλασης.



**ΣΧΗΜΑ 15**

### 3.2 Περίθλαση σε δυο Σχισμές.

Από τη ΣΧΕΣΗ (25) προκύπτει ότι η φωτεινή ένταση  $J$ , στα διάφορα σημεία της οθόνης, είναι ανάλογη με το γινόμενο δύο συναρτήσεων. Της συνάρτησης  $\frac{\sin^2 \beta}{\beta^2}$ , που αποτελεί το παράγοντα περίθλασης και της συνάρτησης  $\cos^2 \gamma$ , που αποτελεί το παράγοντα συμβολής.

Στο ΣΧΗΜΑ 16 έχουμε γραφικά το φαινόμενο της συμβολής από περίθλαση σύμφωνου φωτός σε δύο σχισμές, που απέχουν μεταξύ τους απόσταση  $a=50\lambda$ . Οι καμπύλες ( $\alpha$ ) και ( $\beta$ )



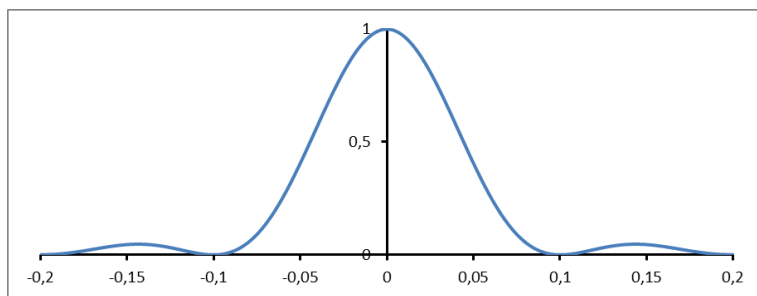
του σχήματος αυτού απεικονίζουν τους παράγοντες συμβολής και περίθλασης, αντίστοιχα, σε συνάρτηση με τη γωνία  $\varphi$ , ενώ η καμπύλη ( $\gamma$ ) του ίδιου σχήματος δίνει τη φωτεινή ένταση  $J$ , όπως αυτή προκύπτει από το γινόμενο

$$\frac{\sin^2 \beta}{\beta^2} \cdot \cos^2 \alpha$$

Από τη διερεύνηση της ΣΧΕΣΗΣ (25) προκύπτει ότι, όσο λεπτές γίνουν οι σχισμές τόσο ο παράγοντας περίθλασης πλησιάζει τη μονάδα, δεδομένου ότι,

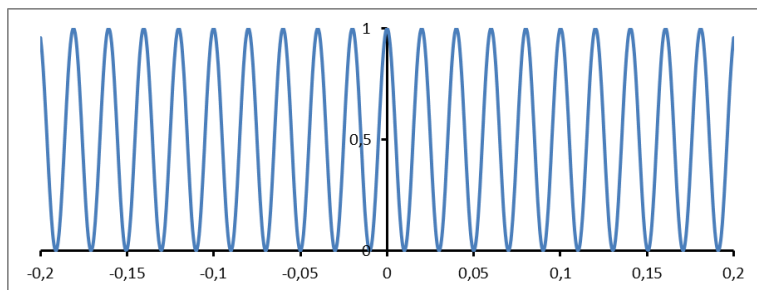
$$\lim_{\beta \rightarrow 0} \left( \frac{\sin \beta}{\beta} \right) = 1$$

με αποτέλεσμα, η περιβάλλουσα της καμπύλης ( $\gamma$ ) του ΣΧΗΜΑΤΟΣ 16 να διαπλατύνεται μέχρις ότου γίνει ευθεία, (όταν  $\frac{\sin \beta}{\beta} = 1$ ). Στη περίπτωση αυτή, δεχόμαστε ότι οι δύο σχισμές είναι σημειακές και συμβάλλουν πλέον σύμφωνα με το πείραμα του Young.



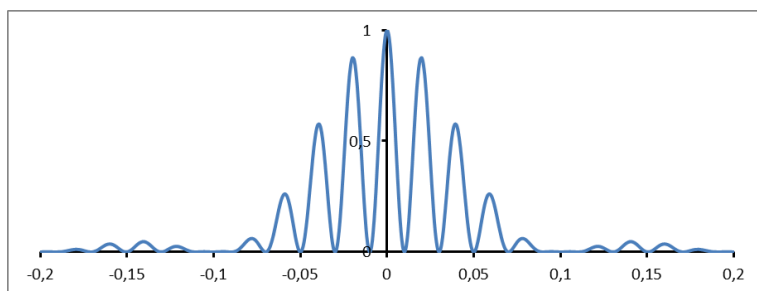
$$I_{\text{sigle}} = C_1 \cdot \frac{\sin^2 \beta}{\beta^2}$$

$$a = 10\lambda$$



$$\cos^2 a$$

$$d = 50\lambda$$



$$I_{\text{double}} = C_2 \cdot \frac{\sin^2 \beta}{\beta^2} \cos^2 a$$

→  $\varphi$  (rad)

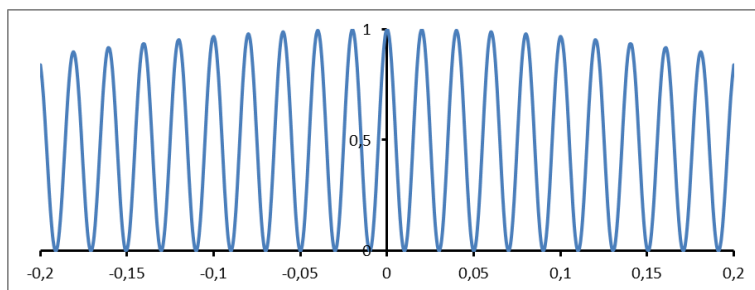
**ΣΧΗΜΑ 16**

Στο ΣΧΗΜΑ 17 έχουμε παραστατικά το φαινόμενο της συμβολής από δύο σχισμές, που απέχουν μεταξύ τους απόσταση  $d=50\lambda$  όταν το εύρος τους  $a$  είναι,  $a=\lambda$ ,  $a=5\lambda$  και  $a=10\lambda$ , όπου

$\lambda$  είναι το μήκος κύματος του φωτός που προκαλεί τη περίθλαση, (καμπύλες (α), (β) και (γ) του ΣΧΗΜΑΤΟΣ 17, αντίστοιχα).

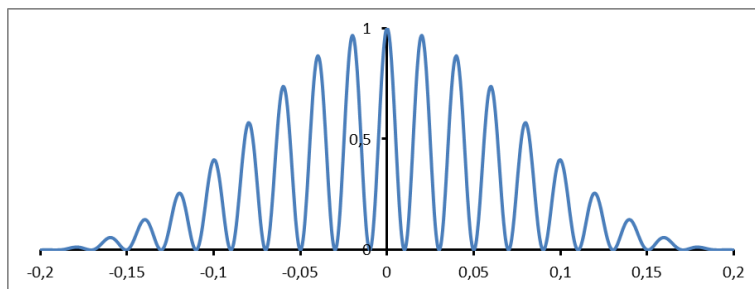
Παρατηρούμε και εδώ ότι, όσο μικραίνει το εύρος των σχισμών τόσο μεγαλώνει το εύρος της φωτεινής περιοχής που υπάρχει μεταξύ των δύο πρώτων περιοχών  $\Sigma 1'$  και  $\Sigma 1$ .

Στη γενική περίπτωση όπου  $a \gg \lambda$ , τότε στην οθόνη θα έχουμε φαινόμενα τόσο από τη συμβολή των κυμάτων που προέρχονται από κάθε μια σχισμή ξεχωριστά, λόγω του φαινομένου της περίθλασης, όσο και από τη συμβολή των κυμάτων που προέρχονται από τις δύο σχισμές. Με άλλα λόγια, οι περιοχές μηδενισμού  $\Sigma 2'$ ,  $\Sigma 1'$ ,  $\Sigma 1$  και  $\Sigma 2$ , στα ΣΧΗΜΑΤΑ 16β και 17γ, οφείλονται στη συμβολή λόγω περίθλασης στις σχισμές, ενώ οι ενδιάμεσοι μηδενισμοί της έντασης του φωτός, στα ίδια σχήματα, οφείλονται στη συμβολή των κυμάτων που προέρχονται από τις δύο σχισμές. Έτσι, μετρώντας στην οθόνη τις αποστάσεις των μηδενισμών αυτών από το κεντρικό σημείο της συμβολής μπορούμε να υπολογίσουμε το εύρος  $a$  των σχισμών καθώς και την απόσταση  $d$  μεταξύ αυτών.



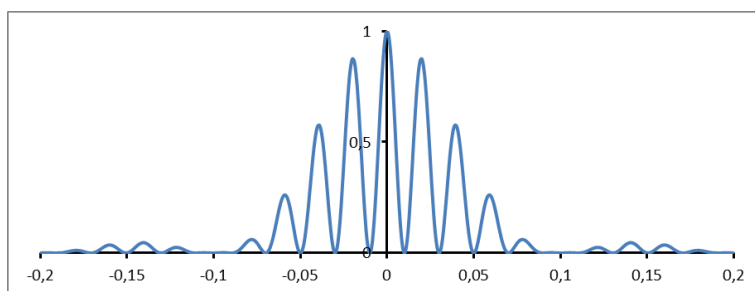
$$\alpha = \lambda$$

$$d = 50\lambda$$



$$\alpha = 5\lambda$$

$$d = 50\lambda$$



$$\alpha = 10\lambda$$

$$d = 50\lambda$$

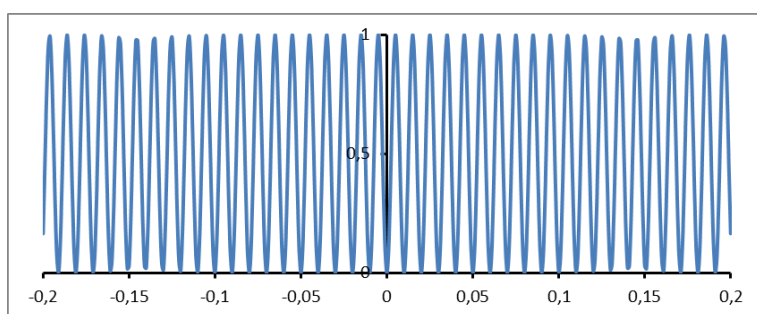
$\rightarrow \varphi$  (rad)

**ΣΧΗΜΑ 17**

### 3.3 Περίθλαση σε Διάφραγμα με πολλές Σχισμές.

Συνήθως, στη περίπτωση αυτή οι σχισμές είναι λεπτές, έτσι ώστε ο παράγοντας περίθλασης  $\frac{\sin \beta}{\beta}$  να είναι κοντά στη μονάδα και η φωτεινή ένταση των κροσσών συμβολής, (καμπύλη (γ) στο ΣΧΗΜΑ 18) να εξαρτάται μάλλον από το πηλίκο της συνάρτησης  $\sin^2 N\gamma$ , (καμπύλη (α) στο ΣΧΗΜΑ 18), δια τη συνάρτηση  $\sin^2 \gamma$ , (καμπύλη (β) στο ίδιο σχήμα).

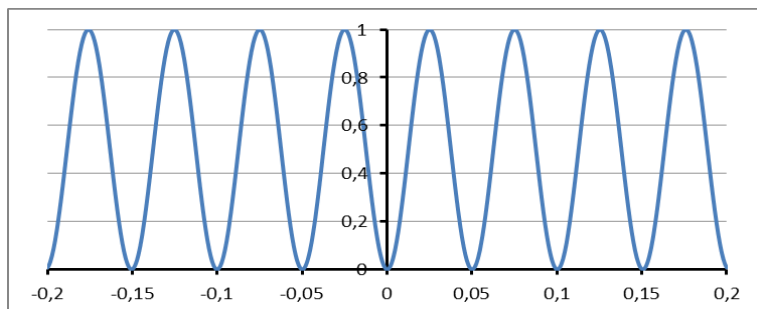
Παρατηρούμε ότι, στη καμπύλη (γ) υπάρχουν πολύ έντονα φωτεινά μέγιστα, που παρουσιάζονται στις θέσεις εκείνες όπου ο παρανομαστής  $\sin^2 \gamma$  της ΣΧΕΣΗΣ (5.26) γίνεται μηδέν. Όσο μεγαλώνει ο αριθμός N, των σχισμών ανά μονάδα μήκους, τόσο η συνάρτηση  $\sin^2 N\gamma$  μεταβάλλεται πιο γρήγορα με αποτέλεσμα τα μέγιστα της καμπύλης (γ) του ΣΧΗΜΑΤΟΣ 4.18 να αντιστοιχούν σε γραμμές και όχι σε λωρίδες. Με άλλα λόγια, το φράγμα περίθλασης μετατρέπεται σε κανονικό φράγμα συμβολής.



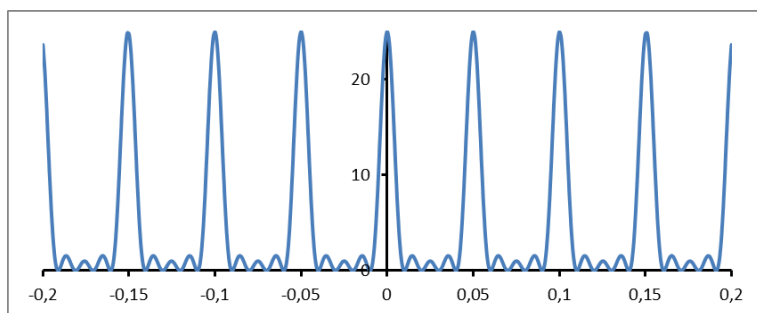
$$\sin^2 N\gamma$$

$$d = 20\lambda$$

$$N = 5$$



$$\sin^2 \gamma$$



$$\frac{\sin^2 N\gamma}{\sin^2 \gamma}$$

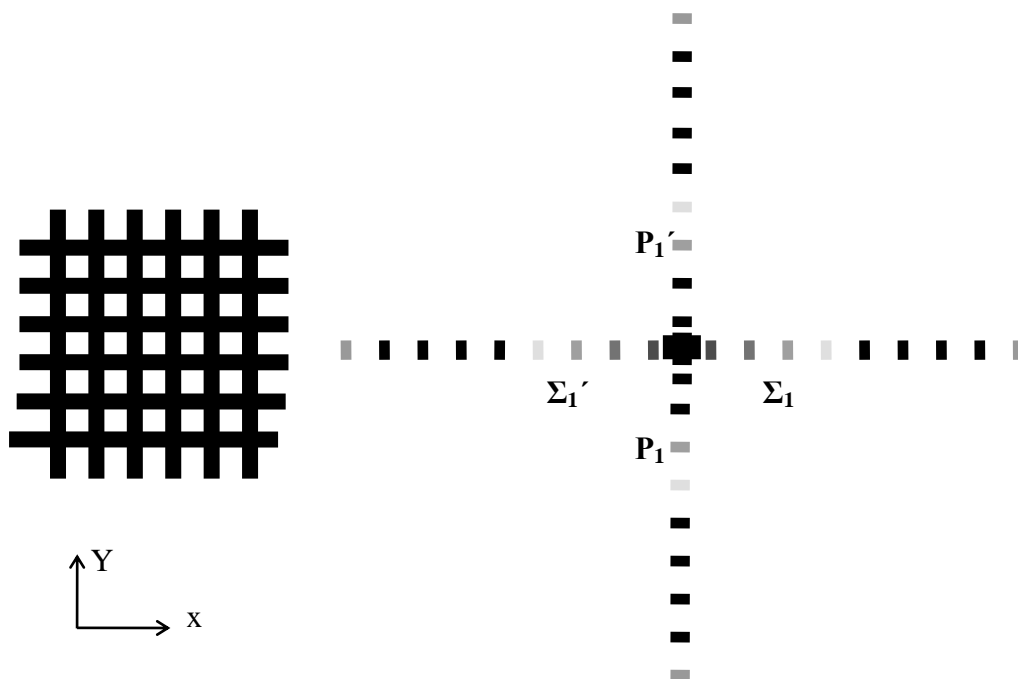
→  $\varphi$  (rad)

ΣΧΗΜΑ 18

### 3.4 Γενικές Παρατηρήσεις.

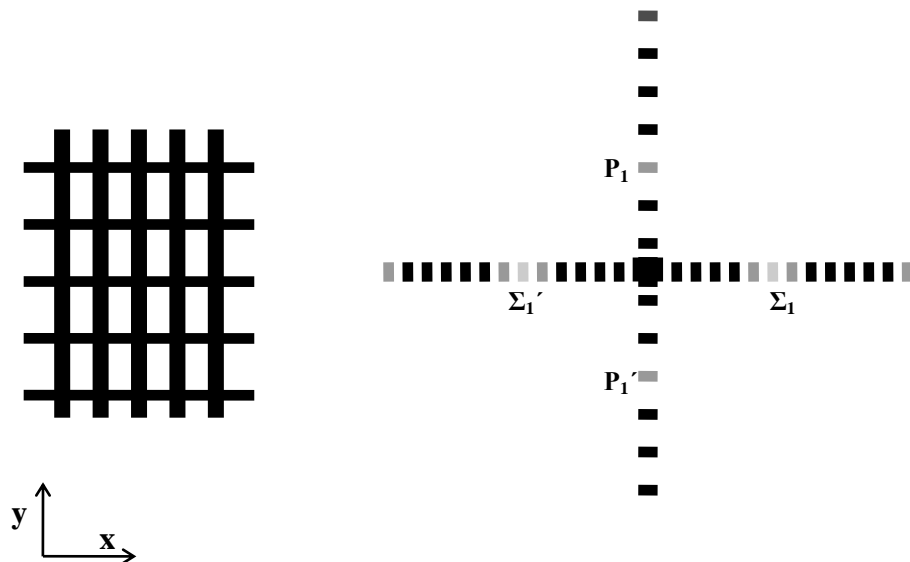
Με βάση τη θεωρητική ανάλυση που κάναμε, μπορούμε να δούμε και να κατανοήσουμε τα αποτελέσματα της συμβολής ακτινών LASER από περίθλαση σε διάφορους τύπους πλεγμάτων. Παρατηρούμε τα παρακάτω:

- a. Όταν το πλέγμα είναι κατασκευασμένο από σύρμα σταθερού πάχους και τα στοιχειώδη τμήματά του είναι ίσα τετράγωνα, τότε έχουμε ακριβώς τα ίδια φαινόμενα συμβολής προς δύο κάθετες διευθύνσεις  $x$ ,  $y$ . Οι περιοχές  $\Sigma_1'$ ,  $\Sigma_1$ ,  $P_1'$  και  $P_1$  απέχουν ίση απόσταση από το κεντρικό κροσσό συμβολής και αποτελούν τους πρώτους μηδενισμούς της έντασης του φωτός, λόγω της περίθλασης στα διάκενα του πλέγματος. Οι επί μέρους διαδοχικοί κροσσοί συμβολής απέχουν ίση απόσταση μεταξύ τους και είναι το αποτέλεσμα της συμβολής από το πλέγμα, (ΣΧΗΜΑ 19).



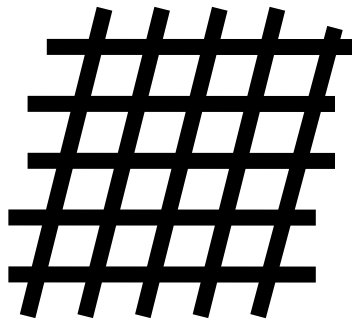
ΣΧΗΜΑ 19

- b. Όταν τα σύρματα του πλέγματος που βρίσκονται στη διεύθυνση  $X$  είναι πιο χοντρά από εκείνα που βρίσκονται προς τη διεύθυνση  $Y$  και τα στοιχειώδη τμήματά του είναι ίσα ορθογώνια παραλληλόγραμμα, τότε έχουμε πάλι συμβολή προς δύο κάθετες διευθύνσεις, (ΣΧΗΜΑ 20), στις οποίες:
1. Οι σκοτεινές περιοχές  $\Sigma_1'$  και  $\Sigma_1$  απέχουν περισσότερο από το κεντρικό κροσσό συμβολής από ότι οι αντίστοιχες περιοχές  $P_1'$  και  $P_1$ . Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι το εύρος των ανοιγμάτων του πλέγματος είναι πιο μικρό στη  $X$  διεύθυνση από ότι στη  $Y$  διεύθυνση.
  2. Η απόσταση των επιμέρους κροσσών συμβολής στη διεύθυνση  $X$  είναι πιο μικρή από την αντίστοιχη απόσταση στη διεύθυνση  $Y$ , δεδομένου ότι τα σύρματα που είναι παράλληλα με τη διεύθυνση  $Y$  έχουν μεγαλύτερο πάχος.



ΣΧΗΜΑ 20

- c. Στη περίπτωση που τα στοιχειώδη τμήματα του πλέγματος είναι ίσα πλάγια παραλληλόγραμμα με γωνία πλευρών  $\theta$ , (ΣΧΗΜΑ 21), η συμβολή θα γίνει σε δύο διευθύνσεις που θα σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία  $\theta$ . Και εδώ, η απόσταση των πρώτων σκοτεινών περιοχών, λόγω του φαινομένου της περίθλασης, από το κεντρικό κροσσό συμβολής καθώς και η απόσταση μεταξύ των επιμέρους κροσσών συμβολής θα είναι όπως προηγούμενα.



ΣΧΗΜΑ 21

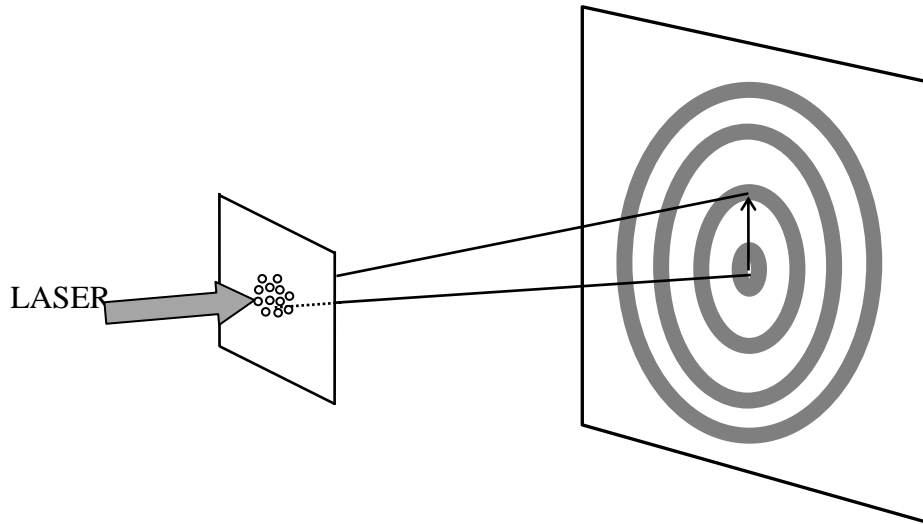
- d. Εάν τώρα το πλέγμα αποτελείται από κυκλικές οπές, το αποτέλεσμα της συμβολής από περίθλαση σε αυτές θα έδινε ομόκεντρους φωτεινούς και σκοτεινούς δακτυλίους, των οποίων η ακτίνα θα είναι αντίστροφα ανάλογη με τη διάμετρο των οπών, (ΣΧΗΜΑ 22).

Συγκεκριμένα, ο πρώτος σκοτεινός δακτύλιος θα δημιουργηθεί σε γωνία  $\varphi$ , (βλέπε ΣΧΗΜΑ 22), τέτοια ώστε,

$$\sin(\varphi) = 0.61 \frac{\lambda}{R} \quad (30)$$

όπου  $\lambda$  είναι το μήκος κύματος του φωτός και  $R$  η ακτίνα των οπών.

Τα ίδια ακριβώς φαινόμενα έχουμε και στις περιπτώσεις που η συμβολή οφείλεται στη περίθλαση των φωτεινών ακτίνων LASER σε πολύ μικρή σφαίρα ή σε λεπτό στρώμα μικρών σφαιρών.



**ΣΧΗΜΑ 22**

- e. Σαν τελευταία παρατήρηση, αναφέρουμε ότι τα φαινόμενα της περίθλασης συμβάλλουν καθοριστικά στο περιορισμό της διακριτικής ικανότητας των οπτικών οργάνων, (π.χ. του οφθαλμού, του μικροσκοπίου, του φασματογράφου κ.λ.π.).

## 4. ΤΑ ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ ΣΥΜΒΟΛΗΣ ΚΑΙ ΠΕΡΙΘΛΑΣΗΣ ΣΤΗ ΜΕΤΡΟΛΟΓΙΑ

### 4.1 Μέτρηση του Μήκους Κύματος Ακτινοβολίας LASER.

Στο ΣΧΗΜΑ 23 δίνουμε παραστατικά τη συμβολή σύμφωνης οπτικής ακτινοβολίας με μήκος κύματος  $\lambda$  σε οπτικό φράγμα που έχει σταθερά  $a$ . Μετά το φράγμα, η ακτινοβολία διαχωρίζεται σε επιμέρους οπτικές δέσμες η κάθε μια από τις οποίες εκτρέπεται κατά συγκεκριμένη γωνία  $\theta_k$  σε σχέση με τη διεύθυνση της αρχικής δέσμης. Όπως ήδη έχουμε αναφέρει, η γωνία εκτροπής  $\theta_k$  στην οποία αντιστοιχεί ο  $k$ -τάξης φωτεινός κροσσός συμβολής εξαρτάται τόσο από τη σταθερά  $a$  του φράγματος όσο και από το μήκος κύματος της ακτινοβολίας. Συγκεκριμένα, η εξάρτηση αυτή δίνεται από τη σχέση:

$$d \cdot \sin(\vartheta_m) = m\lambda \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (31)$$

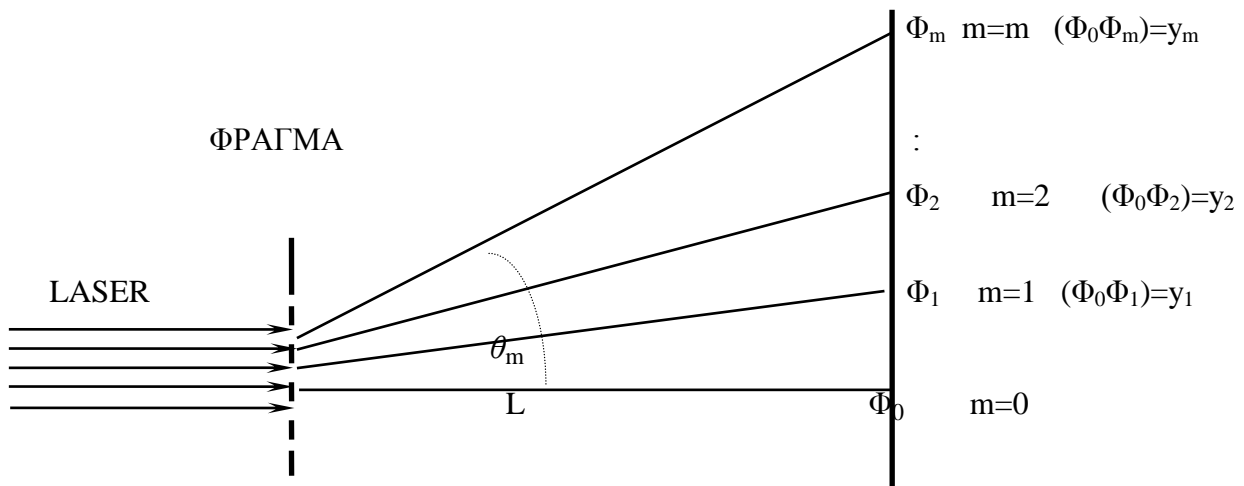
όπου

$$\sin(\vartheta_m) = \frac{y_m}{\sqrt{L^2 + y_m^2}} \quad (32)$$

Στη περίπτωση που είναι γνωστή η σταθερά  $a$  του φράγματος, από τις ΣΧΕΣΕΙΣ (31) και (32) μπορούμε να υπολογίσουμε το μήκος κύματος  $\lambda$  της ακτινοβολίας:

$$\lambda = \frac{a}{m} \cdot \frac{y_m}{\sqrt{L^2 + y_m^2}} \quad (33)$$

Υπενθυμίζουμε εδώ ότι το μήκος  $L$  αντιπροσωπεύει την απόσταση της οθόνης από το οπτικό φράγμα και τα διαστήματα  $y_k$  τις αποστάσεις των φωτεινών κροσσών από το κεντρικό σημείο  $O$  της συμβολής, (βλέπε ΣΧΗΜΑ 23).

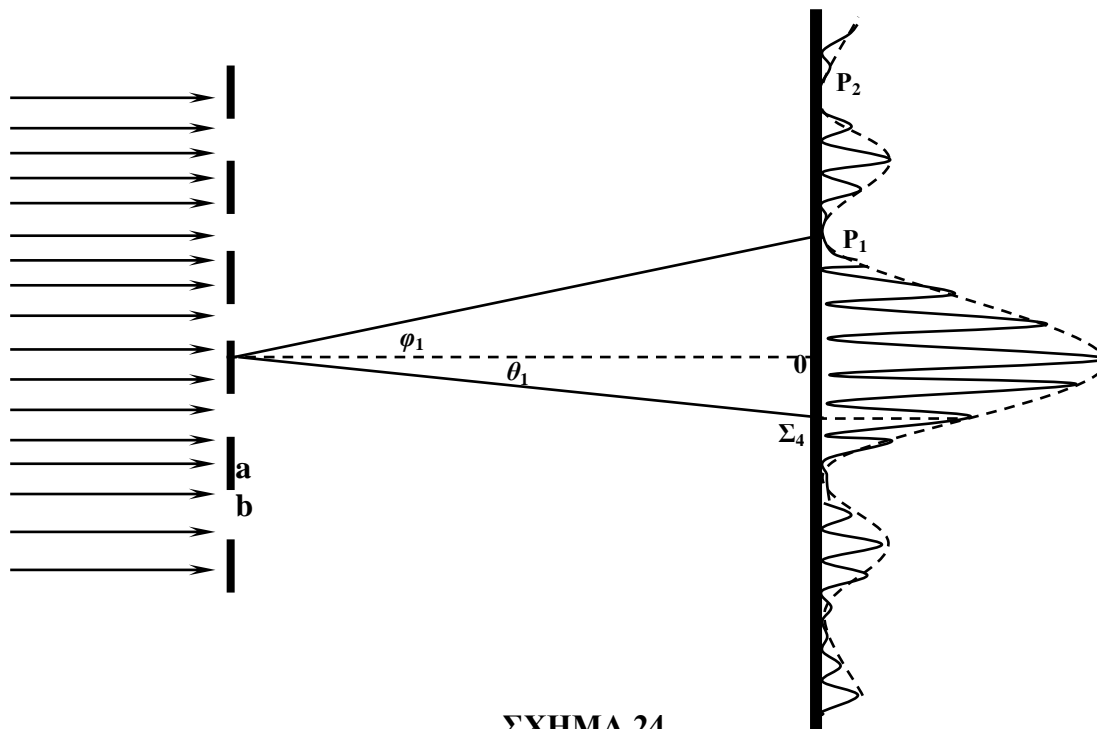


ΣΧΗΜΑ 23

### 4.2 Μέτρηση των Γεωμετρικών στοιχείων οπτικού Φράγματος.

Στο ΣΧΗΜΑ 24 δίνουμε παραστατικά το φαινόμενο της περίθλαση της ακτινοβολίας LASER σε οπτικό φράγμα στο οποίο τόσο η σταθερά  $a$  όσο και το εύρος  $b$  των σχισμών είναι πολλές φορές μεγαλύτερα της τιμής  $\lambda$  του μήκους κύματος. Στο ίδιο σχήμα δίνουμε και τη

κατανομή της έντασης της οπτικής ακτινοβολίας πάνω στην οθόνη. Τα σημεία P1, P2, P3 και P4 σε ελάχιστα φωτισμού εξαιτίας του φαινομένου της περίθλασης σε κάθε μια από τις σχισμές του φράγματος. Αντίθετα, τα επιμέρους φωτεινά μέγιστα Σ1, Σ2, Σ3, Σ4, . . . οφείλονται στη συμβολή των οπτικών κυμάτων τα οποία προέρχονται από διαφορετικές σχισμές του φράγματος.



ΣΧΗΜΑ 24

Σύμφωνα με τη θεωρία που έχει ήδη προηγηθεί μπορούμε να υπολογίσουμε με εύκολο τρόπο τα γεωμετρικά στοιχεία του φράγματος.

### A. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΕΥΡΟΥ $a$ ΤΩΝ ΣΧΙΣΜΩΝ ΤΟΥ ΦΡΑΓΜΑΤΟΣ

Τα σημεία ελάχιστου φωτισμού της οθόνης τα οποία προέρχονται από το φαινόμενο της περίθλασης σε κάθε σχισμή, (σημεία P1, P2, P3 και P4 στο ΣΧΗΜΑ 5.24), αντιστοιχούν σε γωνίες εκτροπής  $\varphi_m$  οι οποίες ικανοποιούν τη ΣΧΕΣΗ (28). Για  $m=1$  παίρνουμε τη γωνία  $\varphi=\varphi_1$  η οποία αντιστοιχεί στο 1ης-τάξης ελάχιστο του φωτισμού στην οθόνη εξαιτίας της περίθλασης, (σημείο P1 ή P3 της οθόνης στο ΣΧΗΜΑ 24). Για το 1ης-τάξης μηδενισμό ισχύει η ΣΧΕΣΗ (5.28). Συγκεκριμένα:

$$a = \frac{\lambda}{\sin(\varphi)} \quad m=1$$

όπου:

$$\sin(\varphi) = \frac{x}{\sqrt{L^2 + x^2}} \quad (35)$$

$L$  είναι η απόσταση της οθόνης από οπτικό φράγμα και  $x$  είναι η απόσταση του πρώτου μηδενισμού φωτός στην οθόνη από το κέντρο  $O$  της εικόνας της περίθλασης. Από τις ΣΧΕΣΕΙΣ (34) και (35)) έχουμε:



$$a = \lambda \frac{\sqrt{L^2 + x^2}}{x} \quad (36)$$

## B. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΑΠΟΣΤΑΣΗΣ $d$ ΜΕΤΑΞΥ ΔΥΟ ΔΙΑΔΟΧΙΚΩΝ ΣΧΙΣΜΩΝ ΟΠΤΙΚΟΥ ΦΡΑΓΜΑΤΟΣ

Στη περίπτωση αυτή, οι παράγοντες συμβολής  $\cos^2(\gamma)$  της ΣΧΕΣΗΣ (25) και  $\frac{\sin^2 N\gamma}{\sin^2 \gamma}$

της ΣΧΕΣΗΣ (5.26) δίνουν τα επί μέρους φωτεινά μέγιστα, (π.χ. τα σημεία Σ1, Σ2, Σ3, κλπ στο ΣΧΗΜΑ (5.24), όταν,

$$\gamma = m\pi, \quad m=1, 2, 3, \dots \quad (37)$$

Η σχέση αυτή, σε συνδυασμό με τη ΣΧΕΣΗ (24) δίνει,

$$d = m \frac{\lambda}{\sin(\vartheta_m)} \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (38)$$

Από το ΣΧΗΜΑ (5.24) προκύπτει ότι,

$$\sin(\vartheta_m) = \frac{(O\Sigma)}{(A\Sigma)} = \frac{y_m}{\sqrt{L^2 + y_m^2}} \quad (39)$$

όπου  $y_m$  είναι η απόσταση του  $m$ -τάξης επί μέρους φωτεινού μέγιστου από το κεντρικό σημείο  $O$  της συμβολής. Σας υπενθυμίζουμε ότι, οι σκοτεινές περιοχές P1, P2, P3 και P4 στο ΣΧΗΜΑ 24 προκύπτουν από τη περίθλαση της δέσμης LASER στις σχισμές του πλέγματος, ενώ οι επιμέρους φωτεινές περιοχές Σ1, Σ2, Σ3, Σ4 κ.λ.π. στο ίδιο σχήμα, προκύπτουν από τη συμβολή των κυμάτων που προέρχονται από διαφορετικές σχισμές του πλέγματος.

Τελικά, από τις ΣΧΕΣΗ (38) και (39) έχουμε:

$$a = m\lambda \frac{\sqrt{L^2 + y_m^2}}{y_m} \quad (40)$$

Στις περιπτώσεις όπου  $L \gg y_m$  και  $L \gg y_k$ , οι ΣΧΕΣΕΙΣ (36) και (40) παίρνουν τις πιο κάτω απλές μορφές:

$$a = \lambda \frac{L}{x} \quad m=1 \quad (41)$$

και

$$a = m\lambda \frac{L}{y_m} \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (42)$$

### 4.3 Περίθλαση Δέσμης LASER σε Στρώμα Λεπτών Κόκκων.

Εάν τώρα στη πορεία της δέσμης LASER παρεμβάλουμε γυάλινη πλάκα με λεπτή στρώση από κόκκους με πολύ μικρή διάμετρο, (π.χ. σπόρους λυκοποδίου), τότε στην οθόνη θα

εμφανισθούν σκοτεινά και φωτεινά δακτυλίδια συμβολής, όμοια με τα δακτυλίδια του ΣΧΗΜΑΤΟΣ 22.

Από τη ΣΧΕΣΗ (30) της αντίστοιχης θεωρίας, μπορούμε να υπολογίσουμε την ακτίνα  $R$  των κόκκων λυκοποδίου. Συγκεκριμένα,

$$R = 0.61 \frac{\lambda}{\sin(\varphi)} \quad (43)$$

όπου  $\varphi$  είναι η γωνία με την οποία φαίνεται από το διάφραγμα η ακτίνα  $y$  του πρώτου σκοτεινού δακτυλιδιού της εικόνας της περίθλασης και,

$$\sin(\varphi) = \frac{y}{\sqrt{L^2 + y^2}} \quad (44)$$

και  $L$  είναι η απόσταση της οθόνης από το διάφραγμα. Οπότε, η ΣΧΕΣΗ (5.43) γίνεται,

$$R = 0.61\lambda \frac{\sqrt{L^2 + y^2}}{y} \quad (45)$$

ή

$$R = 0.61\lambda \frac{L}{y} \quad (46)$$

όταν  $L \gg y$ .