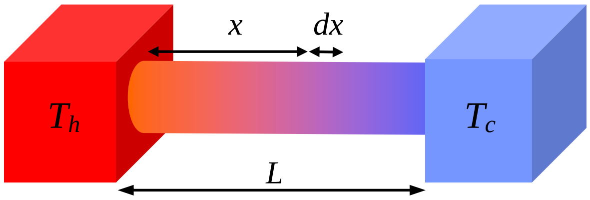
ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΔΙΑΔΟΣΗΣ ΘΕΡΜΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

ΑΣΚΗΣΗ 1

Κατανομή θερμοκρασίας κατά μήκος ενός θερμικού αγωγού.
Να προσδιορίσετε τη σχέση που δίνει τη θερμοκρασία σε κάθε σημείο της ράβδου του παρακάτω σχήματος.



ΜΟΝΤΕΛΟ Εξετάζουμε την περίπτωση που οι θερμοκρασίες T_h και T_c καθώς και το θερμικό ρεύμα H διατηρούνται σταθερά.

ΛΥΣΗ Χρησιμοποιούμε την εξίσωση θερμικού ρεύματος με αγωγή για όλη τη ράβδο όπου το μήκος είναι L και η διαφορά θερμοκρασίας είναι $\Delta T=T_c-T_h$ καθώς και για το τμήμα της ράβδου που έχει μήκος x και διαφορά θερμοκρασίας $\Delta T_x=T_x-T_h$, όπου T_x είναι η θερμοκρασία της ράβδου σε απόσταση x από το άκρο που έχει θερμοκρασία T_h. Και στις δυο περιπτώσεις το θερμικό ρεύμα θα είναι ίσο με:

$$H=-kA\frac{T_c-T_h}{L}$$

και

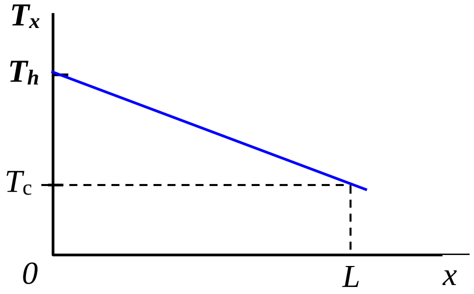
$$H=-kA\frac{T_x-T_h}{x}$$

Δεδομένου ότι το θερμικό ρεύμα είναι το ίδιο και στις δυο περιπτώσει, τα δεξιά μέρη των τελευταίων δυο εξισώσεων θα είναι ίσα:

$$-kA\frac{T_c-T_h}{L}=-kA\frac{T_x-T_h}{x} \qquad \Rightarrow$$

$$T_x=\frac{T_c-T_h}{L}x+T_h \qquad \Rightarrow \qquad T_x=T_h-\frac{T_c-T_h}{L}x$$

Παρατηρούμε ότι η εξίσωση που συνδέει τη θερμοκρασία T_x με την απόσταση x είναι πρώτου βαθμού με κλίση $-\frac{T_h-T_c}{L}$. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης αυτής αποδίδεται στο παρακάτω σχήμα:

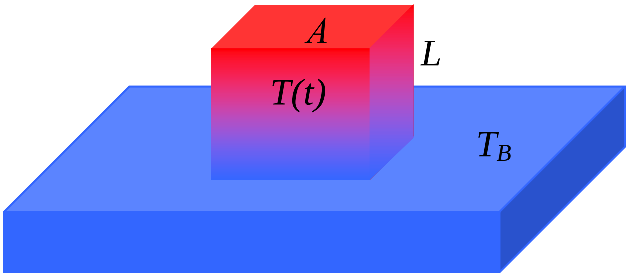


ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ Η σχέση που βρήκαμε και η οποία δίνει τη θερμοκρασία σε κάθε σημείο της ράβδου συναρτήσει της απόσταση από το θερμότερο άκρο της ράβδου κρίνεται και αξιολογείται ως σωστή δεδομένου ότι για $x=0$ και για $x=L$ δίνει τις σωστές τιμές T_h και T_c, αντίστοιχα.

ΑΣΚΗΣΗ 2

Χρόνος Αποκατάστασης Θερμικής Ισορροπίας.
Ένα σώμα με μάζα *m* έχει επιφάνεια βάσης *A,* ύψος *L*, είναι κατασκευασμένο από υλικό με θερμική αγωγιμότητα *k* και έχει ειδική θερμότητα *c*. Το σώμα αυτό θερμαίνεται σε θερμοκρασία T_0 και τη χρονική στιγμή $t=0\ s$ η επίπεδη βάση του έρχεται σε καλή επαφή με την επίπεδη επιφάνεια μιας θερμοδεξαμενής της οποίας η θερμοκρασία T_B διατηρείται σταθερή και $T_B<T_0$. Με την προϋπόθεση ότι δεν υπάρχουν απώλειες θερμικής ενέργειας προς το περιβάλλον, να προσδιορίσετε τη σχέση που συνδέει τη θερμοκρασία *T* του αρχικού σώματος με το χρόνο *t*.

ΜΟΝΤΕΛΟ Στην περίπτωση αυτή, αν και η θερμοκρασία T_B της θερμοδεξαμενής διατηρείται σταθερή, η θερμοκρασία *T* του σώματος θα μειώνεται με την πάροδο του χρόνου. Επομένως το θερμικό ρεύμα *H* από το σώμα προς τη θερμοδεξαμενή δεν θα είναι σταθερό αλλά θα μειώνεται και αυτό με το χρόνο. Στο παρακάτω σχήμα απεικονίζεται το σώμα μαζί με τη θερμοδεξαμενή.



ΛΥΣΗ Για το θερμικό ρεύμα που ρέει από το σώμα προς τη θερμοδεξαμενή, η θερμική αντίσταση του σώματος είναι:

$$R_{\mathrm{th}} = \frac{L}{kA}$$

Τη χρονική στιγμή *t* το θερμικό ρεύμα θα είναι ίσο με:

$$H(t) = \frac{dE_{\mathrm{th}}}{dt} = \frac{T(t) - T_{\mathrm{B}}}{R_{\mathrm{th}}}$$

Εξαιτίας αυτού του θερμικού ρεύματος, θερμική ενέργεια μεταφέρεται από το σώμα στην θερμοδεξαμενή με αποτέλεσμα η θερμοκρασία *T* του σώματος να μειώνεται με την αύξηση του χρόνου. Σύμφωνα με την εξίσωση της θερμιδομετρίας:

$$\Delta E_{\mathrm{th}} = mc\,\Delta T$$

αν η θερμοκρασία ενός σώματος, που έχει μάζα m και ειδική θερμότητα c, αλλάξει κατά dT, η θερμική του ενέργειας θα αλλάξει κατά dE_{th} και αν αυτή αλλαγή γίνει σε χρονικό διάστημα dt, τότε το θερμικό ρεύμα που ρέει από το σώμα προς τη θερμοδεξαμενή θα είναι ίσο με:

$$H(t) = \frac{dE_{\mathrm{th}}}{dt} = -mc\frac{dT}{dt}$$

Το αρνητικό πρόσημο τοποθετήθηκε επειδή το θερμικό ρεύμα H είναι θετικό και η μεταβολή dT της θερμοκρασίας του σώματος είναι αρνητική (η θερμοκρασία του σώματος μειώνεται με το χρόνο). Από τις δυο τελευταίες εξισώσεις για το θερμικό ρεύμα προκύπτει ότι:

$$-mc\frac{dT}{dt} = \frac{T - T_{\mathrm{B}}}{R_{\mathrm{th}}} \quad \Rightarrow \quad \frac{dT}{T - T_{\mathrm{B}}} = -\frac{1}{mcR_{\mathrm{th}}}dt \quad \Rightarrow$$

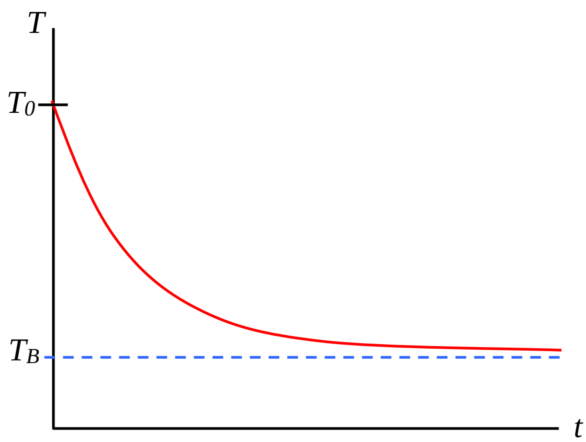
$$\frac{d(T - T_{\mathrm{B}})}{T - T_{\mathrm{B}}} = -\frac{1}{mcR_{\mathrm{th}}}dt \quad \Rightarrow \quad \int_{T_0}^{T}\frac{d(T - T_{\mathrm{B}})}{T - T_{\mathrm{B}}} = -\frac{1}{mcR_{\mathrm{th}}}\int_0^t dt \quad \Rightarrow$$

$$\ln(T - T_{\mathrm{B}})\Big]_{T_0}^{T} = -\frac{t}{mcR_{\mathrm{th}}}\Big]_0^t \quad \Rightarrow \quad \ln\left(\frac{T - T_{\mathrm{B}}}{T_0 - T_{\mathrm{B}}}\right) = -\frac{t}{mcR_{\mathrm{th}}} \quad \Rightarrow$$

$$\frac{T - T_{\mathrm{B}}}{T_0 - T_{\mathrm{B}}} = e^{-\frac{t}{mcR_{\mathrm{th}}}} \quad \Rightarrow \quad T - T_{\mathrm{B}} = (T_0 - T_{\mathrm{B}})e^{-\frac{t}{mcR_{\mathrm{th}}}} \quad \Rightarrow$$

$$T(t) = T_{\mathrm{B}} + (T_0 - T_{\mathrm{B}})e^{-\frac{t}{mcR_{\mathrm{th}}}}$$

Το παρακάτω σχήμα απεικονίζει τη γραφική παράσταση της θερμοκρασίας του σώματος που ψύχεται συναρτήσει του χρόνου t.



ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ Το αποτέλεσμα φαίνεται λογικό αφού όσο μικραίνει η διαφορά $\Delta T = T_0 - T_{\mathrm{B}}$ τόσο μικραίνει και το θερμικό ρεύμα προς τη θερμοδεξαμενή. Η εξίσωση που βρήκαμε ικανοποιεί τις οριακές συνθήκες. Πράγματι, στη χρονική στιγμή $t=0$ η εξίσωση αυτή δίνει $T(0)=T_0$. Επίσης, όταν ο χρόνος t τείνει στο άπειρο ($t \to \infty$) η θερμοκρασία του σώματος τείνει να γίνει ίση με τη θερμοκρασία T_{B} της θερμοδεξαμενής.

ΑΣΚΗΣΗ 3

Θερμικές Απώλειες σε απλό και σε διπλό τζάμι.
Μια χειμωνιάτικη νύχτα, η θερμοκρασία έξω από ένα σπίτι είναι 0 ^{0}C ενώ στο εσωτερικό του σπιτιού η θερμοκρασία διατηρείται σταθερή στους 22 ^{0}C. Να υπολογίσετε το ρυθμό με το οποίο η θερμική ενέργεια χάνεται από το σπίτι δια μέσου ενός παραθύρου.

α. Όταν το παράθυρο αποτελείται από απλό επίπεδο τζάμι που έχει εμβαδόν A=0.3 m^2 και πάχος 0,5 cm.

β. Όταν το παράθυρο αποτελείται από δυο παράλληλα τζάμια τα οποία απέχουν μεταξύ του απόσταση 0,5 cm και στο ενδιάμεσο κενό υπάρχει αέρας.

Δίνονται: k_g = 1,05 J/smK, k_{air} = 0,024 J/smK

ΜΟΝΤΕΛΟ : Και στις δυο περιπτώσεις θα υπολογίσουμε τη θερμική αντίσταση του παραθύρου και στη συνέχεια, με δεδομένες τις θερμοκρασίες εντός και εκτός του σπιτιού, θα εφαρμόσουμε την Εξίσωση 16.53 για να υπολογίσουμε το θερμικό ρεύμα από το εσωτερικό του σπιτιού προς το εξωτερικό περιβάλλον. Το γυάλινο παράθύρο έχει πάχος L_g=0,5cm=0,005m και εμβαδόν επιφάνειας: A=0,3m^2. Στη δεύτερη περίπτωση, το στρώμα αέρα ανάμεσα στα δυο τζάμια έχει πάχος $L_{air} = 0{,}5cm = 0{,}005m$

ΛΥΣΗ:

α. Θερμική αντίσταση $(R_{th})_\alpha$ του παράθυρου είναι ίση με τη θερμική αντίσταση $(R_{th})_g$ του απλού γυαλιού:

$$(R_{\text{th}})_a = (R_{\text{th}})_{\text{g}} = \frac{L_{\text{g}}}{k_{\text{g}}A} = \frac{0{,}005\ \text{m}}{(1{,}05\ \text{J/smK}) \times 0{,}3\text{m}^2} = 0{,}0159\ \text{sK/J}$$

Το θερμικό ρεύμα από το εσωτερικό του σπιτιού προς το εξωτερικό περιβάλλον είναι:

$$H_\alpha = \frac{T_{\text{h}} - T_{\text{c}}}{(R_{\text{th}})_{\text{g}}} = \frac{(22 - 0{,}0)\ ^{\text{o}}\text{C}}{0{,}0159\ \text{sK/J}} = \frac{22\ \text{K}}{0{,}0159\ \text{sK/J}} \quad \Rightarrow \quad H_\alpha = 1380\ \text{J/s}$$

Η αλλαγή των βαθμός Celsius (^{o}C) σε Kelvin (K) έγινε επειδή ισχύει:
$\Delta\theta\ (\ ^{\text{o}}\text{C}) = \Delta T\ (\text{K})$

β. Στην περίπτωση αυτή, το παράθυρο περιλαμβάνει δυο τζάμια τα οποία είναι παράλληλα μεταξύ τους και απέχουν $L_{air} = 0{,}005m$. Η θερμική αντίσταση του παραθύρου $(R_{th})_b$ είναι ίση με τη θερμική αντίσταση των δυο περιοχών από γυαλί συν τη θερμική αντίσταση του αέρα που βρίσκεται ανάμεσα στα δυο τζάμια:

$$(R_{\text{th}})_\beta = (R_{\text{th}})_{\text{g}} + (R_{\text{th}})_{\text{air}} + (R_{\text{th}})_{\text{g}} = 2(R_{\text{th}})_{\text{g}} + (R_{\text{th}})_{\text{air}} = 2\frac{L_{\text{g}}}{k_{\text{g}}A} + \frac{L_{\text{air}}}{k_{\text{air}}A} \quad \Rightarrow$$

$$(R_{\text{th}})_\beta = 2 \times (0{,}0159\ \text{sK/J}) + \frac{0{,}005\ \text{m}}{(0{,}024\ \text{J/smKL}) \times 0.3\text{m}^2} \quad \Rightarrow \quad (\text{R}_{\text{th}})_\beta = 0{,}694\ \text{sK/J}$$

Οπότε, το θερμικό ρεύμα από το εσωτερικό του σπιτιού προς το εξωτερικό περιβάλλον (φυσικά μέσω του παραθύρου με διπλά τζάμια) είναι:

$$H_\beta = \frac{T_{\text{h}} - T_{\text{c}}}{(R_{\text{th}})_\beta} = \frac{(22 - 0{,}0)\ ^{\text{o}}\text{C}}{0{,}694\ \text{sK/J}} = \frac{22\ \text{K}}{0{,}694\ \text{sK/J}} \quad \Rightarrow \quad H_\beta = 31{,}7\ \text{J/s}$$

ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ Το αποτέλεσμα ήταν αναμενόμενο δεδομένου ότι τα γεωμετρικά στοιχεία των δυο γυάλινων περιοχών και του στρώματος του αέρα είναι τα ίδια ενώ η θερμική αγωγιμότητα του αέρα είναι πολλές φορές μικρότερη από τη θερμική αγωγιμότητα του γυαλιού. Με το παράδειγμα αυτό αντιλαμβάνεται κανείς την εξοικονόμηση ενέργειας που μπορεί να έχει στο σπίτι του αν χρησιμοποιεί διπλά τζάμια στα παράθυρά του.

ΑΣΚΗΣΗ 4

Η κατανομή της ενέργειας που εκπέμπεται από τον Ήλιο ανά μονάδα χρόνου, ανά μονάδα επιφάνειας και ανά μήκος κύματος, δηλαδή η συνάρτηση $R(\lambda,T)$, παρουσιάζει μέγιστο στο μήκος κύματος λ_{max}=0,477 μm το οποίο αντιστοιχεί στην περιοχή του πράσινου του ηλεκτρομαγνητικού φάσματος. Με βάση το δεδομένο αυτό να υπολογίσετε τη θερμοκρασία της επιφάνειας του Ήλιου.

ΜΟΝΤΕΛΟ Θεωρούμε ότι ο Ήλιος ακτινοβολεί την ενέργεια ως μελανό σώμα.

ΛΥΣΗ Θα χρησιμοποιήσουμε τον νόμο της μετατόπισης του Wien:

$$\lambda_{\max} = \frac{2900}{T\ (\mathrm{K})}\ (\mu\mathrm{m}) \quad \Rightarrow \quad T = \frac{2900}{\lambda\ (\mu\mathrm{m})}\ (\mathrm{K}) = \frac{2900}{0{,}477}\ (\mathrm{K}) \quad \Rightarrow$$

T = 6080 K

ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ Το αποτέλεσμα που προέκυψε προσεγγίζει ικανοποιητικά την πραγματική θερμοκρασία της επιφάνειας του ήλιου σύμφωνα με τα βιβλιογραφικά δεδομένα.

ΑΣΚΗΣΗ 5

Η επιφάνεια της Γης έχει θερμοκρασία θ=27 ^{0}C και συντελεστή εκπομπής ε_r=0,8 ενώ η μέση θερμοκρασία της ατμόσφαιρας που την περιβάλλει έχει θερμοκρασία θ_0=0 ^{0}C. Να υπολογίσετε τη συνολική θερμική ενέργεια που ακτινοβολεί η Γη προς την ατμόσφαιρα. Δίνεται η ακτίνα της Γης R_{earth}=6,38x10^6 m.

ΜΟΝΤΕΛΟ Το συνολικό θερμικό ρεύμα H_{net} που ακτινοβολεί η γη προς την ατμόσφαιρα δίνεται από την εξίσωση:
$H_{\mathrm{net}} = \varepsilon_r A\sigma(T^4 - T_0^4)$
Οι θερμοκρασίες πρέπει να είναι σε Kelvin.
Θερμοκρασία γης σε Kelvin: $T = (273 + 27)\mathrm{K} = 300\ \mathrm{K}$
Θερμοκρασία ατμόσφαιρας σε Kelvin: $T_0 = (273 + 0)\mathrm{K} = 273\ \mathrm{K}$

ΛΥΣΗ
Η επιφάνεια της Γης είναι ίση με:

$$A_{\mathrm{earth}} = 4\pi R_{\mathrm{earth}}^2 = 4 \times 3{,}14 \times (6{,}38 \times 10^6\ \mathrm{m})^2 = 5{,}11 \times 10^{14}\ \mathrm{m}^2$$

$$H_{\mathrm{net}} = \varepsilon_r A\sigma(T^4 - T_0^4) = \\ = 0{,}8 \times (5{,}11 \times 10^{14}\ \mathrm{m}^2) \times (5{,}67 \times 10^{-8}\mathrm{Js}^{-1}\mathrm{m}^{-2}\mathrm{K}^{-4}) \times [(300\mathrm{K})^4 - (273\mathrm{K})^4] \quad \Rightarrow$$

$$H_{\mathrm{net}} = 5{,}90 \times 10^{16}\ \mathrm{J/s}$$

ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ Εξαιτίας του μεγάλου μεγέθους που έχει η επιφάνεια της Γης, τεράστια ποσά θερμικής ενέργειας ακτινοβολούνται ανά δευτερόλεπτο προς την ατμόσφαιρα.

ΑΣΚΗΣΗ 6

Να εξηγήσετε τους λόγους για τους οποίους:

α. Τα θερμαντικά σώματα καλοριφέρ πρέπει να τοποθετούνται κοντά στο πάτωμα του δωματίου.

β. Τα κλιματιστικά πρέπει να τοποθετούνται πλησίον της οροφής του δωματίου.

ΑΣΚΗΣΗ 7

Μετά από ένα ηλιόλουστο χειμωνιάτικο πρωινό αρχίζει να χιονίζει. Τότε παρατηρείτε ότι το χιόνι που πέφτει σε άσφαλτο λιώνει σχεδόν αμέσως σε αντίθεση με το χιόνι που πέφτει σε μια τσιμεντένια αυλή όπου καθυστερεί στο λιώσιμο. Να εξηγήσετε για ποιο λόγο γίνεται αυτό.

ΑΣΚΗΣΗ 8

Στις σύγχρονες οικοδομές οι τοίχοι αποτελούνται από δυο παράλληλα τοιχία που απέχουν μεταξύ τους μερικά εκατοστά. Ο χώρος μεταξύ των τοιχίων πληρούται με αφρώδες πολυμερές μονωτικό υλικό. Αν και ο αέρας είναι ένα πολύ καλό θερμομονωτικό υλικό, χρησιμοποιείται το αφρώδες πολυμερές υλικό:

α. Για να περιορίσει τις θερμικές απώλειες λόγω του φαινομένου της θερμικής αγωγιμότητας.

β. Για να περιορίσει τις θερμικές απώλειες λόγω μεταφοράς θερμότητας με ροή ρευστού.

γ. Για λόγους πυρασφάλειας.

Επιλέξτε τη σωστή απάντηση.

ΑΣΚΗΣΗ 9

Να υπολογίσετε τη θερμική ενέργεια ανά μονάδα χρόνου και ανά μονάδα επιφανείας που εκπέμπεται από ένα πραγματικό αντικείμενο (φαιό σώμα) το οποίο έχει θερμοκρασία 25 ^{0}C και συντελεστή εκπομπής 0,6. (Σταθερά Stefan – Boltzmann σ=5,67x10^{-8} Jm^{-2}K^{-4})

ΑΣΚΗΣΗ 10

Να υπολογίσετε τη θερμοκρασία ενός μελανού σώματος το οποίο βρίσκεται μέσα σε ένα δωμάτιο, όπου η θερμοκρασία του αέρα είναι 20 ^{0}C, όταν η ολική ενέργεια που εκπέμπει ανά μονάδα χρόνου και ανά μονάδα επιφανείας είναι *1000 W/m^{2}*. (Σταθερά Stefan – Boltzmann σ=5,67x10^{-8} Jm^{-2}K^{-4})

ΑΣΚΗΣΗ 11

Να υπολογίσετε τη θερμοκρασία μιας επιφάνεια όταν το μέγιστο του φάσματος εκπομπής που εκπέμπει αντιστοιχεί σε μήκος κύματος α) 1 μm και β) 15 μm.

ΑΣΚΗΣΗ 12

Δίνεται μια κυλινδρική ράβδος από χαλκό η οποία έχει μήκος 15 cm και εμβαδόν βάσης A. Η μια βάση της ράβδου αυτής έρχεται σε καλή επαφή με τη μια βάση μιας ράβδου από αλουμίνιο η οποία έχει μήκος 10 cm και εμβαδόν βάσης A. Οι άκρες του συστήματος που προκύπτει τοποθετούνται σε δυο θερμοδεξαμενές οι οποίες έχουν σταθερές θερμοκρασίες 100 ^{0}C και 25 ^{0}C, αντίστοιχα. Με την προϋπόθεση ότι η πλευρική επιφάνεια του συστήματος των δυο ράβδων είναι θερμικά μονωμένη, να υπολογίσετε τη θερμοκρασία στην επιφάνεια που εφάπτονται οι δυο κύλινδροι.

ΑΣΚΗΣΗ 13

Δυο σφαιρικά αντικείμενα έχουν θερμοκρασίες T_1 *και* T_2, συντελεστές εκπομπής ε_1 *και* ε_2 και ακτίνες r_1 και r_2. Να συγκρίνετε τις θερμοκρασίες T_1 και T_2, όταν:

α. $\varepsilon_1=\varepsilon_2/2$ και $r_1=r_2$.

β. $\varepsilon_1=\varepsilon_2$ και $r_1=r_1/2$

ΑΣΚΗΣΗ 14

Δυο πρισματικά δοχεία Α και Β έχουν τον ίδιο όγκο, αλλά το δοχείο Α έχει διπλάσιο ύψος σε σχέση με το δοχείο Α. Αντίθετα, το εμβαδόν της βάσης δοχείου Β είναι διπλάσιο του εμβαδού της βάσης το δοχείου Α. Τα δοχεία αυτά αφού γεμίσουν με νερό θερμοκρασίας 100 ^{0}C τοποθετούνται πάνω σε μια θερμοδεξαμενή που έχει θερμοκρασία 20 ^{0}C. Ποιο από τα δυο δοχεία (με το περιεχόμενό τους) θα ψυχθεί γρηγορότερα;

ΑΣΚΗΣΗ 15

Για να υπολογισθεί η θερμική ροή J, δηλαδή η θερμική ισχύς ανά μονάδα επιφανείας που μεταφέρεται με αγωγή σε ένα σύστημα, έγιναν οι εξής μετρήσεις: Θερμική αγωγιμότητα k=(390±10) J/smK, ΔT=(250±4) ^{0}C και Δx=0,015 m.

α. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή της θερμικής ροής J.

β. Να υπολογίσετε το απόλυτο σφάλμα δJ της θερμικής ροής J.

γ. Να γράψετε την έκφραση ($J\pm\delta J$).

ΑΣΚΗΣΗ 16

Στο εσωτερικό ενός θερμομονωτικού κυλινδρικού δοχείου αποθηκεύεται ρευστό θερμοκρασίας T_h. Αν η εσωτερική και η εξωτερική ακτίνα του δοχείου είναι R_1 και R_2 αντίστοιχα, η θερμοκρασία του αέρα που περιβάλλει το δοχείο είναι T_c και η θερμική αγωγιμότητα του υλικού του κυλίνδρου είναι k, τότε να προσδιορίσετε τη συνάρτηση που συνδέει τη θερμοκρασία $T(r)$ συναρτήσει της απόστασης r από τον άξονα του δοχείου και στο διάστημα $R_1<r<R_2$.

1. Στο εσωτερικό ενός θερμομονωτικού σφαιρικού δοχείου αποθηκεύεται ρευστό σε θερμοκρασία T_h. Αν η εσωτερική και η εξωτερική ακτίνα του δοχείου είναι R_1 και R_2 αντίστοιχα, η θερμοκρασία του αέρα που περιβάλλει το δοχείο είναι T_c και η θερμική αγωγιμότητα του υλικού του σφαιρικού δοχείου είναι k, τότε να προσδιορίσετε τη

συνάρτηση που συνδέει τη θερμοκρασία $T(r)$ συναρτήσει της απόστασης r από το κέντρο της σφαίρας και στο διάστημα $R_1<r<R_2$.

2. Δίνεται ένας ομογενής κύλινδρος μήκους L και ακτίνας βάσης R ο οποίος είναι κατασκευασμένος με υλικό που έχει ειδική θερμότητα c και ο οποίος έχει θερμανθεί σε θερμοκρασία T_0. Αν η θερμοκρασία του περιβάλλοντος είναι $T_e<T_0$, τότε:
   α. Να προσδιορίσετε τη θερμοκρασία του κυλίνδρου συναρτήσει του χρόνο t, με την προϋπόθεση ότι ο μοναδικός μηχανισμός των θερμικών απωλειών του κυλίνδρου είναι αυτός της μεταφοράς θερμότητας με φυσική ροή του αέρα που περιβάλλει τον κύλινδρο. Στην περίπτωση αυτή δίνεται συντελεστής h_{Free} μεταφοράς θερμικής ενέργειας με ελεύθερη ροή.
   β. Να προσδιορίσετε τη θερμοκρασία του κυλίνδρου συναρτήσει του χρόνο t, με την προϋπόθεση ότι ο μοναδικός μηχανισμός των θερμικών απωλειών του κυλίνδρου είναι αυτός της θερμικής ακτινοβολίας. Στην περίπτωση αυτή δίνονται η σταθερά σ των Stefan – Boltzmann και ο συντελεστής ε_r εκπομπής της επιφάνειας του κυλίνδρου.

3. Δίνεται μια ομογενής σφαίρα ακτίνας R η οποία είναι κατασκευασμένη με υλικό που έχει ειδική θερμότητα c και η οποία έχει θερμανθεί σε θερμοκρασία T_0. Αν η θερμοκρασία του περιβάλλοντος είναι $T_e<T_0$, τότε:
   α. Να προσδιορίσετε τη θερμοκρασία της σφαίρας συναρτήσει του χρόνο t, με την προϋπόθεση ότι ο μοναδικός μηχανισμός των θερμικών απωλειών της σφαίρας είναι αυτός της μεταφοράς θερμότητας με φυσική ροή του αέρα που περιβάλλει τη σφαίρα. Στην περίπτωση αυτή δίνεται συντελεστής h_{Free} μεταφοράς θερμικής ενέργειας με ελεύθερη ροή.
   β. Να προσδιορίσετε τη θερμοκρασία της σφαίρας συναρτήσει του χρόνο t, με την προϋπόθεση ότι ο μοναδικός μηχανισμός των θερμικών απωλειών της σφαίρας είναι αυτός της θερμικής ακτινοβολίας. Στην περίπτωση αυτή δίνονται η σταθερά σ των Stefan – Boltzmann και ο συντελεστής ε_r εκπομπής της επιφάνειας της σφαίρας.

1. Ένα καλά μονωμένο δοχείο όγκου *2000 mL* περιέχει *500 mL* υγρού αζώτου που βράζει. Τον υπόλοιπο όγκο του δοχείου καταλαμβάνει αέριο άζωτο σε πίεση *1,0 atm*, με το αέριο και το υγρό να βρίσκονται σε θερμική ισορροπία. Αν τοποθετήσουμε στο δοχείο ένα κομμάτι σιδήρου *197 g* και ξανακλείσουμε το δοχείο αεροστεγώς. Ποια θα είναι η πίεση στο δοχείο έπειτα από λίγα δευτερόλεπτα; Η πυκνότητα του υγρού αζώτου είναι $810\ kg/m^3$.

2. Μια σφαίρα από χαλκό έχει ακτίνα *0,05 m* και αρχικά έχει θερμανθεί ομοιόμορφα σε θερμοκρασία $200\ ^0C$. Η σφαίρα αυτή ξαφνικά εκτίθεται σε περιβάλλον που έχει θερμοκρασία 20 ^{0}C και συντελεστή μεταφοράς θερμότητας με ελεύθερη ροή $15\ J/sm^2K$. Να υπολογίσετε το χρόνο που απαιτείται για φθάσει η θερμοκρασία της σφαίρας στους $100\ ^0C$. Η ειδική θερμότητα του χαλκού είναι *385 J/kgK*.

3. Ένας κύλινδρος διατηρείται σε σταθερή θερμοκρασία $200\ ^0C$ και είναι τοποθετημένος εξ ολοκλήρου μέσα σε μια αεροσήραγγα της οποίας τα τοιχώματα έχουν σταθερή θερμοκρασία $10\ ^0C$. Όταν τεθεί σε λειτουργία η αεροσήραγγα, αέρας με θερμοκρασία *350 K* προσβάλλει τον κύλινδρο. Αν ο συντελεστής εκπομπής της επιφάνειας του κυλίνδρου είναι *0,6* τότε να υπολογίσετε το ολικό θερμικό ρεύμα που φεύγει από την επιφάνεια του κυλίνδρου. Για τις συνθήκες ροής του αέρα ο συντελεστή μεταφοράς θερμότητας με εξαναγκασμένη ροή είναι $180\ J/sm^2K$

4. Ένα λεπτό φύλλο αλουμινίου με συντελεστή εκπομπής *0,1* και για τις δυο επιφάνειες του είναι τοποθετημένο μεταξύ δυο πολύ μεγάλων και παράλληλων επίπεδων πλακών οι οποίες διατηρούν σταθερές θερμοκρασίες $T_1=800\ K$ και $T_2=500\ K$ και των οποίων οι συντελεστές εκπομπής είναι $\varepsilon_1=0,1$ και $\varepsilon_2=0,6$ αντίστοιχα. Να υπολογίσετε το συνολικό θερμικό ρεύμα ανά μονάδα επιφανείας που ακτινοβολείται μεταξύ των δυο πλακών και να συγκρίνετε το αποτέλεσμα αυτό με το αντίστοιχο θερμικό ρεύμα ανά μονάδα επιφανείας χωρίς το ενδιάμεσο λεπτό φύλλο αλουμινίου.
5. Η πόρτα του φούρνου μιας ηλεκτρικής κουζίνας αποτελείται από τζάμι που έχει διαστάσεις (*0,60 m*)x(*0,40 m*)x(*0,005m*). Όταν λειτουργεί ο φούρνος η θερμοκρασία που αναπτύσσεται μέσα σε αυτόν είναι $200\ ^0C$. Αν η θερμοκρασία του δωματίου στο οποίο βρίσκεται η ηλεκτρική κουζίνα είναι $20\ ^0C$, τότε να υπολογίσετε τη θερμοκρασία που έχει η εξωτερική επιφάνεια του τζαμιού της πόρτας του φούρνου. Δίνονται: θερμική αγωγιμότητα γυαλιού $k=1,05\ J/smK$, συντελεστή μεταφοράς θερμότητας με ελεύθερη ροή $h_{Free}=10\ J/sm^2K$.

6. Υποθέστε ότι το δέρμα του ανθρώπου έχει συντελεστή εκπομπής $\varepsilon_r=0,7$ και η επιφάνεια του δέρματος που είναι εκτεθειμένη στο περιβάλλον (πρόσωπο και χέρια) είναι της τάξης των $0,36\ m^2$. Να υπολογίσετε την ολική ενέργεια ανά μονάδα χρόνου που αποβάλλεται από το σώμα του ανθρώπου όταν η θερμοκρασία του περιβάλλοντος είναι $20\ ^0C$ και η θερμοκρασία του σώματος ενός υγιούς ανθρώπου είναι $36,6\ ^0C$ στις περιπτώσεις όπου ο συγκεκριμένος άνθρωπος βρίσκεται:
   α. Σε ήρεμο περιβάλλον όπου ο συντελεστή μεταφοράς θερμότητας με ελεύθερη ροή είναι $h_{Free}=5\ J/sm^2K$.
   β. Σε εξωτερικό περιβάλλον με άνεμο όπου ο συντελεστή μεταφοράς θερμότητας με εξαναγκασμένη ροή είναι $h_{Forced}=180\ J/sm^2K$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 16.18 Η κατανομή της ενέργειας που εκπέμπεται από τον Ήλιο ανά μονάδα χρόνου, ανά μονάδα επιφάνειας και ανά μήκος κύματος, δηλαδή η συνάρτηση $R(\lambda,T)$, παρουσιάζει μέγιστο στο μήκος κύματος $\lambda_{max}=0,477\ \mu m$ το οποίο αντιστοιχεί στην περιοχή του πράσινου του ηλεκτρομαγνητικού φάσματος. Με βάση το δεδομένο αυτό να υπολογίσετε τη θερμοκρασία της επιφάνειας του Ήλιου.

ΜΟΝΤΕΛΟ Θεωρούμε ότι ο Ήλιος ακτινοβολεί την ενέργεια ως μελανό σώμα.

ΛΥΣΗ Θα χρησιμοποιήσουμε τον νόμο της μετατόπισης του Wien:

$$\lambda_{\max} = \frac{2900}{T\,(\sigma\varepsilon\, K)}\,(\mu m) \quad \Rightarrow \quad T = \frac{2900}{\lambda\ (\sigma\varepsilon\ \mu m)}\,(K) = \frac{2900}{0,477}\,(K) \quad \Rightarrow$$

$$T = 6080\ K$$

ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ **Το αποτέλεσμα που προέκυψε προσεγγίζει ικανοποιητικά την πραγματική θερμοκρασία της επιφάνειας του ήλιου σύμφωνα με τα βιβλιογραφικά δεδομένα.**

Αγωγός εξωτερικής διαμέτρου 70mm ευρίσκεται σε χώρο στον οποίο ο αέρας και τα τοιχώματα έχουν θερμοκρασία 25ºC. Η θερμοκρασία της εξωτερικής επιφάνειας του αγωγού είναι 200 ºC και ο συντελεστής εκπομπής ε=0.8. Παραδοχές: Μόνιμες συνθήκες, πολύ μικρές διαστάσεις του αγωγού σε σύγκριση με το χώρο στον οποίο ευρίσκεται (περιλαμβάνεται εξ ολοκλήρου από τον χώρο), ειδική συναγωγιμότητα μεταξύ εξωτερικής επιφάνειας του αγωγού και του περιβάλλοντος h=15W/m²K. Ζητούνται: Το ρεύμα θερμότητας ανά μέτρο μήκους του αγωγού το οποίο μεταφέρεται στο περιβάλλον με συναγωγή και θερμική ακτινοβολία.

Λύση:

Για την λύση θα χρησιμοποιηθεί L = 1,0 m:

$$Q = h\,(\pi\, DL)\,(T_s - T_\infty) + \varepsilon\,(\pi\, DL)\,\sigma\,(T_{s1}^4 - T_{s2}^4)$$

$$Q' = \frac{Q}{L} = 15 \cdot \pi \cdot 0{,}07 \cdot (200 - 25) + 0{,}8 \cdot \pi \cdot 0{,}07 \cdot 5{,}65 \cdot 10^{-8} \cdot (473^4 - 298^4)$$

$$Q' = 577 + 421 \text{ W/m}$$

Και το ρεύμα θερμότητας ανά μέτρο μήκους του αγωγού Q´ προκύπτει:

$$Q' = 998 \text{ W/m}$$