

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΠΡΟΣ ΛΥΣΗ ΓΙΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΟΥΣ ΜΗΧΑΝΙΚΟΥΣ

2η ΣΕΙΡΑ ΕΠΙΛΕΓΜΕΝΩΝ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΟΡΜΗ – ΩΘΗΣΗ ΔΥΝΑΜΗΣ – ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΟΡΜΗΣ

ΘΕΜΑ 2.1 (Θεωρία)

- (α) Να αποδείξετε το θεώρημα «Ωθηση Δύναμης – Ορμή»
- (β) Εφαρμόζοντας το θεώρημα «Ωθηση Δύναμης – Ορμή» να αποδείξετε ότι τα ελαφριά και εύπλαστα αυτοκίνητα, τα οποία συνιστούν την παθητική ασφάλεια ενός αυτοκινήτου, μειώνουν σημαντικά την πιθανότητα σοβαρού τραυματισμού του οδηγού και των επιβατών του αυτοκινήτου.

ΘΕΜΑ 2.2

Τη χρονική στιγμή $t_0=0$, ένα ελικόπτερο που έχει μάζα $M=8500$ kg (μαζί με τη μάζα του πιλότου) αρχίζει να απογειώνεται κατακόρυφα. Ο πιλότος δίνει ισχύ στη μηχανή του ελικοπτερού έτσι ώστε πάνω σε αυτό να ασκείται κατακόρυφη δύναμη F_{th} η οποία αυξάνεται με το χρόνο σύμφωνα με την σχέση

$$F_{th} = a + \beta t^2 \quad \text{όπου} \quad \alpha = 1,5 \times 10^5 N \quad \text{και} \quad \beta = 2,5 \times 10^3 N/s^2$$

- (α) Να υπολογίσετε την ώθηση που οφείλεται σε όλες τις δυνάμεις που δρουν πάνω στο ελικόπτερο.
- (β) Να εφαρμόσετε το θεώρημα Ωθησης – Ορμής για να υπολογίσετε την ταχύτητα ανόδου του ελικοπτερού τη χρονική στιγμή $t_1=3,5$ s.

ΘΕΜΑ 2.3

Ένα ταχύπλοο σκάφος μαζί με τους επιβάτες του έχει μάζα $m=350$ kg. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ σβήνει η μηχανή του ενώ αυτό είχε ταχύτητα $u_0=-17,0$ m/s. Η οπισθέλκουσα δύναμη (δύναμη εσωτερικής τριβής) που ασκεί το θαλασσινό νερό πάνω στο σκάφος εξαρτάται από το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση $D(t) = \alpha - \beta t$, όπου $\alpha = 750$ N και $\beta = 35,5$ N/s. Να υπολογίσετε το χρονικό διάστημα $\Delta t = t_f - t_0 = t_f$ που απαιτείται ώστε η ταχύτητα του σκάφους γίνει ίση με $u_1=-5,0$ m/s.

ΘΕΜΑ 2.4

Πάνω σε ένα αντικείμενο που έχει μάζα $m = 2,00$ kg ασκείται δύναμη η οποία εξαρτάται από το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση: $\vec{F} = (\alpha t^2)\hat{i} - (\beta - \gamma t)\hat{j}$ όπου $\alpha = 15,0$ N/s², $\beta = 12,0$ N και $\gamma = 20,0$ N/s. Η δύναμη αυτή ασκείται επί του αντικειμένου για χρονικό διάστημα $\Delta t = 0,500$ s. Αν το αντικείμενο ήταν αρχικά ακίνητο ($u_i = 0$ και $\rho_i = 0$), να υπολογίσετε το διάνυσμα της ταχύτητας u_f μετά το πέρας του χρονικού διαστήματος των 0,500 s.

ΘΕΜΑ 2.5

Ένα φορτίο μάζας $m=1000$ kg ρυμουλκείται με γερανό για να τοποθετηθεί στην ταράτσα μιας οικοδομής. Για κάποιο λόγο το σκοινί σπάει όταν το φορτίο βρίσκεται σε ύψος $y_0 = 50$ m

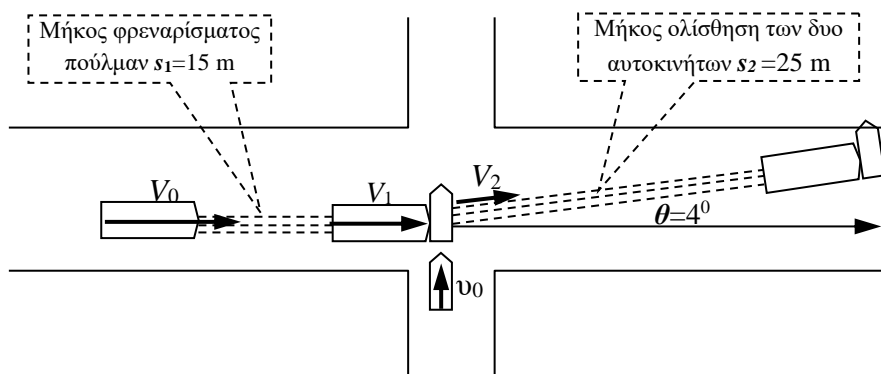
από το έδαφος. Το φορτίο προσκρούει στο έδαφος και ακινητοποιείται σε χρονικό διάστημα $\Delta t=1,0$ ms. Στο χρονικό αυτό διάστημα, η δύναμη $F(t)$ που ασκεί το έδαφος πάνω στο φορτίο δίνεται από τη σχέση: $F_y(t) = F_{\max} \sin^2(\pi t/\Delta t)$. Να υπολογίσετε τη μέγιστη δύναμη F_{\max} καθώς και τη μέση δύναμη F_{avg} που ασκεί το φορτίο πάνω στο έδαφος.

Δίνεται το ολοκλήρωμα:
$$\int_0^x \sin^2 ax \, dx = \frac{x}{2} - \frac{\sin 2ax}{4a}$$

ΘΕΜΑ 2.6

(Πραγματικό γεγονός). Οδηγός Ι.Χ. που κινείτο σε κεντρικό επαρχιακό δρόμο παραβίασε το STOP σε κάθετη διασταύρωση με Εθνική Οδό. Το Ι.Χ. εισήλθε κινούμενο στην Εθνική Οδό με αποτέλεσμα πάνω σε αυτό να πέσει ένα πούλμαν και ο οδηγός να τραυματισθεί θανάσιμα. Είναι βέβαιο ότι υπεύθυνος για το τροχαίο αυτό δυστύχημα ήταν ο οδηγός του Ι.Χ. Παρόλα αυτά, ο δικηγόρος της οικογένειας του θύματος έχοντας ως δεδομένο ότι η μέγιστη επιτρεπόμενη ταχύτητα των αυτοκινήτων επί της Εθνικής Οδού στη συγκεκριμένη διασταύρωση είναι $V_{\max}=60$ km/h, πρότεινε να αναθέσουν σε μηχανικό πραγματογνώμονα να ζητήσει από την Τροχαία πληροφορίες για το δυστύχημα και με βάση τα δεδομένα που θα πάρει να προσπαθήσει να υπολογίσει την ταχύτητα που είχε το πούλμαν πριν την σύγκρουση. Το σκεπτικό του δικηγόρου ήταν απλό. Αν το πούλμαν δεν έτρεχε με ταχύτητα πολύ μεγαλύτερη από την $V_{\max}=60$ km/h, τότε υπήρχε περίπτωση να μην είχε τραυματισθεί θανάσιμα ο οδηγός του Ι.Χ. Κατά συνέπεια η παράβαση αυτή ήταν υπεύθυνη για το θάνατο του οδηγού του Ι.Χ. ο οποίος θα μπορούσε να είχε αποφευχθεί αν το πούλμαν έτρεχε με μικρότερη ή ίση ταχύτητα από την V_{\max} . Με άλλα λόγια, η οικογένεια του θύματος θα μπορούσε να ζητήσει οικονομική αποζημίωση από τον οδηγό του πούλμαν με το σκεπτικό ότι για το θάνατο του οδηγού του Ι.Χ. είχε ευθύνη και αυτός. Τα δεδομένα που πήρε ο μηχανικός πραγματογνώμονας από την Τροχαία αποτυπώνονται στο παρακάτω σχεδιάγραμμα και είναι:

- Μήκος ίχνους φρεναρίσματος πούλμαν: $s_1 = 15$ m
- Το ΙΧ αυτοκίνητο δεν άφησε ίχνη φρεναρίσματος (το ΙΧ μάλλον δεν φρέναρε).
- Μετά τη σύγκρουση το πούλμαν και το ΙΧ παρασύρθηκαν ως ένα σώμα σε κατεύθυνση που σχημάτιζε γωνία $\theta = 4^\circ$ με την κατεύθυνση κίνησης του πούλμαν.
- Μήκος ίχνους που άφησαν το πούλμαν και το ΙΧ μετά τη σύγκρουση μέχρι αυτά να σταματήσουν: $s_2 = 25$ m



Τα επί πλέον στοιχεία που χρησιμοποίησε ο μηχανικός πραγματογνώμονας ήταν ο συντελεστής κινητικής τριβής ολίσθησης $\mu_k = 0,75$ μεταξύ των τροχών των αυτοκινήτων και

του οδοστρώματος, η μάζα $M=8500 \text{ kg}$ του πούλμαν και η μάζα $m=1170 \text{ kg}$ του Ι.Χ. αυτοκινήτου.

Το ζητούμενο στο πρόβλημα αυτό είναι: Δικαιούται η οικογένεια του θύματος να διεκδικήσει την αποζημίωση από τον οδηγό του πούλμαν;

Υπόδειξη: V_0 είναι η ταχύτητα του πούλμαν όταν ο οδηγός αντιλήφθηκε το ΙΧ αυτοκίνητο και πάτησε το φρένο.

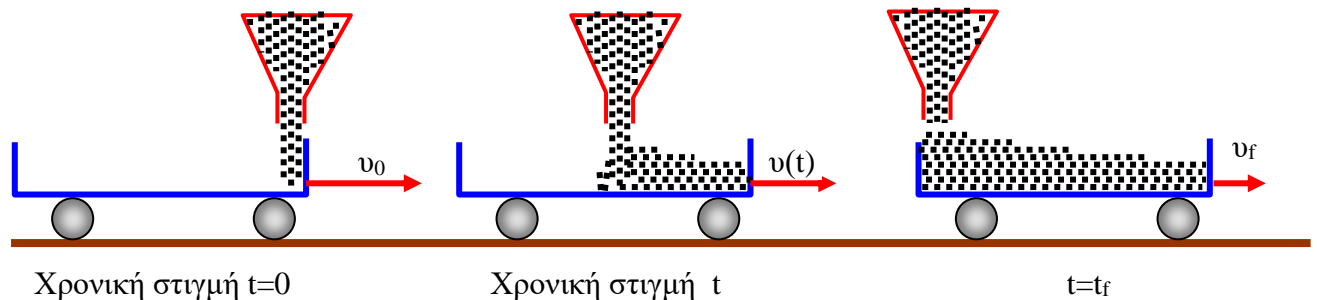
V_1 είναι η ταχύτητα του πούλμαν όταν συγκρούστηκε με το ΙΧ αυτοκίνητο.

v_0 είναι η ταχύτητα που είχε το ΙΧ αυτοκίνητο κατά τη σύγκρουση

V_2 είναι η ταχύτητα του πούλμαν και του ΙΧ αυτοκινήτου ακριβώς μετά τη σύγκρουση.

ΘΕΜΑ 2.7

Σε ένα αυτοματοποιημένο νταμάρι που παράγει χαλίκι, η καταπακτή από την οποία εξέρχεται το χαλίκι για να γεμίσει η καρότσα ενός φορτηγού έχει πλάτος ίσο με το πλάτος της καρότσας του φορτηγού και μήκος $d = 45 \text{ cm}$. Μετρήσεις έδειξαν ότι, όταν η καταπακτή είναι ανοιχτή το χαλίκι εξέρχεται με ρυθμός $R = 150 \text{ kg/s}$. Η καταπακτή ανοίγει και κλείνει αυτόματα όταν το εμπρός και το πίσω μέρος της καρότσας, αντίστοιχα βρεθούν κάτω από αυτήν.



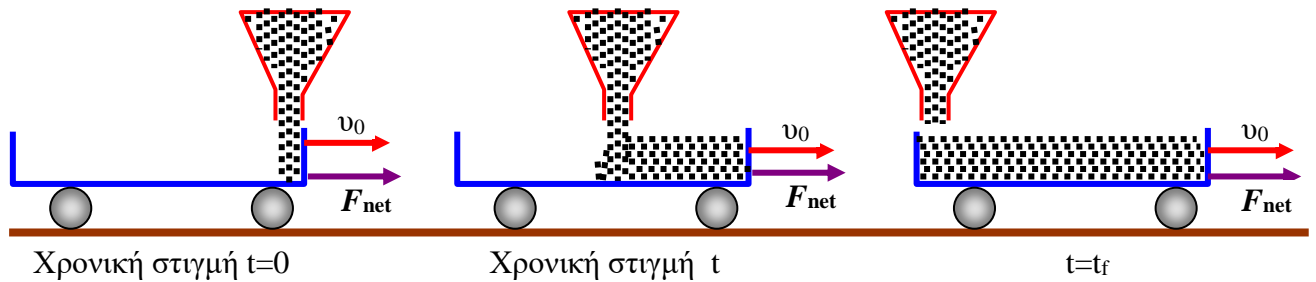
Πλησιάζοντας τα φορτηγά την εγκατάσταση που σπάει το μάρμαρο και παράγει το χαλίκι, οι οδηγοί ελευθερώνουν το συμπλέκτη και σβήνουν τη μηχανή του. Τα φορτηγά που έχουν μάζα $M=6,5 \times 10^3 \text{ kg}$ και καρότσα με μήκος $L=7,0 \text{ m}$ εισέρχονται στην εγκατάσταση παραγωγής χαλικιού χωρίς τριβές και με ταχύτητα $v_0=0,80 \text{ m/s}$. Να υπολογίσετε:

- Το χρονικό διάστημα t_f που διαρκεί η φόρτωση της καρότσας του φορτηγού.
- Την ταχύτητα με την οποία θα εξέλθει το φορτηγό από την εγκατάσταση φόρτωσης.
- Τη μάζα του χαλικιού που θα φορτωθεί στην καρότσα του φορτηγού στο χρονικό διάστημα t_f .
- Την ελάχιστη αρχική ταχύτητα v_{\min} την οποία πρέπει να έχει το φορτηγό ώστε αυτό να εξέρχεται από την εγκατάσταση φόρτωσης με το μέγιστο φορτίο $m_{\max}=8,00 \times 10^3 \text{ kg}$.

ΘΕΜΑ 2.8

Για να διατηρείται το ίδιο ύψος φορτίου σε κάθε σημείο τη καρότσας προτείνονται δυο εναλλακτικές λύσεις. Η πρώτη λύση είναι να μειώνεται κατάλληλα η παροχή χαλικιού κατά τη

διάρκεια της κίνησης και φόρτωσης του φορτηγού. Η δεύτερη λύση είναι να είναι σε λειτουργία η μηχανή του φορτηγού και ο οδηγός να διατηρεί την ταχύτητα του φορτηγού σταθερή και ίση με v_0 .



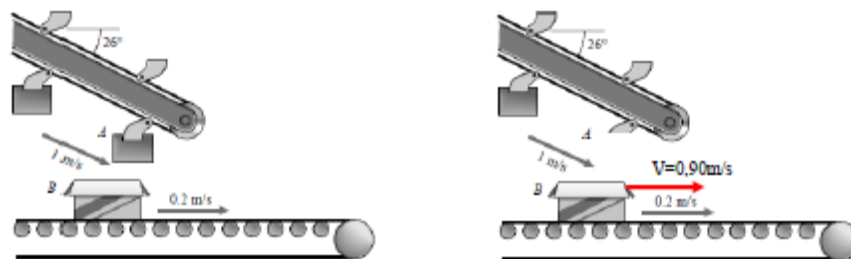
Ο μηχανικός του εργοταξίου επιλέγει τη δεύτερη λύση ως πιο συμφέρουσα δεδομένου ότι αυτή είναι άμεσα εφαρμόσιμη. Στην περίπτωση λοιπόν αυτή, να υπολογίσετε τη συνολική σταθερή δύναμη F_{net} (= κινητήρια δύναμη μηχανής φορτηγού μείον τριβές) που πρέπει να ασκείται πάνω στο φορτηγό ώστε αυτό να κινείται με σταθερή ταχύτητα $v_0=0,300\text{m/s}$ καθώς και τη συνολική μάζα $m_{\text{χαλίκι}}$ του χαλίκιου που θα φορτωθεί στην καρότσα του φορτηγού.

Προδιαγραφές φορτηγού: Μάζα φορτηγού $M=6,80 \times 10^3 \text{ kg}$, μήκος καρότσας: $L=8,00\text{m}$

Προδιαγραφές παροχής χαλίκιού: Πλάτος καταπακτής ίσο με πλάτος καρότσας, μήκος καταπακτής $d=50,0 \text{ cm}$. Τα χαλίκια εξέρχονται με ρυθμό $R=225 \text{ kg/s}$.

ΘΕΜΑ 2.9

Σε μια αυτοματοποιημένη μονάδα φόρτωση χαρτοκιβωτίων, τα χαρτοκιβώτια B τα οποία έχουν μάζα $m_B=1,5 \text{ kg}$ κινούνται οριζόντια με ταχύτητα $v_{Bx}=0,25 \text{ m/s}$ με τη βοήθεια ενός κυλιόμενου ιμάντα. Το φορτίο A κάθε κιβωτίου που έχει μάζα $m_A=15 \text{ kg}$ μεταφέρεται με ταχύτητα $v_A=1,0 \text{ m/s}$ με άλλο κυλιόμενο ιμάντα του οποίου η διεύθυνση κίνησης σχηματίζει γωνία $\theta=30^\circ$ με το οριζόντιο επίπεδο (βλέπε σχήμα άσκησης). Τη χρονική στιγμή που το φορτίο A βρίσκεται ακριβώς πάνω από το ανοιχτό χαρτοκιβώτιο B, το φορτίο αφήνεται ελεύθερο και πέφτει μέσα στο χαρτοκιβώτιο B όπου και κολλά στον πάτο του. Αν συντελεστή κινητικής τριβής ολίσθησης μεταξύ κιβωτίου και οριζόντιου κυλιόμενου ιμάντα είναι $\mu_k=0,2$ να υπολογίσετε το διάστημα d που θα ολισθήσει το χαρτοκιβώτιο πάνω στην κυλιόμενο ιμάντα.



ΘΕΜΑ 2.10

Μια μπάλα του τένις η οποία έχει μάζα $m = 0,0560 \text{ kg}$ κινείται με σταθερή ταχύτητας $\vec{v}_0 = \left(20,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \hat{i} - \left(5,00 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \hat{j}$, πριν αυτή κτυπηθεί από τη ρακέτα. Η ρακέτα ασκεί δύναμη ίση με

$\vec{F} = -(410N)\hat{i} + (120N)\hat{j}$ η οποία υποθέτουμε ότι παραμένει σταθερή για χρονικό διάστημα $\Delta t = 8,10 \times 10^{-3}$ s κατά το οποίο η ρακέτα και η μπάλα είναι σε επαφή. Να υπολογίσετε:

- (α) Τις συνιστώσες x και y της ώθησης δύναμης πάνω στη μπάλα του τένις και
(β) Τις συνιστώσες x και y της τελικής ταχύτητας υ της μπάλας του τένις.