

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΑΣΚΗΣΗ 4

ΝΟΜΟΣ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΤΟΥ ΗΟΟΚΕ

ΜΕΤΡΟ ΤΟΥ ΥΟΟΝΓ

4.1 ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ ΚΑΙ ΣΚΟΠΟΣ ΑΣΚΗΣΗΣ

Το αντικείμενο της παρούσας άσκησης είναι:

- η πειραματική επαλήθευση του νόμου του Hooke και
- η μέτρηση του μέτρου ελαστικότητας του Young συγκεκριμένου στερεού σώματος. Θα γίνει σύγκριση της μετρούμενης τιμής με την αυτήν που αναφέρεται στη βιβλιογραφία.

4.2 ΘΕΩΡΙΑ

Όταν σε ένα μεταλλικό σύρμα μήκους L_0 και διατομής S , ασκείται δύναμη εφελκυσμού F τότε το σύρμα αυτό θα υφίσταται επιμήκυνση ΔL η οποία εν γένει εξαρτάται κατά πολύπλοκο τρόπο από τη δύναμη F (δες ΣΧΗΜΑ 4.1). Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η περίπτωση όπου η δύναμη F είναι τέτοια ώστε η παραμόρφωση ΔL είναι πολλές φορές μικρότερη από το μήκος L_0 (π.χ. $\Delta L/L_0 \leq 0.01$). Στην περίπτωση αυτή λέμε ότι ισχύει ο **νόμος του Hooke**, σύμφωνα με τον οποίο, η επιμήκυνση ΔL είναι **ανάλογη** με τη δύναμη F και το μήκος L_0 του σύρματος και αντίστροφα ανάλογη με τη διατομή S του σύρματος. Συγκεκριμένα:

$$\Delta L = \frac{1}{Y} \frac{F}{S} L_0 \quad (4.1)$$

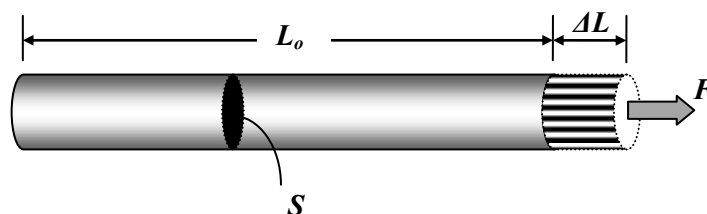
όπου ο συντελεστής Y εξαρτάται από το υλικό του σύρματος και ονομάζεται μέτρο ελαστικότητας του σύρματος ή **μέτρο του Young** (μονάδες N/m^2). Από τη ΣΧΕΣΗ (4.1) προκύπτει και η πιο συνηθισμένη μαθηματική έκφραση του νόμου Hooke:

$$\frac{F}{S} = Y \frac{\Delta L}{L_0} \quad (4.2)$$

που απλούστερα γράφεται:

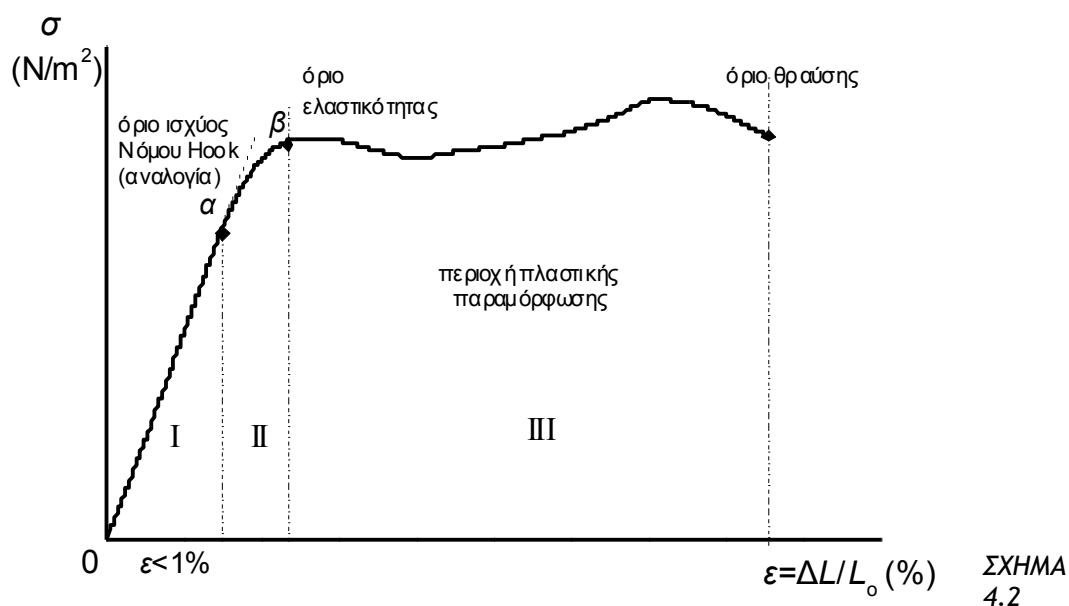
$$\boxed{\sigma = Y \cdot \varepsilon} \quad (4.3)$$

όπου $\sigma = F/S$ είναι η τάση εφελκυσμού (δύναμη ανά επιφάνεια διατομής σύρματος) και $\varepsilon = \Delta L/L_0$ είναι η ανηγμένη επιμήκυνση του σύρματος (δηλ. η μεταβολή του μήκους ανά μονάδα αρχικού μήκους).

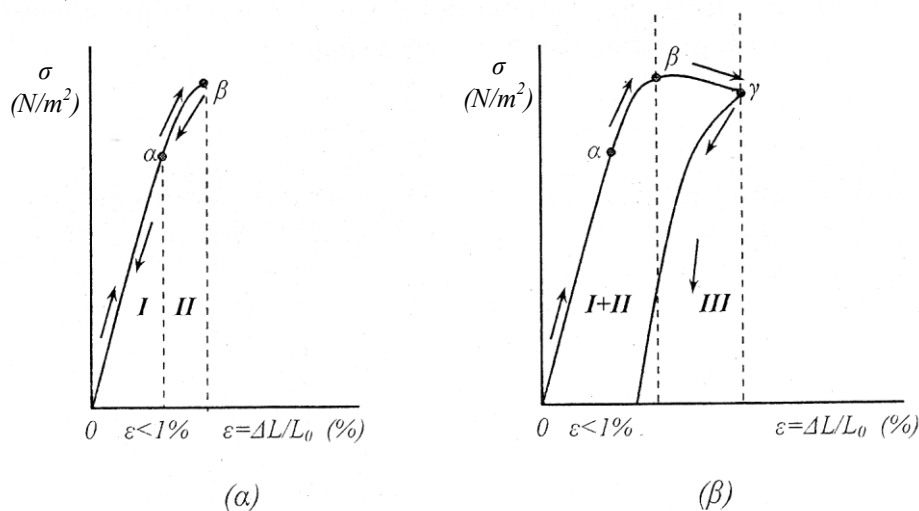


ΣΧΗΜΑ 4.1

Στη γενική περίπτωση όπου η δύναμη εφελκυσμού F πάρει οποιαδήποτε τιμή, τότε η συνάρτηση $\sigma = f(\varepsilon)$ δεν εκφράζεται με συγκεκριμένη μαθηματική σχέση. Αντίθετα, η συνάρτηση αυτή προσδιορίζεται πειραματικά και αποτυπώνεται μόνο γραφικά. Την γραφική αυτή αποτύπωση για συγκεκριμένο υλικό δίνουμε στο ΣΧΗΜΑ 4.2.



Η γραφική παράσταση $\sigma = f(\varepsilon)$ διακρίνεται σε τρεις περιοχές. Στην περιοχή αναλογίας (I) όπου ισχύει ο νόμος του Hook (βλέπε ΣΧΕΣΗ 4.3), στη περιοχή (II) όπου η παραμόρφωση εξακολουθεί να είναι ελαστική αλλά δεν ισχύει ο νόμος του Hook και στη περιοχή (III), την περιοχή της πλαστικής παραμόρφωσης, όπου το υλικό υφίσταται μόνιμες παραμορφώσεις. Το χαρακτηριστικό των περιοχών (I) και (II) είναι ότι, αν η τάση παραμόρφωσης ελαττώνεται σταδιακά, το μεταλλικό σύρμα επανέρχεται στο αρχικό του μήκος, (ΣΧΗΜΑ 4.2α). Αντίθετα, στη περίπτωση που η τάση παραμόρφωσης υπερβεί το όριο ελαστικότητας και τα σημεία της γραφικής παράστασης (ε, σ) βρίσκονται στην περιοχή πλαστικής παραμόρφωσης (III), τότε η γεωμετρία του σύρματος αλλάζει και συγκεκριμένα, αν η τάση παραμόρφωσης ελαττώνεται σταδιακά τότε το σύρμα δεν επανέρχεται στο αρχικό του μήκος L_0 , (βλέπε ΣΧΗΜΑ 4.2β), αλλά σε ένα μήκος $L_0 > L_0$.



ΣΧΗΜΑ 4.2

α. Στα **όλκιμα υλικά** όταν παρατηρείται έντονη πλαστική παραμόρφωση μεταξύ του ορίου ελαστικότητας και του ορίου θραύσης. Τα σύρματα που είναι κατασκευασμένα από μαλακό σίδηρο ανήκουν στη κατηγορία των όλκιμων υλικών.

β. Στα **εύθραυστα υλικά** όταν το όριο θραύσης είναι πολύ κοντά στο όριο ελαστικότητας. Οι ατσάλινες χορδές της κιθάρας ανήκουν στη κατηγορία των εύθραυστων υλικών.

4.2.1 Βιβλιογραφικές τιμές μέτρων ελαστικότητας

Τιμές μέτρων ελαστικότητας διαφόρων στερεών που δίνονται στη βιβλιογραφία δίνονται στον ΠΙΝΑΚΑ 4.1.

| Υλικό | Μέτρο Young Y ($\times 10^{10}$ N/m ²) |
|-------------------------|--|
| Καρβίδιο πυριτίου (SiC) | 45 |
| Βυρήλλιο | 28.7 |
| Ατσάλι | 22 |
| Χαλκός | 12 |
| Αλουμίνιο | 7.4 |
| Γυαλί | 6 |

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.1

4.2.2 Απαραίτητες Γνώσεις

1. Τάσεις Εφελκυσμού και Παραμορφώσεις - Νόμος του Hook
2. Μέτρο του Young
3. Ισοτροπική τάση - Ισοτροπική Παραμόρφωση
4. Διατμητική Τάση - Διατμητική Παραμόρφωση
5. Ελαστικότητα - Πλαστικότητα

4.2.3 Βιβλιογραφία

1. Πανεπιστημιακή Φυσική, R. Knight, Εκδόσεις ΙΩΝ, 2008
2. Πανεπιστημιακή Φυσική, Hugh D. Young, Εκδόσεις Παπαζήση, 1992
3. Physics for Scientists and Engineers, Τόμος Ι - Μηχανική, (3^η εκδ.) 1990, σελ.301
4. Φυσική Τόμος 1, Halliday - Resnick, Εκδόσεις Πνευματικός

4.3 ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗΣ ΔΙΑΤΑΞΗΣ

Στο ΣΧΗΜΑ 4.3 φαίνεται η πειραματική διάταξη που θα χρησιμοποιηθεί για την εκτέλεση της παρούσας άσκησης. Εκτός από το ατσάλινο σύρμα που θα χρησιμοποιηθεί (το δεύτερο ατσάλινο σύρμα είναι βοηθητικό) υπάρχουν και οι εξής συνιστώσες:

1. Ένα σύστημα ανάρτησης των μαζών που θα προκαλούν με το βάρος του την δύναμη εφελκυσμού.
2. Ένα μικρόμετρο επαφής για την μέτρηση των αντίστοιχων παραμορφώσεων του σύρματος μαζί με το σύστημα στήριξής του.
3. Ένα μικρόμετρο για τη μέτρηση της διαμέτρου d του σύρματος.
4. Ένα ηλεκτρονικό ζυγό για τη μέτρηση του βάρους κάθε μάζας που θα χρησιμοποιηθεί. Ο ζυγός αυτός μπορεί να είναι κοινόχρηστος μέσα στο εργαστήριο.
5. Το μήκος του σύρματος έχει ήδη μετρηθεί και έχει βρεθεί να είναι ίσο με:

$$L_0 \pm \delta L = (1950,0 \pm 0,5) \text{ mm}$$



4.4 ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΤΗΣ ΑΣΚΗΣΗΣ

Στη παρούσα άσκηση θα μελετηθεί ο νόμος του *Hook* και θα υπολογισθεί το μέτρο ελαστικότητας του *Young* σε ασάλινο σύρμα που έχει μήκος L_0 και διατομή S . Το σύρμα αυτό είναι αναρτημένο κατακόρυφα από το ένα άκρο του. Η δύναμη εφελκυσμού προκύπτει από τα βάρη των μαζών που αναρτώνται στο κάτω άκρο του σύρματος. Οι διαθέσιμες μάζες θα μας επιτρέψουν να εργαστούμε στην γραμμική περιοχή της γραφικής παράστασης (ΣΧΗΜΑ 4.2) $\sigma=f(\varepsilon)$, η οποία αντιπροσωπεύει το **νόμο του Hook**:

$$\sigma = Y \cdot \varepsilon$$

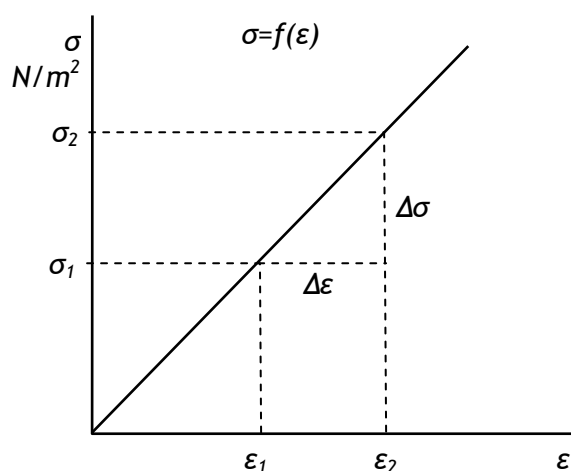
όπου $\sigma = \frac{F}{S}$ είναι η **τάση εφελκυσμού** του σύρματος, $\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0}$ είναι η **παραμόρφωση**

εφελκυσμού (ανηγμένη επιμήκυνση) του σύρματος. Τέλος, το μέγεθος Y είναι η σταθερά εφελκυσμού ή αλλιώς το **μέτρο του Young**.

Από τη ΣΧΕΣΗ (4.1) προκύπτει ότι η κλίση της γραφικής παράστασης $\sigma=f(\varepsilon)$ θα είναι ίση με το μέτρο ελαστικότητας του *Young*. Συγκεκριμένα, από το ΣΧΗΜΑ 4.4 θα έχουμε:

$$Y = \frac{\Delta \sigma}{\Delta \varepsilon} = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1} \quad (\text{N/m}^2) \quad (4.4)$$

Οι παράμετροι $\Delta \sigma$ και $\Delta \varepsilon$ για τον υπολογισμό του μέτρου ελαστικότητας του *Young* Y προσδιορίζονται από τη γραφική παράσταση $\sigma=f(\varepsilon)$.



ΣΧΗΜΑ 4.4