

## ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΑΣΚΗΣΗ 9

# ΝΟΜΟΙ ΤΗΣ ΘΕΡΜΙΚΗΣ ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑΣ

### 9.1 ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ ΚΑΙ ΣΚΟΠΟΣ ΑΣΚΗΣΗΣ

Στη παρούσα άσκηση θα γίνει πειραματική επαλήθευση των νόμων της θερμικής ακτινοβολίας: «της ηλεκτρομαγνητικής ενέργειας δηλαδή που εκπέμπει κάθε σώμα λόγω της θερμικής κίνησης των σωματιδίων που αποτελούν την ύλη του, σε θερμοκρασίες μεγαλύτερες από το απόλυτο μηδέν». Πιο συγκεκριμένα θα μελετηθούν:

1. Ο νόμος των *Stefan-Boltzmann*, σύμφωνα με τον οποίο η ισχύς  $P$  της θερμικής ακτινοβολίας που εκπέμπει ένα σώμα είναι **ανάλογη** με την τέταρτη δύναμη της απόλυτης θερμοκρασίας  $T$  της επιφάνειας του:

$$P \propto T^4$$

2. Ο νόμος του *αντίστροφου τετραγώνου*, σύμφωνα με τον οποίο η ισχύς  $P$  της θερμικής ακτινοβολίας που εκπέμπει ένα σώμα είναι **αντίστροφως ανάλογη** με το τετράγωνο της απόστασης  $r$  από τη πηγή της θερμότητας:

$$P \propto \frac{1}{r^2}$$

### 9.2 ΘΕΩΡΙΑ

#### 9.2.1 Απαραίτητες Γνώσεις

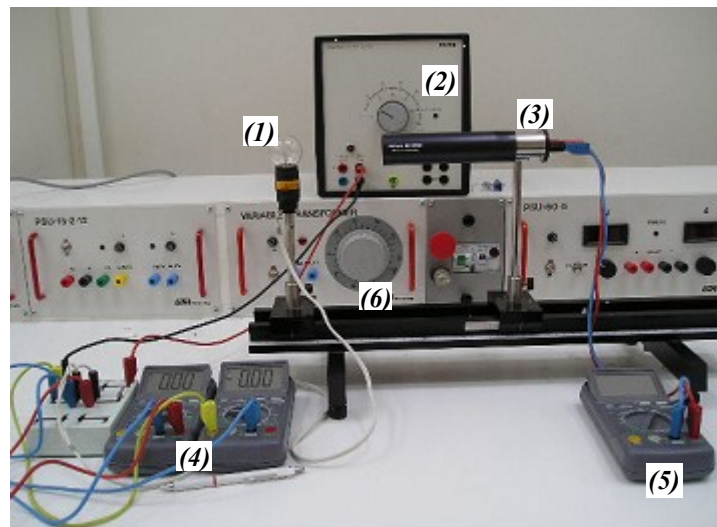
1. Μηχανισμοί διάδοσης της θερμότητας.
2. Ακτινοβολία μέλανος σώματος - Νόμος του Planck.
3. Ο νόμος των Stefan - Boltzmann.
4. Μεθοδολογία Γραφικών Παραστάσεων.
5. Ο Νόμος του Ohm.

#### 9.2.2 Βιβλιογραφία

1. Φυσική για Επιστήμονες και Μηχανικούς, Τόμος 1<sup>A</sup>, R. Knight, Εκδόσεις ΙΩΝ 2008
2. Φυσική για Επιστήμονες και Μηχανικούς, Τόμος III-Θερμοδυναμική, Serway, 1990, σελ.122
3. Πανεπιστημιακή Φυσική, Τόμος Α, H. C. Young, Εκδόσεις Παπαζήση, 1992
4. Φυσική, Μέρος I, Halliday, Resnick, Εκδόσεις Πνευματικός
5. [http://en.wikipedia.org/wiki/Thermal\\_radiation](http://en.wikipedia.org/wiki/Thermal_radiation)
6. <http://www.egglescliffe.org.uk/physics/astronomy/blackbody/bbody.html>

### 9.3 ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗΣ ΔΙΑΤΑΞΗΣ

Η πειραματική διάταξη (βλ. ΣΧΗΜΑ 9.1) περιλαμβάνει τις εξής συνιστώσες:



ΣΧΗΜΑ 9.1

1. Μια πηγή θερμικής ακτινοβολίας. Η πηγή αυτή είναι ένας ηλεκτρικός λαμπτήρας πυράκτωσης με νήμα από βολφράμιο σε σπειροειδή μορφή:

Με μήκος  $l_s=5 \text{ mm}$  και διάμετρο  $d_s=0,75 \text{ mm}$  (πλευρική επιφάνεια νήματος  $S_s = \pi \cdot d_s \cdot l_s$ ).

**ΠΡΟΣΟΧΗ!** Η μέγιστη τάση λειτουργίας του λαμπτήρα είναι  $V=10 \text{ V}$

2. Ένα τροφοδοτικό εναλλασσόμενης τάσης.
3. Μια θερμοπύλη τύπου *Moll* με προδιαγραφές:
  - Σταθερή ευαισθησία (θερμοτάση/θερμική ισχύ)  $\epsilon_m=0,16 \text{ mV/mW}$  στη περιοχή μηκών κύματος  $0,15 \text{ }\mu\text{m}$  έως  $15 \text{ }\mu\text{m}$ .
  - Περιοχή θερμοτάσεων, από  $30\mu\text{V}$  έως  $10\text{mV}$ .
  - Διάμετρος επιφάνειας εισόδου κατευθυντήρα  $D=34 \text{ mm}$ .
4. Δυο αναλογικά πολύμετρα για τη μέτρηση της τάσης  $V$  και της ένταση  $I$  του ρεύματος που τροφοδοτούν τον ηλεκτρικό λαμπτήρα
5. Ένα ψηφιακό πολύμετρο για τη μέτρηση της θερμοτάσης της θερμοπύλης.
6. Μια βάση στήριξης του λαμπτήρα και της θερμοπύλης *Moll*.

## 9.4 ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΤΗΣ ΑΣΚΗΣΗΣ

Με την πειραματική διάταξη της παρούσας εργαστηριακής άσκησης θα μελετηθούν:

1. Ο νόμος των «Stefan-Boltzmann», δηλαδή η σχέση:

$$P = \varepsilon_r \cdot \sigma \cdot A \cdot T^4 \quad (9.1)$$

όπου  $P$  είναι η ακτινοβολούμενη ισχύς (σε Watt) από αντικείμενο με εμβαδό επιφάνειας  $A$  (σε  $m^2$ ) που βρίσκεται σε απόλυτη θερμοκρασία  $T$  (σε K). Η σταθερά  $\varepsilon_r$  παίρνει τιμές μεταξύ 0 και 1 και λέγεται **συντελεστής εκπομπής**. Τέλος,  $\sigma$  είναι η σταθερά *Stefan-Boltzmann* και είναι ίση με:

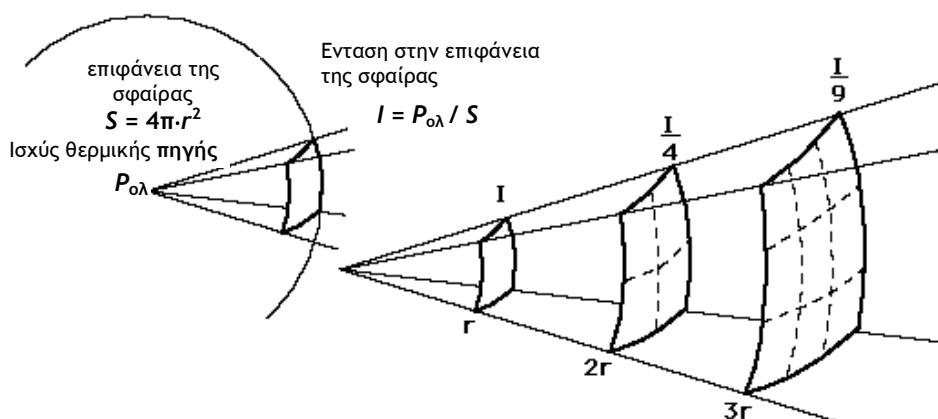
$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 \cdot K^4} \quad (9.2)$$

2. Ο νόμος του «αντιστρόφου τετραγώνου» σύμφωνα με τον οποίο η ένταση της θερμικής ακτινοβολίας (δηλαδή η θερμική ισχύς που εκπέμπεται ανά μονάδα επιφάνειας) είναι **αντίστροφα ανάλογη** με το τετράγωνο της απόστασης από τη θερμική πηγή, όταν αυτή θεωρείται σημειακή.

### 9.4.1 Επαλήθευση του Νόμου των Stefan - Boltzmann

Για τη πειραματική επαλήθευση του νόμου των Stefan-Boltzmann, το αισθητήριο *Moll* που μετρά την ένταση της θερμικής ακτινοβολίας τοποθετείται σε συγκεκριμένη απόσταση  $L$  από τη θερμική πηγή. Μεταβάλλοντας τη τάση και την ένταση του ρεύματος που τροφοδοτούν τη θερμική πηγή μεταβάλλεται ουσιαστικά η θερμοκρασία  $T$  του νήματος του λαμπτήρα πυράκτωσης. Για κάθε θερμοκρασία της θερμική πηγής, το αισθητήριο *Moll* μετατρέπει αναλογικά την ένταση  $R_M$  της θερμικής ακτινοβολίας στην απόσταση  $r$  σε ηλεκτρική τάση η οποία είναι της τάξης των μερικών  $mV$  και η οποία μετράται με ένα ψηφιακό μιλιοβολτόμετρο. Η ευαισθησία  $\varepsilon_m$  του αισθητηρίου *Moll* είναι:

$$\varepsilon_M = 0.16 \frac{mV}{mW} \quad (9.3)$$



Έστω ότι  $P_{ολ}$  η ολική ισχύς της θερμικής ακτινοβολίας που εκπέμπεται από θερμική πηγή που εκπέμπει **ισοτροπικά**, δηλαδή με τον ίδιο τρόπο προς όλες τις διευθύνσεις στο χώρο. Σε απόσταση  $r$  από τη θερμική πηγή, η ένταση  $I$  της θερμικής ακτινοβολίας που διαπερνά την επιφάνεια, θα ισούται με το πηλίκο της ολικής ισχύος της πηγής προς το εμβαδό  $S$  της σφαιρικής επιφάνειας (Σχήμα 1):

$$I = \frac{P_{ολ}}{S} = \frac{P_{ολ}}{4\pi r^2} \quad (9.4)$$

Η θερμική ισχύς  $P_M$  της ακτινοβολούμενης ενέργειας που διέρχεται μέσα από τη διατομή  $S_M$  ακτίνας  $D$  του αισθητηρίου Moll, το οποίο βρίσκεται σε απόσταση  $r$  από τη θερμική πηγή, θα είναι ένα ποσοστό της ολικής ισχύος  $P_{ολ}$  :

$$I = \frac{P_{ολ}}{S} = \frac{P_M}{S_M} \Rightarrow P_M = P_{ολ} \frac{S_M}{S} = P_{ολ} \frac{\pi D^2/4}{4\pi r^2} \Rightarrow$$

$$P_M = P_{ολ} \cdot \frac{D^2}{16r^2} \quad (9.5)$$

Αν συμβολίσουμε με  $R_M$  την ένδειξη του μιλιβολτομέτρου, η ισχύς  $P_M$  που διαπερνά την επιφάνεια  $S_M$  της εισόδου του κατευθυντήρα του αισθητηρίου Moll θα δίνεται από τη σχέση:

$$P_M = \frac{R_M}{\varepsilon_M} \Rightarrow R_M = \varepsilon_M P_M \Rightarrow$$

$$R_M = P_{ολ} \frac{D^2}{16 \cdot r^2} = \left( \frac{\varepsilon_M \cdot D^2}{16} \cdot P_{ολ} \right) \cdot \frac{1}{r^2} \quad (9.6)$$

Ομως από τον νόμο Stefan-Boltzmann η ακτινοβολούμενη θερμική ισχύς από ένα σώμα με εμβαδό επιφάνειας  $A$ , σε θερμοκρασία  $T$ , δίνεται από τη σχέση (9.1):

$$P_{ολ} = \varepsilon_r \cdot A \cdot \sigma \cdot T^4$$

Από τις Σχέσεις (9.1) και (9.6) προκύπτει τελικά η σχέση που συνδέει την παράμετρο  $R_M$  που καταγράφει το αισθητήριο Moll, από την απόσταση  $r$  από τη θερμική πηγή που βρίσκεται σε θερμοκρασία  $T$ . Συγκεκριμένα:

$$R_M = \left( \frac{\varepsilon_M \cdot D^2 \cdot \varepsilon_r \cdot A \cdot \sigma}{16} \right) \cdot T^4 \cdot \frac{1}{r^2} \quad (9.7)$$

Συνοψίζουμε τις παραμέτρους που εμπεριέχονται στην σχέση (9.8) και εξαρτώνται από το αισθητήριο Moll και από την θερμική πηγή:

Θερμική πηγή		Αισθητήριο Moll	
$\varepsilon_r$	Σταθερά εκπομπής ( $0 < \varepsilon_r \leq 1$ )	$\varepsilon_M$	Ευαισθησία Moll (0.16 mV/mW)
$A$	Εμβαδό επιφάνειας	$D$	Εμβαδό διατομής
$T$	Θερμοκρασία	$r$	Απόσταση πηγής-Moll

Η σχέση αυτή μπορεί να ειπωθεί ως συνάρτηση δύο μεταβλητών, της απόστασης  $r$  και της θερμοκρασίας  $T$ , είναι δηλαδή:

$$R_M = f(T, r)$$

Θα γίνει πειραματική διερεύνηση της σχέσης (9.7) ως προς τα δύο αυτά φυσικά μεγέθη:

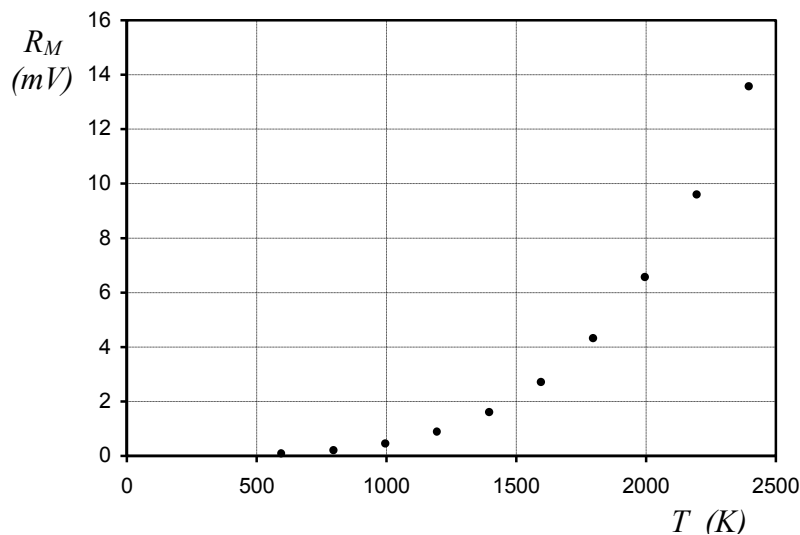
Για σταθερή απόσταση  $r$  η σχέση (9.8) θα γίνει συνάρτηση μόνο της θερμοκρασίας  $T$  της πηγής. Οπότε μπορούμε να απλοποιήσουμε τη σχέση στη μορφή:

$$\boxed{R_M = k \cdot T^4} \quad (9.9)$$

Όπου  $k$  είναι η σταθερά:

$$k = \frac{\varepsilon_M \cdot D^2 \cdot \varepsilon_r \cdot A \cdot \sigma}{16} \cdot \frac{1}{r^2} \quad (mV/K^4) \quad (9.10)$$

Στην παρούσα εργαστηριακή άσκηση αναμένεται ότι οι ενδείξεις που θα καταγράψει το αισθητήριο *Moll* είναι ανάλογες με τη τέταρτη δύναμη της θερμοκρασίας της θερμικής πηγής, θα ελεγχθεί επομένως η ισχύς της Σχέσης του νόμου Stefan-Boltzmann (9.7). Εάν σχεδιάσει κανείς τη γραφική παράσταση  $R_M=f(T)$ , (ΣΧΗΜΑ 9.2) δεν μπορεί να εξαγάγει άμεσα καμιά πληροφορία παρά μόνον ότι αυτή, οπτικά τουλάχιστον, μοιάζει μάλλον με γραφική παράσταση  $n$ -οστού βαθμού συνάρτησης, όπου  $n>2$ .



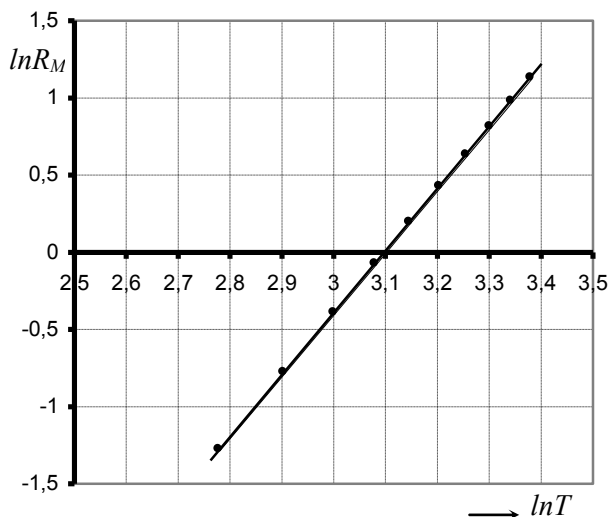
ΣΧΗΜΑ 9.2

Μια συνήθης τεχνική που χρησιμοποιείται σε τέτοιες περιπτώσεις (όπως περιγράφεται αναλυτικά στην εργαστηριακή άσκηση 2), είναι να μετατρέψουμε τα δεδομένα ( $T$ ,  $R_M$ ) σε ένα νέο ζεύγος τιμών που η εξάρτησή τους να είναι γραμμική. Τέτοια όπως θα δούμε αμέσως είναι τα ζεύγη ( $\ln T$ ,  $\ln R_M$ ). Πράγματι, από τη λογαρίθμηση της Σχέσης (9.9) προκύπτει ότι:

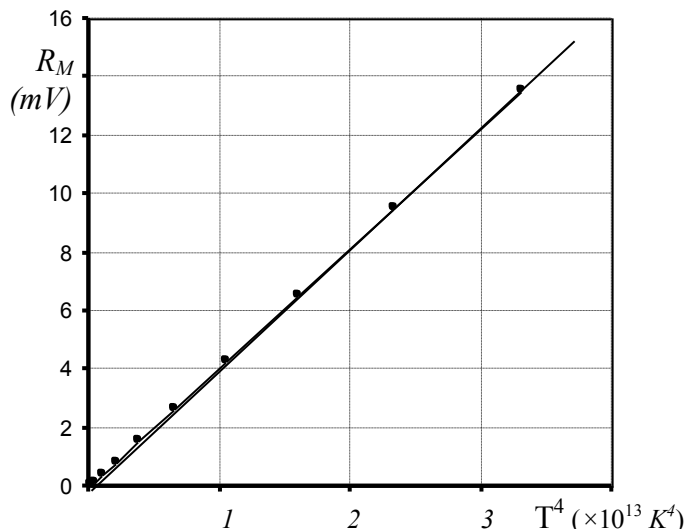
$$\ln R_M = \ln(kT^4) \Leftrightarrow$$

$$\boxed{\ln R_M = \ln k + 4 \cdot \ln T} \quad (9.11)$$

Έτσι, για να είναι η συνάρτηση  $R_M=f(T)$  τέταρτου βαθμού, πρέπει η γραφική παράσταση (ΣΧΗΜΑ 9.3) της συνάρτησης  $\ln R_M = f(\ln T)$  να αντιστοιχεί σε συνάρτηση 1<sup>ου</sup> βαθμού με κλίση που να είναι ίση με τον εκθέτη που έχει η θερμοκρασία  $T$  στη Σχέση (9.9) δηλαδή ίση με +4.



ΣΧΗΜΑ 9.3



ΣΧΗΜΑ 9.4

Ενας δεύτερος τρόπος επιβεβαίωσης της σχέσης (9.9) είναι η σχεδίαση της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $R_M=f(T^4)$ . Αν τα μεγέθη  $R_M$  και  $T^4$  συνδεόνται γραμμικά (ΣΧΗΜΑ 9.4) είναι δηλαδή η συνάρτηση  $R_M=f(T^4)$  1<sup>ου</sup> βαθμού, τότε ο νόμος Stefan-Boltzmann επιβεβαιώνεται. Η κλίση  $k$  πρέπει να είναι ίση με το συντελεστή που υπάρχει στη σχέση (9.9) η τιμή του οποίου προσδιορίζεται από τη Σχέση (9.10).

#### 9.4.2 Επαλήθευση του Νόμου $1/r^2$ για τη Θερμική Ακτινοβολία

Στη περίπτωση αυτή η θερμική πηγή τροφοδοτείται με σταθερή τάση και ρεύμα οπότε αυτή θα ακτινοβολεί σταθερή θερμική ισχύ ανά μονάδα επιφανείας. Απομακρύνοντας το αισθητήριο Moll από τη θερμική πηγή για κάθε απόσταση  $r$  από αυτή καταγράφεται σε mV η αντίστοιχη ένταση  $R_M$  της θερμικής ακτινοβολίας από το αισθητήριο Moll. Η ΣΧΕΣΗ 9.7 μπορεί να ειπωθεί πλέον ως

$$R_M = \frac{\beta}{r^2} \quad \text{όπου} \quad (9.12)$$

$$\beta \equiv \frac{\varepsilon_M \cdot D^2 \cdot \varepsilon_r \cdot A \cdot \sigma \cdot T^4}{16} \quad (9.13)$$

Ωστόσο η σχεδίαση της γραφικής παράστασης  $R_M = f(r)$  δεν προσφέρει άμεση πληροφορία πέρα από το γεγονός ότι θα παριστάνει υπερβολή της μορφής ( $-1/r^n$ ) με  $n \geq 1$ . Επιδιώκουμε ξανά τη μετατροπή των δεδομένων σε ένα νέο σετ που να συνιστούν συνάρτηση 1<sup>ου</sup> βαθμού. Ετσι, για να επαληθευθεί ο νόμος  $1/r^2$  οι δύο συνήθεις τεχνικές μας δίνουν:

1. Μετασχηματισμό των δεδομένων σε  $(\ln r, \ln R_M)$ . Η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $\ln R_M=f(\ln r)$  να είναι πρώτου βαθμού και επιπλέον να έχει κλίση ίση με  $a = -2$ . Πράγματι, λογαριθμίζοντας την (9.12), παίρνουμε:

$$\ln R_M = \ln(\beta \cdot r^{-2}) \Leftrightarrow \ln R_M = \ln \beta + \ln r^{-2} \Leftrightarrow \boxed{\ln R_M = \ln \beta - 2 \cdot \ln r} \quad (9.14)$$

2. Μετασχηματισμό των δεδομένων σε  $(1/r^2, R_M)$ . Η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $R_M=f(1/r^2)$  πρέπει να είναι πρώτου βαθμού.

### 9.4.3 Μέτρηση της Θερμοκρασίας της Θερμικής Πηγής

Για τη πειραματική μελέτη των νόμων της θερμικής ακτινοβολίας η θερμική πηγή που θα χρησιμοποιηθεί θα είναι το νήμα από βολφράμιο ενός ηλεκτρικού λαμπτήρα πυράκτωσης του οποίου η ωμική αντίσταση  $R(\theta)$  στη θερμοκρασία  $\theta$  δίνεται από τη σχέση:

$$R(\theta) = R_0(1 + \alpha\theta + \beta\theta^2) \quad (9.15)$$

Όπου

$R_0$  είναι η αντίσταση του νήματος του λαμπτήρα στη θερμοκρασία  $\theta=0$  °C,  $\alpha=4,82 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$  και  $\beta=6,76 \times 10^{-7} \text{ K}^{-2}$

Στη θερμοκρασία περιβάλλοντος  $\theta_\pi$  η αντίσταση του νήματος θα δίνεται από τη σχέση:

$$R(\theta_\pi) = R_0(1 + \alpha\theta_\pi + \beta\theta_\pi^2) \quad (9.16)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις ΣΧΕΣΕΙΣ (9.15) και (9.16) έχουμε:

$$\frac{R(\theta)}{R(\theta_\pi)} = \frac{1 + \alpha\theta + \beta\theta^2}{1 + \alpha\theta_\pi + \beta\theta_\pi^2} \quad (9.17)$$

Για μια μέση θερμοκρασία περιβάλλοντος  $\theta_\pi=20$  °C η Σχέση (9.16) γίνεται:

$$\frac{R(\theta)}{R(\theta_\pi)} = 0.912 + 4.43 \times 10^{-3} \theta + 6.16 \times 10^{-7} \theta^2 \quad (9.18)$$

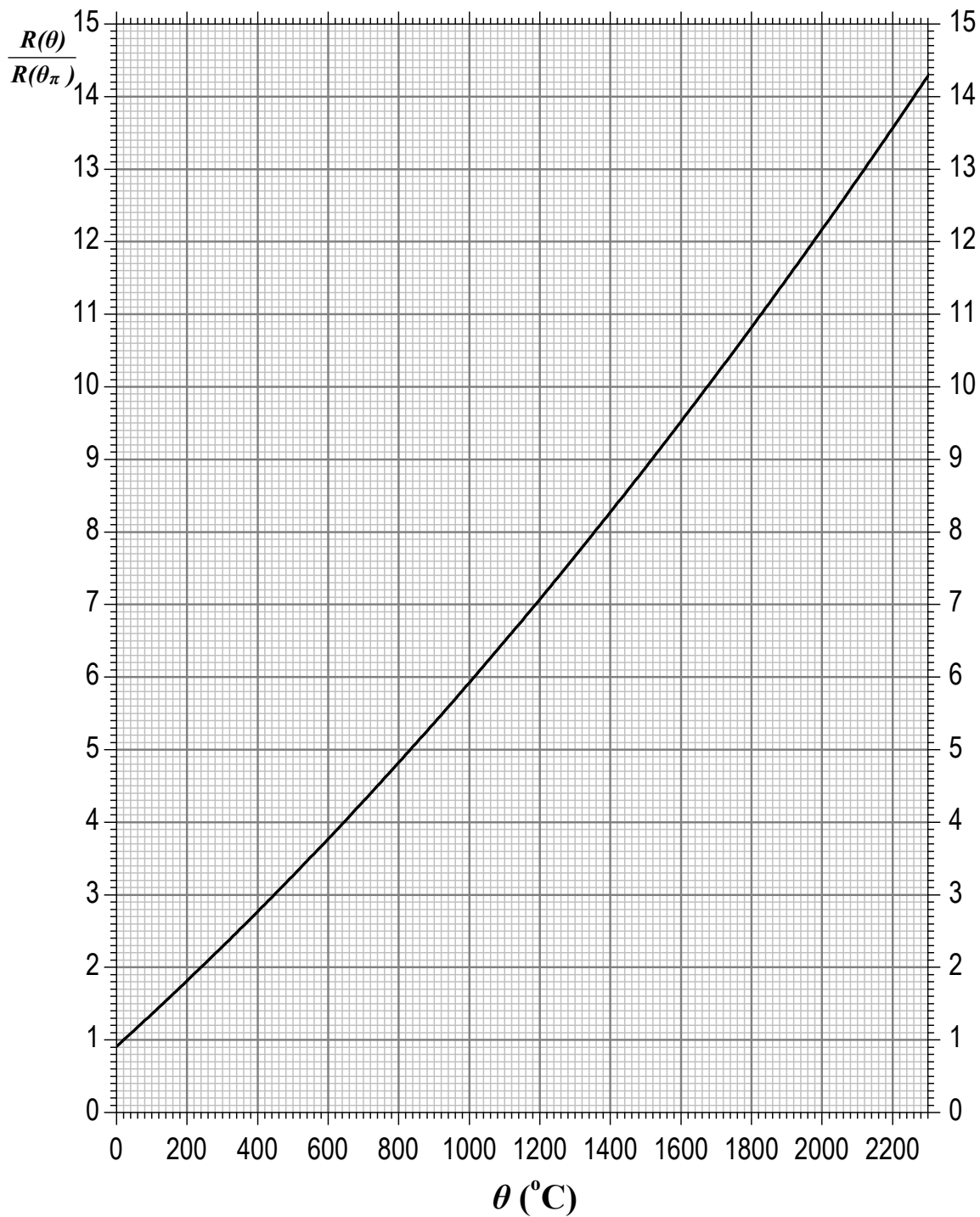
Στο ΣΧΗΜΑ 9.5 δίνεται η γραφική παράσταση συνάρτησης  $\frac{R(\theta)}{R(\theta_\pi)} = f(\theta)$  από την οποία

προσδιορίζεται η θερμοκρασία του νήματος του λαμπτήρα πυράκτωσης αφού πρώτα με ένα ωμόμετρο μετρηθεί η αντίσταση  $R(\theta_\pi)$  νήματος στη θερμοκρασία περιβάλλοντος και στη συνέχεια, με τη βοήθεια του νόμου του Ohm, για κάθε τάση  $V$  και έντασης ρεύματος  $I$  μετρηθεί η αντίσταση  $R(\theta) = V/I$ .

Οπότε από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $\frac{R(\theta)}{R(\theta_\pi)} = f(\theta)$ , για κάθε λόγο  $R(\theta)/R(\theta_\pi)$

προσδιορίζουμε την αντίστοιχη θερμοκρασία  $\theta$  του νήματος του λαμπτήρα πυράκτωσης η οποία σε βαθμούς Kelvin θα είναι ίση με:

$$T (\text{K}) = \theta(^{\circ}\text{C}) + 273 \quad (9.19)$$



ΣΧΗΜΑ 9.5. Χαρακτηριστική καμπύλη σχετικής αντίστασης - θερμοκρασίας για το νήμα βολφραμίου του λαμπτήρα πυράκτωσης ( $\theta_{\pi} = 20^{\circ}\text{C}$ )