

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΑΣΚΗΣΗ 1
ΣΦΑΛΜΑΤΑ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

Μέρος 1^ο

	Ειδικότητα (ΠΟΛ-ΜΗΧ-ΗΛΓ-ΗΛΝ)	Τμήμα (B1-B2-B3-B4)	Ομάδα (Α-Β-Γ-Δ-Ε-Ζ-Η-Θ-Ι-Κ-Λ-Μ)
Όνοματεπώνυμο			
Διδάσκων			
Ημ/νία διεξαγωγής πειράματος			Ωρα
Ημ/νία παράδοσης γραπτής εργασίας			
ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ	Τελικός βαθμός		
1^η διόρθωση			
E-class			

Παρατηρήσεις - Διορθώσεις:

- 1. Τα σφάλματα στην καθημερινότητα
- 2. Τυχαίο σφάλμα: «σφάλμα ανάγνωσης»
- 3. Συστηματικό σφάλμα: «σφάλμα μετάθεσης»
- 4. Συστηματικά και τυχαία σφάλματα μετρήσεων
- 5. Αξιολόγηση αποτελεσμάτων
- 6. Στατιστική επεξεργασία μετρήσεων

Οδηγίες:

- Η άσκηση θα ολοκληρωθεί στο σπίτι και θα παραδοθεί στο επόμενο μάθημα.
- Η άσκηση θα κατατεθεί και ηλεκτρονικά μέσω e-class, αν ζητηθεί, σύμφωνα με τις οδηγίες του διδάσκοντα.
- Δίνονται λευκές σελίδες για να χρησιμοποιηθούν για την εκτέλεση των αριθμητικών υπολογισμών και την απάντηση των ερωτημάτων, παρατηρήσεων κλπ.. Η τελευταία σελίδα να χρησιμοποιείται μόνο για τυχόν διόρθώσεις.

Πριν την επίλυση των ασκήσεων λάβετε υπόψη ότι...

...οι ασκήσεις που ακολουθούν έχουν σκοπό να εξασκήσουν τον φοιτητή στην επεξεργασία των πειραματικών δεδομένων και στην ορθή γραφή και αξιολόγηση των τελικών αποτελεσμάτων. Το μάθημα θα διδαχθεί σε δύο μέρη και οι ασκήσεις μοιράζονται αντίστοιχα:

- Στο 1^ο μέρος θα γίνει παρουσίαση των βασικών εννοιών στην ανάλυση σφαλμάτων μέχρι και την στατιστική επεξεργασία των πειραματικών μετρήσεων. Οι ασκήσεις έχουν σκοπό να εξοικιώνουν τον φοιτητή με το αναπόφευκτο του σφάλματος στη μέτρηση, στη διάκριση και διαχείριση των *συστηματικών* και *τυχαίων* σφαλμάτων και στην ποσοτική εκτίμηση της μέσης τιμής και του σφάλματος σε ένα σύνολο επαναλαμβανόμενων μετρήσεων ενός φυσικού μεγέθους.
- Στο 2^ο μέρος, θα παρουσιαστεί ο τρόπος γραφής των τελικών αποτελεσμάτων λαμβάνοντας υπόψη τα σημαντικά ψηφία της μέτρησης που αντικατοπτρίζουν τις δυνατότητες ακριβούς μέτρησης με τα όργανα που διαθέτουμε στο εκάστοτε πείραμα, στην ολοκληρωμένη στατιστική επεξεργασία των μετρήσεων και στη διάδοση σφάλματος.

Στις ασκήσεις του 2^{ου} μέρους ο φοιτητής εξοικιώνεται βήμα-βήμα με τα τεχνικά μέρη (π.χ. σημαντικά ψηφία, στρογγυλοποίηση), ώσπου να καταλήξει στην **πολύ σημαντική** άσκηση 4, που αποτελεί πλήρη εφαρμογή όλων αυτών που έχουν προηγηθεί, και που θα αντιμετωπίζουμε κάθε εβδομάδα στο εργαστήριο. Είναι απαραίτητο η 4 να εκτελεστεί μέχρι τέλους. Επίσης, να μελετηθεί το **Παράρτημα 1**, όπου παρατίθεται αναλυτικά ένα παράδειγμα *στατιστικής επεξεργασίας μετρήσεων*.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ (1^{ου} μαθήματος)

Τα σφάλματα στην καθημερινότητα (παράγραφοι 1.1-1.4, 1.14)

1. Διατυπώστε 3 περιπτώσεις που θα μπορούσατε να χρησιμοποιήσετε την έκφραση «...πάνω κάτω...» ή «...συν πλήν...» ή «...στο περίπου...» αναφερόμενοι στην ποσοτική εκτίμηση ενός μεγέθους που μπορεί να μας απασχολήσει στην καθημερινότητα. Η αναφορά αυτή εκφράζει την αίσθηση του λάθους («σφάλματος») που μπορεί να κάνουμε στις εκτιμήσεις αυτές. Αριθμήστε τις προτάσεις αυτές με σειρά αυξανόμενης «αβεβαιότητας».

α.

β.

γ.

Διατυπώστε πιθανές αιτίες που αυτές προκαλούν την αβεβαιότητα στην εκτίμηση σας.


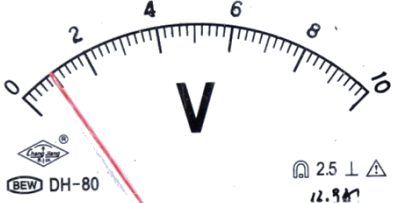


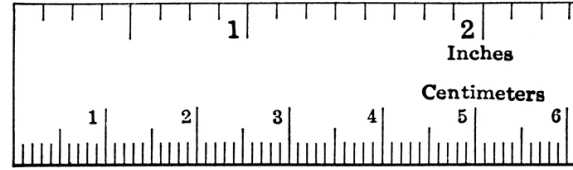
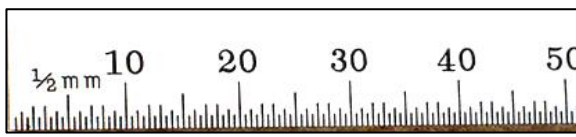


2. Πολλές φορές στην καθημερινή μας δραστηριότητα, εκτιμούμε υποκειμενικά ένα μετρήσιμο μέγεθος έχοντας την αίσθηση του μικρού ή μεγάλου λάθους στην εκτίμηση αυτή. Όταν ωστόσο τα δεδομένα είναι λίγα ή δεν έχουμε εμπειρία ή γνώση τότε δίνουμε επιφυλακτικά την εκτίμηση αυτή, προσθέτοντας ένα πολύ μεγάλο περιθώριο λάθους. Σε κάθε περίπτωση η ακριβής μέτρηση θα επαληθεύσει ή όχι τις εκτιμήσεις μας. Δώστε λοιπόν, διαισθητικά την εκτίμησή σας και τα περιθώρια λάθους (σφάλμα) για 5 τουλάχιστον από τα παρακάτω γεγονότα A της καθημερινότητας, και αξιολογήστε στο τέλος ποσοτικά την εκτίμηση σας:

παράδειγμα

Μετρήσιμο γεγονός A της καθημερινότητας	όχι λιγότερο από...	όχι περισσότερο από...	Εκτιμώμενη τιμή A	Περιθώριο λάθους $\pm \delta A$	Σχετικό σφάλμα $\frac{\delta A}{A} \times 100\%$	Βεβαιότητα διαίσθησης μεγάλη/ μικρή
Ποιά η κοντινότερη απόσταση ώστε μόλις να μπορώ να διακρίνω τα χαρακτηριστικά ενός προσώπου; (m)	15	25	20	5	25%	μικρή
Πόσο χρόνο κάνατε για να φτάσετε από το σπίτι στη Σχολή σήμερα το πρωί; (min)						
Τι θερμοκρασία είχε έξω το πρωί καθώς φθάνετε σήμερα στη Σχολή; (°C)						
Πόσο γρήγορα τρέχει ο συρμός του ΗΣΑΠ; (Km/h)						
Πόσο ζυγίζει η τσάντα που είχατε μαζί στη Σχολή; (Kg)						
Τι πάχος έχει μια σελίδα χαρτί από το βιβλίο; (mm ή μm)						
Ποιά είναι η απόσταση Αθήνας-Θεσσαλονίκης; (Km)						

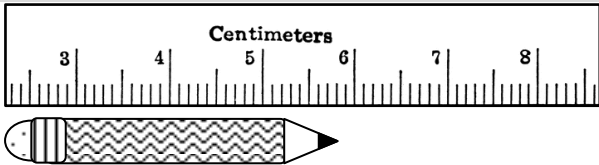
2. Τυχαίο σφάλμα: «σφάλμα ανάγνωσης» (παρ. 1.1-1.2, 1.4)

Παρακάτω απεικονίζονται οι κλίμακες ανάγνωσης αναλογικών οργάνων καθώς και οι ενδείξεις από όργανα με ψηφιακή κλίμακα. Εκτιμήστε σε κάθε μία περίπτωση την ελάχιστη υποδιαίρεση της κλίμακας και κατόπιν το **σφάλμα ανάγνωσης** των οργάνων αυτών και σημειώστε τα στο διαθέσιμο χώρο, με τις μονάδες μέτρησης.

<p>ΜΕΤΡΗΣΗ ΕΝΤΑΣΗΣ ΡΕΥΜΑΤΟΣ: ΑΜΠΕΡΟΜΕΤΡΟ</p> 	<p>ΜΕΤΡΗΣΗ ΗΛΕΚΤΡ. ΤΑΣΗΣ: ΒΟΛΤΟΜΕΤΡΟ</p> 
<p>Ελάχιστη υποδιαίρεση κλίμακας = Σφάλμα ανάγνωσης $\delta i = \pm$</p>	<p>Ελάχιστη υποδιαίρεση κλίμακας = Σφάλμα ανάγνωσης $\delta V = \pm$</p>
<p>ΜΕΤΡΗΣΗ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΣ: ΘΕΡΜΟΜΕΤΡΟ</p> 	<p>ΜΕΤΡΗΣΗ ΗΛΕΚΤΡ. ΤΑΣΗΣ: ΒΟΛΤΟΜΕΤΡΟ</p> 
<p>Ελάχιστη υποδιαίρεση κλίμακας = Σφάλμα ανάγνωσης $\delta \theta = \pm$</p>	<p>Ελάχιστη υποδιαίρεση κλίμακας = Σφάλμα ανάγνωσης $\delta V = \pm$</p>
<p>ΜΕΤΡΗΣΗ ΜΗΚΟΥΣ: ΧΑΡΑΚΑΣ ΧΙΛΙΟΣΤΟΜΕΤΡΙΚΟΣ/ΙΝΤΣΩΝ</p> 	<p>ΜΕΤΡΗΣΗ ΜΗΚΟΥΣ: ΧΑΡΑΚΑΣ ΧΙΛΙΟΣΤΟΜΕΤΡΙΚΟΣ</p> 
<p><u>χιλιοστομετρικός</u> Ελάχιστη υποδιαίρεση κλίμακας = Σφάλμα ανάγνωσης $\delta x = \pm$</p>	<p>Ελάχιστη υποδιαίρεση κλίμακας = Σφάλμα ανάγνωσης $\delta x = \pm$</p>
<p><u>ίντσες</u> Ελάχιστη υποδιαίρεση κλίμακας = Σφάλμα ανάγνωσης $\delta x = \pm$</p>	
<p>ΜΕΤΡΗΣΗ ΧΡΟΝΟΥ: ΧΡΟΝΟΜΕΤΡΟ-1</p> 	<p>ΜΕΤΡΗΣΗ ΧΡΟΝΟΥ: ΧΡΟΝΟΜΕΤΡΟ-2</p> 
<p>Ελάχιστη υποδιαίρεση κλίμακας = Σφάλμα ανάγνωσης $\delta t = \pm$</p>	<p>Ελάχιστη υποδιαίρεση κλίμακας = Σφάλμα ανάγνωσης $\delta t = \pm$</p>

3. Συστηματικό σφάλμα: «σφάλμα μετάθεσης» (παρ. 1.1-1.3)

Υπολογίστε την **πραγματική** τιμή των φυσικών μεγεθών που αναφέρονται στις παρακάτω 2 περιπτώσεις όπου υπάρχει **συστηματικό** σφάλμα στα όργανα μέτρησης μήκους και θερμοκρασίας. Γράψτε απαραιτήτως και τις μονάδες μέτρησης.

ΜΕΤΡΗΣΗ ΜΗΚΟΥΣ: ΧΑΡΑΚΑΣ ΧΙΛΙΟΣΤΟΜΕΤΡΙΚΟΣ	ΜΕΤΡΗΣΗ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΣ: ΘΕΡΜΟΜΕΤΡΟ				
	<table border="1"> <tr> <td>Ένδειξη θερμομέτρου σε νερό με πάγο (0 °C)</td> <td>Μετρούμενη θερμοκρασία χώρου</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">-4.25 °C</td> <td style="text-align: center;">22.38 °C</td> </tr> </table>	Ένδειξη θερμομέτρου σε νερό με πάγο (0 °C)	Μετρούμενη θερμοκρασία χώρου	-4.25 °C	22.38 °C
Ένδειξη θερμομέτρου σε νερό με πάγο (0 °C)	Μετρούμενη θερμοκρασία χώρου				
-4.25 °C	22.38 °C				
σφάλμα μετάθεσης χάρακα : $\mu =$ μετρούμενο μήκος μολυβιού : $x =$ πραγματικό μήκος μολυβιού: $A =$	σφάλμα μετάθεσης θερμομέτρου : $\mu =$ μετρούμενη θερμοκρασία χώρου : $\theta' =$ πραγματική θερμοκρασία χώρου : $\theta =$				

4. Συστηματικά και τυχαία σφάλματα μετρήσεων (παρ. 1.1-1.4, 1.15)

Στα παρακάτω παραδείγματα πειραματικών μετρήσεων, εντοπίστε όλα τα σφάλματα κάθε μέτρησης και ακολούθως χαρακτηρίστε τα ως προς το είδος (συστηματικό ή τυχαίο). Ποιό θα είναι το επικρατέστερο από τα *τυχαία* σφάλματα;

- i. Το μήκος L μιας ράβδου μετρήθηκε πολλές φορές με χιλιοστομετρικό χάρακα και υπολογίστηκε η μέση τιμή $\bar{L} = 16.5 \text{ cm}$ και το σφάλμα μέσης τιμής $\delta\bar{L} = \pm 0.1 \text{ cm}$. Στην αρχή του χάρακα, η ένδειξη ήταν $+2.4 \text{ cm}$ (π.χ. Ο χάρακας ήταν σπασμένος).
- ii. Ο χρόνος t της περιόδου ενός εκκρεμούς μετρήθηκε πολλές φορές με ψηφιακό χρονόμετρο ακρίβειας 0.01 sec , χειροκίνητα, και η μέση τιμή ήταν $\bar{t} = 2.45 \text{ s}$ ενώ το σφάλμα μέσης τιμής $\delta\bar{t} = \pm 0.08 \text{ s}$. Πρίν την έναρξη κάθε μέτρησης, η ένδειξη στο χρονόμετρο ήταν -0.36 s .

Λάβετε υπόψη ότι το **σφάλμα ανάγνωσης** του οργάνου είναι «ίσο με το $\frac{1}{2}$ της ελάχιστης υποδιαίρεσης» της κλίμακας που το όργανο μετρά.

	Μέγεθος	Συστηματικό (Σφάλματα οργάνων, προσωπικό, θεωρητικό)	Τυχαίο (Σφάλμα ανάγνωσης, χρόνος αντίδρασης, στατιστικό)	Μέγιστο τυχαίο σφάλμα	Τελική γραφή
i	L	Μετάθεση του μηδενός στον χάρακα =	Σφάλμα ανάγνωσης χάρακα = \pm Σφάλμα στατιστικό = \pm	\pm	$\bar{L} \pm \delta\bar{L} =$
ii	t			\pm	$\bar{t} \pm \delta\bar{t} =$

5. Αξιολόγηση αποτελεσμάτων (παρ. 1.6)

Η ακριβής μέση τιμή της επιτάχυνσης της βαρύτητας στην Αθήνα, όπως έχει καταγραφεί στη βιβλιογραφία, είναι $g_{\text{ακρ.}} = 9.81 \text{ m/s}^2$. Τρεις φοιτητές εκτέλεσαν ανεξάρτητα πειράματα στο εργαστήριο και εκτίμησαν την επιτάχυνση της βαρύτητας $g_{\text{πειρ.}}$. Αξιολογήστε τις μετρήσεις τους ως προς την ακρίβεια και την αξιοπιστία τους (μεγάλη-μέτρια-μικρή). Θεωρήστε ότι το **σχετικό σφάλμα** και η **απόκλιση από την πραγματική τιμή**, πρέπει να είναι μικρότερα από 10%, ώστε να θεωρείται **αξιόπιστη** και **ακριβής** η μέτρηση αντίστοιχα⁴.

	Μέση τιμή, σφάλμα	Σχετικό σφάλμα	Σχετικό σφάλμα (%)	Αξιοπιστία	Απόκλιση από την ακριβή τιμή (%)	Ακρίβεια
	$\bar{g} \pm \delta\bar{g}$	$\delta\bar{g}/\bar{g}$	$\delta\bar{g}/\bar{g} \cdot 100\%$		$\frac{ g_{\text{ακρ.}} - \bar{g}_{\text{πειρ.}} }{g_{\text{ακρ.}}} \cdot 100\%$	
Γιώργος	$(10.06 \pm 0.08) \text{ m/s}^2$		%		%	
Νικόλ	$(9.89 \pm 0.85) \text{ m/s}^2$		%		%	
Ειρήνη	$(8.5 \pm 4.1) \text{ m/s}^2$		%		%	

- Σε ποιο πείραμα ενδέχεται να υπάρχει συστηματικό σφάλμα;

- Σε ποιο πείραμα έχουν περιοριστεί τα τυχαία σφάλματα στο ελάχιστο;

- Ποιο πείραμα θα πρέπει να αναθεωρηθεί εξ'ολοκλήρου δεδομένου ότι έχει μικρή αξιοπιστία και ακρίβεια;

⁴ Η **Ακρίβεια** στην πειραματική διαδικασία σημαίνει «πόσο κοντά» στην ακριβή τιμή του φυσικού μεγέθους είναι η μετρούμενη πειραματικά μέση τιμή. Μετράται ποσοτικά με τη σχετική απόκλιση της μέσης τιμής από την ακριβή τιμή (%). Η **Αξιοπιστία** στην πειραματική διαδικασία εκφράζει το «πόσο κοντινές μεταξύ» τους είναι οι μετρήσεις (επαναληψιμότητα). Μέτρο της αξιοπιστίας αποτελεί το σχετικό σφάλμα (%). Σε κάθε περίπτωση, μπορούμε να θεωρήσουμε ως άνω όριο, ποσοστό 10%.