

## ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΑΣΚΗΣΗ 13<sub>B</sub>

# ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΗΣ ΣΤΑΘΕΡΑΣ ΚΑΙ ΤΗΣ ΜΑΖΑΣ ΕΛΑΤΗΡΙΟΥ

### 13.1 ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ ΚΑΙ ΣΚΟΠΟΣ ΑΣΚΗΣΗΣ

Η παρούσα εργαστηριακή άσκηση αποσκοπεί στην μελέτη πειραματικά της επίδρασης της μάζας του ελατηρίου στη περίοδο (ή τη συχνότητα) ταλάντωσης αυτού. Τόσο η σταθερά όσο και η μάζα του ελατηρίου θα μετρηθούν με τη βοήθεια των γραφικών παραστάσεων.

### 13.2 ΘΕΩΡΙΑ

#### 13.2.1 Απαραίτητες Γνώσεις.

1. Η έννοια την Γραμμικής Αρμονικής Ταλάντωσης.
2. Αρμονική ταλάντωση ελατηρίου.
3. Ενέργεια Αρμονικού Ταλαντωτή.
4. Ταλάντωση με Απόσβεση.
5. Εξαναγκασμένη Ταλάντωση.
6. Γραφικές παραστάσεις.

#### 13.2.2 Βιβλιογραφία.

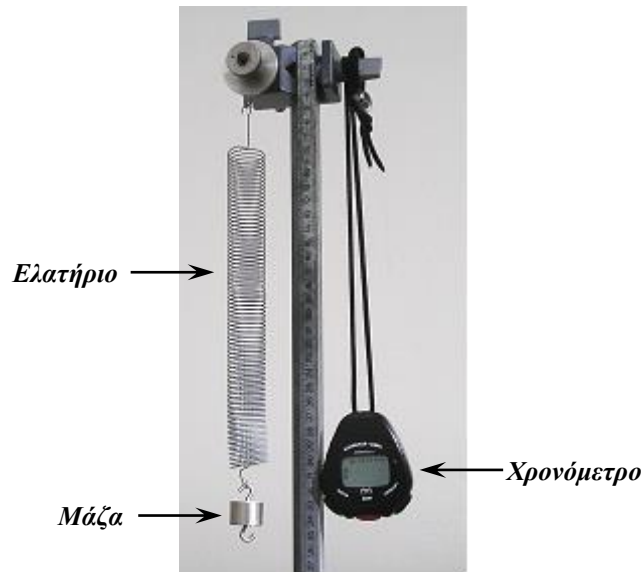
1. Φυσική για Επιστήμονες και Μηχανικούς, R. Knight, Εκδόσεις ΙΩΝ, 2008
2. Φυσική (Μέρος Α), RD. Halliday, R. Resnick, Μετφ. Πνευματικός-Πεπονίδης, Εκδόσεις Γ.Α. Πνευματικού, 1976
3. Πανεπιστημιακή Φυσική, Τόμος Α', H. D. Young, Εκδόσεις Παπαζήση, 1994

### 13.3 ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗΣ ΔΙΑΤΑΞΗΣ

Για την εκτέλεση της παρούσας εργαστηριακής άσκησης απαιτούνται τα παρακάτω εξαρτήματα και όργανα μέτρησης:

1. Ένα ελατήριο κρεμασμένο κατακόρυφα και προσαρμοσμένο σε μεταλλική βάση η οποία φέρει κατακόρυφο βαθμολογημένο χάρακα μήκους ενός μέτρου.
2. Διάφορες μάζες.
3. Ένα ψηφιακό χρονόμετρο.

Στο ΣΧΗΜΑ 13.1 δίνεται η εικόνα της πειραματικής διάταξης.



ΣΧΗΜΑ 13.1

### 13.4 ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΤΗΣ ΑΣΚΗΣΗΣ

Στο πείραμα που θα ακολουθήσει, ο σπουδαστής καλείται να μετρήσει της σταθερά συγκεκριμένου ελατηρίου καθώς και τη μάζα αυτού μέσα από τη μεθοδολογία που στηρίζεται στις γραμμικές αρμονικές ταλαντώσεις. Μια δεύτερη μέθοδος μέτρησης της σταθεράς ελατηρίου (που δεν συζητείται όμως εδώ), στηρίζεται στο νόμο του Hook, όπου μετράται η επιμήκυνση του ελατηρίου υπό την επίδραση σταθερής δύναμης, αναρτώντας δηλαδή διαδοχικά σώματα με γνωστή μάζα.

#### 13.4.1 Μέτρηση της Μάζας του Ελατηρίου.

Στη περίπτωση που ένα ελατήριο δεν έχει μάζα, η περίοδος ταλάντωσης αυτού δίνεται από τη σχέση:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad (\text{περίοδος ιδανικού ελατηρίου}) \quad (13.3)$$

όπου  $k$  είναι η σταθερά του ελατηρίου και  $m$  είναι η μάζα που διεγείρει σε ταλάντωση το ελατήριο.

Στο πείραμα που θα γίνει, το ελατήριο που θα χρησιμοποιηθεί είναι πραγματικό επειδή έχει μάζα  $m_\varepsilon$ . Αποδεικνύεται ότι στη περίπτωση αυτή, η μάζα του ελατηρίου επηρεάζει τη περίοδο ταλάντωσης σύμφωνα με τη σχέση:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m + \frac{m_\varepsilon}{3}}{k}} \quad (\text{περίοδος πραγματικού ελατηρίου}) \quad (13.4)$$

Στη σχέση αυτή, τόσο η περίοδος  $T$  όσο και η μάζα  $m_\varepsilon$  του ελατηρίου είναι μεγέθη τα οποία μπορούν να μετρηθούν από ένα παρατηρητή. Τροποποιώντας την Εξ. (13.4) καταλήγουμε στη σχέση:

$$\boxed{m = \frac{kT^2}{4\pi^2} - \frac{m_\varepsilon}{3}} \quad (13.5)$$

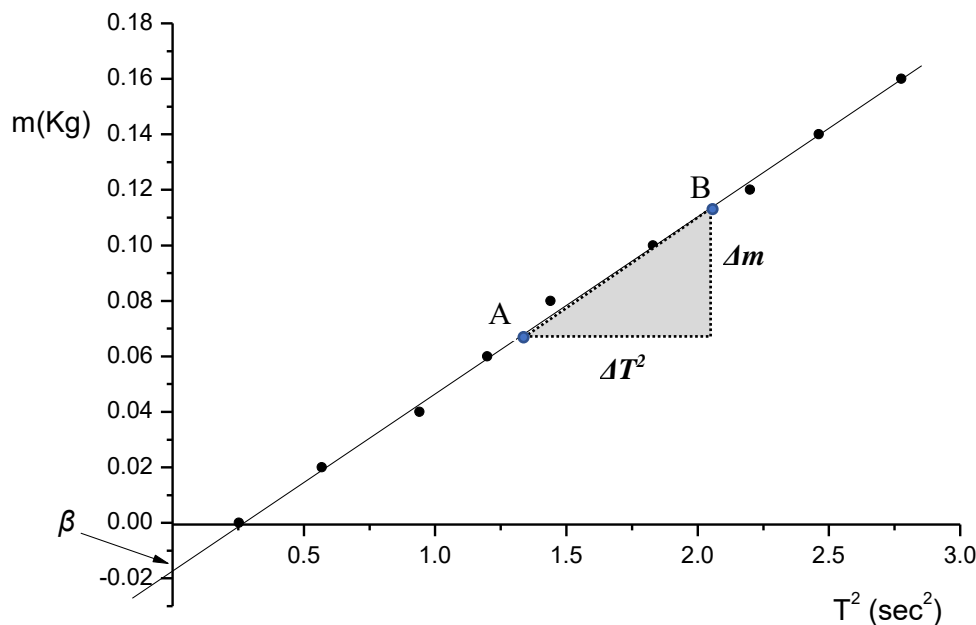
Η Εξ.(13.5) αντιπροσωπεύει τη συνάρτηση  $m=f(T^2)$  η οποία είναι πρώτου βαθμού (βλέπε Σχ. 13.2), είναι δηλαδή της μορφής  $y = a \cdot x + \beta$ . Από τη γραφική παράσταση  $m=f(T^2)$  προκύπτει τόσο η κλίση  $a$  όπου μπορούμε να εξάγουμε την σταθερά  $k$  του ελατηρίου (Εξ. 13.6) όσο και η παράμετρος  $\beta$  όπου μπορούμε να υπολογίσουμε την μάζα  $m_\epsilon$  του ελατηρίου (Εξ. 13.7):

με κλίση:

$$a = \frac{\Delta m}{\Delta T^2} = \frac{k}{4\pi^2} \quad (13.6)$$

και τεταγμένη επί την αρχή:

$$\beta = -\frac{m_\epsilon}{3} \quad (13.7)$$



ΣΧΗΜΑ 13.2

Η κλίση  $a$  της γραφικής παράστασης  $m=f(T^2)$  και η παράμετρος  $\beta$  θα αναζητηθούν με χρήση γραφικής παράστασης.

**Γραφικά**, γίνεται επιλέγοντας δύο σημεία A, B επάνω στην ευθεία και υπολογίζοντας τον λόγο  $a = \Delta m / \Delta T^2$  και αντίστοιχα για την σταθερά  $\beta$  προεκτείνουμε την ευθεία μέχρι να τέμνει τον άξονα  $y$  (δηλ.  $T^2$ ) εφόσον βέβαια στην αρχή των αξόνων υπάρχει η τιμή  $T^2=0$ . Σε άλλη περίπτωση (ή και σε κάθε περίπτωση) μπορούμε να υπολογίσουμε το  $\beta$  αλγεβρικά, λύνοντας την εξίσωση:  $y(x) = ax + \beta$ , αντικαθιστώντας στα  $x$  και  $y$ , τις συντεταγμένες ενός σημείου της ευθείας (π.χ. το A) και λύνοντας ακολούθως ως προς τον μόνο άγνωστο, το  $\beta$ . Δείτε αναλυτικότερα, την θεωρία της Άσκησης 2.