1. ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ – ΒΑΣΙΚΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

1.1. Θεμελιώδη ηλεκτρικά μεγέθη

1.1.1. Φορτίο και ρεύμα

Η θεμελιώδης ηλεκτρική ποσότητα είναι το **φορτίο** (συμβολίζεται με **q**). Η μονάδα ηλεκτρικού φορτίου είναι το **Coulomb** (**Cb**). Δεδομένου ότι το φορτίο ενός ηλεκτρονίου είναι $-1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Cb, ως φορτίο 1 Cb μπορεί να θεωρηθεί (κατ' απόλυτη τιμή) το φορτίο $\frac{1}{1{,}6 \bullet 10^{-19}} = 6250 \cdot 10^{15}$ ηλεκτρονίων.

Η προσανατολισμένη κίνηση ηλεκτρικών φορτίων ονομάζεται (ηλεκτρικό) **ρεύμα** (συμβολίζεται με **i**). Η μονάδα ηλεκτρικού ρεύματος είναι το **Ampere** (1**A** = 1Cb/s).

Ισχύει ότι

$$i(t) = \frac{dq}{dt} \quad \Leftrightarrow \quad q(t) = \int_{t_o}^{t} i(t)dt + q(t_o)$$

Σχόλιο: Η φυσική σημασία της σταθεράς ολοκλήρωσης $q(t_o)$ μπορεί να γίνει αντιληπτή μέσω του παρακάτω παραδείγματος. Αν ρεύμα $i(t)$ ρέει, προς κλειστό χώρο, από τη χρονική στιγμή t_o έως τη χρονική στιγμή t, τότε κατά το χρονικό διάστημα $[t_o,t]$ συγκεντρώνεται στο χώρο φορτίο $q_{[to,t]} = \int_{t_o}^{t} i(t)dt$. Για να προκύψει το συνολικό φορτίο $q(t)$ που, τη χρονική στιγμή t, υπάρχει στο χώρο, θα πρέπει να προστεθεί και το φορτίο $q(t_o)$ που **προϋπήρχε** (στο χώρο) όταν ξεκίνησε το φαινόμενο (τη χρονική στιγμή t_o).

Παράδειγμα: Τη χρονική στιγμή $t_o=0$ σε ένα χώρο που έχει ήδη φορτίο $q(0) = 5$ Cb, αρχίζει να εισρέει ρεύμα $i(t) = 2t$ (A). Να δοθεί ο τύπος $q(t)$ για το φορτίο του χώρου.

$$q = \int_0^t i(t)dt = \int_0^t 2tdt = [t^2]_0^t + q(0) = [t^2 - 0] + 5 \quad \Rightarrow \quad q(t) = t^2 + 5 \text{ (Cb)}.$$

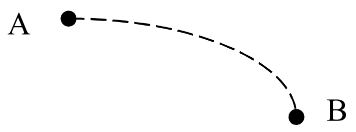
1.1.2. Τάση

Ως **τάση** (διαφορά δυναμικού) v_{AB} μεταξύ των σημείων Α και Β χαρακτηρίζεται το έργο που παράγεται η καταναλώνεται για τη μετακίνηση, από το Α στο Β, ενός φορτίου q προς το φορτίο αυτό.

Ισχύει ότι

$$v_{AB} \equiv v_A - v_B = \frac{w_{A \to B}}{q}$$

Η μονάδα τάσης είναι το **Volt** (1 V = 1 J/Cb)



Επισημαίνεται ότι ένα **θετικό** (+) φορτίο κινείται **από** σημεία με **υψηλότερο** δυναμικό **σε** σημεία με **χαμηλότερο** (**συμβατική** φορά ρεύματος). Το αντίθετο συμβαίνει στα **αρνητικά** (–) φορτία που κινούνται **από** σημεία με **χαμηλότερο** δυναμικό **σε** σημεία με **υψηλότερο** (**πραγματική** φορά ρεύματος).

1.1.3. Ενέργεια και ισχύς

Με βάση των ορισμό της τάσης, προκύπτει ότι η **ηλεκτρική ενέργεια dw** που απαιτείται για τη μετακίνηση του στοιχειώδους φορτίου dq μεταξύ δύο σημείων με διαφορά δυναμικού (τάση) v ισούται με

$$dw = v.dq$$

Δεδομένου ότι η ηλεκτρική **ισχύς p** ορίζεται ως $p(t) = \dfrac{dw}{dt}$ προκύπτει ότι

$$p(t) = \frac{dw}{dt} = v\frac{dq}{dt} = v(t).i(t)$$

και συνεπώς η ενέργεια που παράγεται ή καταναλώνεται σε χρονικό διάστημα $[t_1,t_2]$ ισούται με

$$w = \int_{t_1}^{t_2} p(t)dt = \int_{t_1}^{t_2} v(t)i(t)dt \quad (^1)$$

Η μονάδα ηλεκτρικής **ενέργειας** είναι το **Joule** (**J**) ενώ η μονάδα **ισχύος** είναι το **Watt** (1 **W** = 1 J/s).

[1] Η συνάρτηση $p(t) = \dfrac{dw}{dt} = v(t).i(t)$ εκφράζει την τιμή της ισχύος κατά την εκάστοτε χρονική στιγμή t και, για το λόγο αυτό, χαρακτηρίζεται ως **στιγμιαία ισχύς**. Ωστόσο, στην πράξη χρησιμοποιείται περισσότερο η **μέση ισχύς** P που εκφράζει το μέσο όρο των τιμών της στιγμιαίας ισχύος p(t) (βλ. κεφ. 7 και 8).

1.2. Βασικά κυκλωματικά στοιχεία

1.2.1. Γενικά

Ενεργά χαρακτηρίζονται τα κυκλωματικά στοιχεία τα οποία **αποδίδουν** ενέργεια. Τέτοια στοιχεία είναι οι **πηγές** (**τάσης** ή **ρεύματος**). Για τα ενεργά στοιχεία, θεωρείται ότι $\mathbf{\Delta w < 0}$ και $\mathbf{p < 0}$ (αποδίδουν ενέργεια / ισχύ).

Παθητικά ονομάζονται τα στοιχεία που είτε **απορροφούν** είτε **αποθηκεύουν** ενέργεια. Τέτοια στοιχεία είναι οι **αντιστάτες**, τα **πηνία** και οι **πυκνωτές**. Για τα παθητικά στοιχεία, θεωρείται ότι $\mathbf{\Delta w > 0}$ και $\mathbf{p > 0}$ (απορροφούν ενέργεια / ισχύ).

1.2.2. Ενεργά στοιχεία: Πηγές τάσης, πηγές ρεύματος

Η **ιδανική ανεξάρτητη** πηγή **τάσης** δημιουργεί, στους ακροδέκτες της, καθορισμένη τάση που είναι ανεξάρτητη από το ρεύμα της πηγής.

Μια **ιδανική εξαρτημένη** πηγή **τάσης** δημιουργεί τάση που εξαρτάται από την τάση ή το ρεύμα που εμφανίζεται σε κάποια άλλη θέση του κυκλώματος. Η τάση της εξαρτημένης πηγής δίνεται από σχέση της μορφής $v_S = \mu . v_X$ (αν η τάση της πηγής εξαρτάται από άλλη τάση v_X όπου μ αδιάστατος συντελεστής) ή $v_S = \rho . i_X$ (αν η τάση της πηγής εξαρτάται από ρεύμα i_X όπου ρ συντελεστής με διαστάσεις V/A).

Μια **ιδανική** πηγή **τάσης** (ανεξάρτητη ή εξαρτημένη) έχει **μηδενική** εσωτερική αντίσταση.

Η **ιδανική ανεξάρτητη** πηγή **ρεύματος** παρέχει καθορισμένο ρεύμα που είναι ανεξάρτητο από την τάση στα άκρα της πηγής.

Μια **ιδανική εξαρτημένη** πηγή **ρεύματος** παρέχει ρεύμα που εξαρτάται από την τάση ή το ρεύμα που εμφανίζεται σε κάποια άλλη θέση του κυκλώματος. Το ρεύμα της εξαρτημένης πηγής δίνεται από σχέση της μορφής $i_S = g . v_X$ (αν το ρεύμα της πηγής εξαρτάται από τάση v_X όπου g συντελεστής με διαστάσεις A/V) ή $i_S = \beta . i_X$ (αν το ρεύμα της πηγής εξαρτάται από ρεύμα i_X όπου β αδιάστατος συντελεστής).

Μια **ιδανική** πηγή **ρεύματος** (ανεξάρτητη ή εξαρτημένη) έχει **άπειρη** εσωτερική αντίσταση.

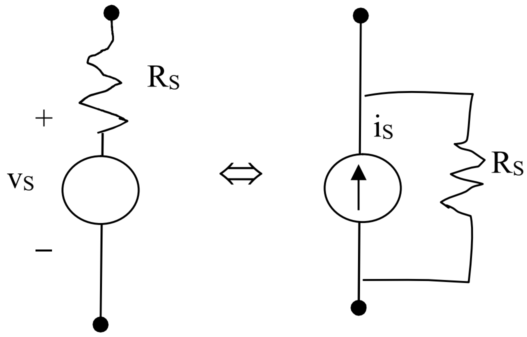
Μια πηγή ρεύματος i_S που είναι παράλληλη με αντίσταση R_S είναι ισοδύναμη με πηγή τάσης $v_S = i_S R_S$ σε σειρά με την αντίσταση R_S.

Δεδομένης της παραπάνω ισοδυναμίας, ο χαρακτηρισμός μια πηγής ως πηγής τάσης ή ρεύματος εξαρτάται από το μέγεθος της εσωτερικής αντίστασης R_S. Αν η R_S είναι μικρή (ιδανικά μηδενική) η πηγή χαρακτηρίζεται ως πηγή τάσης ενώ αν είναι μεγάλη (ιδανικά άπειρη) η πηγή χαρακτηρίζεται ως πηγή ρεύματος.

(α) (β) (γ) (δ)

(α): Ιδανική πηγή τάσης (ανεξάρτητη)
(β): Ιδανική πηγή τάσης (εξαρτημένη)

(γ) Ιδανική πηγή ρεύματος (ανεξάρτητη)
(δ) Ιδανική πηγή ρεύματος (εξαρτημένη)



Ισοδυναμία πηγής τάσης με πηγή ρεύματος

1.2.3. Παθητικά στοιχεία

Αντιστάτης

Αντιστάτης είναι το κυκλωματικό στοιχείο στο οποίο το ρεύμα i(t) είναι **ανάλογο** προς την τάση v(t) στα άκρα του στοιχείου. Χαρακτηριστικό του αντιστάτη είναι ότι μετατρέπει την ηλεκτρική ενέργεια σε **θερμική**. Ισχύει ότι

$$v(t) = R.i(t) \quad \Leftrightarrow \quad i(t) = \frac{1}{R} v(t) = G.v(t)$$

όπου **R** η **αντίσταση** του αντιστάτη (σε Ohm – 1 Ω = 1 V/A) και **G** = $\frac{1}{R}$ η ***αγωγιμότητά*** του (σε Siemens, S = Ω^{-1} = A/V).

Για την **ισχύ** p_R και την **ενέργεια** w_R του αντιστάτη, ισχύει ότι

$$p_R(t) = v(t).i(t) = Ri.i = R.i^2$$

$$p_R(t) = v(t).i(t) = v\frac{v}{R} = \frac{v^2}{R}$$

$$w_R = \int_{t_1}^{t_2} p_R(t)dt = \int_{t_1}^{t_2} R.i^2 dt = R\int_{t_1}^{t_2} i^2 dt \qquad \text{(για χρονικό διάστημα } [t_1,t_2])$$

$$w_R = \int_{t_1}^{t_2} p_R(t)dt = \int_{t_1}^{t_2} \frac{v^2}{R} dt = \frac{1}{R}\int_{t_1}^{t_2} v^2 dt \qquad \text{(για χρονικό διάστημα } [t_1,t_2])$$

Πηνίο

Πηνίο είναι το κυκλωματικό στοιχείο στο οποίο η τάση v(t) (στα άκρα του πηνίου) δημιουργείται από τη μεταβολή μαγνητικού πεδίου. Δεδομένου ότι, από το νόμο του Lenz, ισχύει ότι

$$v(t) = \frac{d\Phi}{dt}$$

όπου $\Phi = N\int \underline{B}.d\underline{S}$ η μαγνητική ροή μέσω του πηνίου (N ο αριθμός των τυλιγμάτων του πηνίου) και λαμβανομένου υπόψη ότι η μαγνητική ροή Φ είναι ανάλογη με το ρεύμα i(t) (με συντελεστή αναλογίας την **αυτεπαγωγή** L του πηνίου)

$$\Phi(t) = N\int \underline{B}.d\underline{S} = L.i(t)$$

οπότε

$$v(t) = \frac{d\Phi}{dt} = L\frac{di}{dt} \quad \Leftrightarrow \quad i(t) = \frac{1}{L}\int_{t_o}^{t} v(t)dt + i(t_o)$$

Η μονάδα της αυτεπαγωγής είναι το Henry (H).

Για την **ισχύ p_L** και την **ενέργεια w_L** του πηνίου, ισχύει ότι

$p_L(t) = v(t).i(t) = L\dfrac{di}{dt}.i$

$$w_L(t) = \int_{t_1}^{t_2} p_L(t)dt = L\int_{t_1}^{t_2} \frac{di}{dt}.idt = L\int_{t_1}^{t_2} idi = L\left[\frac{i^2}{2}\right]_{t_1}^{t_2} = \frac{1}{2}L[i^2(t_2) - i^2(t_1)]$$

(η ενέργεια που απορροφάται από το πηνίο κατά το χρονικό διάστημα $[t_1,t_2]$)

Πυκνωτής

Πυκνωτής είναι το κυκλωματικό στοιχείο στο οποίο το φορτίο q(t) που αποθηκεύεται στους οπλισμούς του πυκνωτή είναι ανάλογο με την τάση v(t) του πυκνωτή (με συντελεστή αναλογίας τη **χωρητικότητα** C του πυκνωτή)

$$q(t) = C.v(t) \quad \Leftrightarrow \quad v(t) = \frac{1}{C}q(t)$$

Δεδομένου ότι $i(t) = \dfrac{dq}{dt}$, ισχύει ότι

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = C\frac{dv}{dt} \quad \Leftrightarrow \quad v(t) = \frac{1}{C}\int_{t_o}^{t} i(t)dt + v(t_o)$$

Η μονάδα της χωρητικότητας είναι το **Farad** (**F**).

Για την **ισχύ p_L** και την **ενέργεια w_L** του πυκνωτή, ισχύει ότι

$p_C(t) = v(t).i(t) = v.C\dfrac{dv}{dt}$

$$w_C(t) = C\int_{t_1}^{t_2} p_C(t)dt = C\int_{t_1}^{t_2} \frac{dv}{dt}.vdt = C\int_{t_1}^{t_2} vdv = C\left[\frac{v^2}{2}\right]_{t_1}^{t_2} = \frac{1}{2}C[v^2(t_2) - v^2(t_1)]$$

(η ενέργεια που απορροφάται από τον πυκνωτή κατά το χρονικό διάστημα $[t_1,t_2]$)

Σχόλιο: Επειδή το 1F αντιπροσωπεύει πολύ μεγάλη χωρητικότητα, συνήθως χρησιμοποιούνται υποπολλαπλάσια όπως μF, nF, pF.

Παράδειγμα: Η χωρητικότητα επίπεδου πυκνωτή δίνεται από τον τύπο $C = \varepsilon_o\varepsilon_r\dfrac{S}{d}$ όπου S η επιφάνεια των οπλισμών, d η μεταξύ τους απόσταση $\varepsilon_o = 8{,}85\cdot10^{-12}$ F/m η διηλεκτρική σταθερά του κενού και ε_r η σχετική διηλεκτρική σταθερά του υλικού του πυκνωτή. Να υπολογιστεί η επιφάνεια S των οπλισμών του πυκνωτή προκειμένου να έχει χωρητικότητα 1 F, αν d = 1 m και $\varepsilon_r = 11{,}3$.

Επιλύοντας ως προς S προκύπτει ότι $S = \dfrac{Cd}{\varepsilon_o\varepsilon_r} \approx 10^{10}\ m^2 = 10000\ km^2$ (τετραγ. χλμ)!!

Σχόλιο: Το **πηνίο** και ο **πυκνωτής** έχουν «**δυαδική**» σχέση μεταξύ τους. Αν η τάση v αντικατασταθεί με το ρεύμα i (και αντίστροφα) και η αυτεπαγωγή L με τη χωρητικότητα C, οι εξισώσεις για το πηνίο μετατρέπονται σε εξισώσεις για τον πυκνωτή.

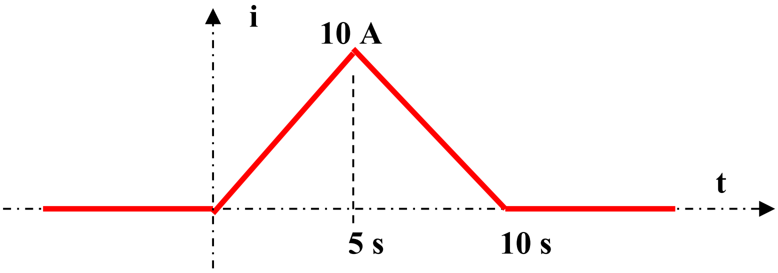
Συγκεντρωτικός πίνακας

Παθητικό στοιχείο	**Σχέση τάσης–ρεύματος**	**Σχέση ρεύματος –τάσης**	**Ισχύς** $p(t) = v(t)i(t)$	**Ενέργεια** $w(t) = \int_{t_1}^{t_2} p(t)dt$
Αντιστάτης (αντίσταση R)	$v(t) = R.i(t)$	$i(t) = \frac{1}{R} v(t) = G.v(t)$	$p_R(t) = R.i^2 = \frac{v^2}{R}$	$w_R = R \int_{t_1}^{t_2} i^2 dt = \frac{1}{R} \int_{t_1}^{t_2} v^2 dt$
Πηνίο (αυτεπαγωγή L)	$v(t) = L\frac{di}{dt}$	$i(t) = \frac{1}{L} \int_{t_o}^{t} v(t)dt + i(t_o)$	$p_L(t) = L\frac{di}{dt}.i$	$w_L(t) = \frac{1}{2} L[i^2(t_2) - i^2(t_1)]$
Πυκνωτής (χωρητικότητα C)	$v(t) = \frac{1}{C} \int_{t_o}^{t} i(t)dt + v(t_o)$	$i(t) = C\frac{dv}{dt}$	$p_C(t) = v.C\frac{dv}{dt}$	$w_C(t) = \frac{1}{2} C[v^2(t_2) - v^2(t_1)]$

Σχόλια

- Το **πηνίο** και ο **πυκνωτής** χαρακτηρίζονται ως **δυαδικά** στοιχεία υπό την έννοια ότι τα αντίστοιχα σετ εξισώσεων ένα μπορεί να προκύψει από το άλλο μέσω κατάλληλων αντικαταστάσεων. Για παράδειγμα, αν στις εξισώσεις για το πηνίο γίνουν οι αντικαταστάσεις που ακολουθούν, προκύπτουν οι εξισώσεις για τον πυκνωτή.
  - L αντικαθίσταται από C.
  - i(t) αντικαθίσταται από v(t).
  - v(t) αντικαθίσταται από i(t).
- Στα **ολοκληρώματα** για την **τάση** v(t) και το **ρεύμα** i(t), ο υπολογισμός γίνεται για τυχαία χρονική στιγμή t με χρονική στιγμή έναρξης την t_o οπότε τα μεγέθη v(t) και i(t) εκφράζονται ως συναρτήσεις του χρόνου t. Αντίθετα στα **ολοκληρώματα** για την **ενέργεια** w, ο υπολογισμός γίνεται για συγκεκριμένες χρονικές στιγμές t_1 και t_2 οπότε τα αποτελέσματα είναι αριθμητικές τιμές σε J.
- Στις εξισώσεις για την **τάση** v(t) και το **ρεύμα** i(t), οι δείκτες "$_R$", "$_L$" και "$_C$" παραλείπονται για απλοποίηση των εκφράσεων.

Παράδειγμα: Υπολογισμοί σε παθητικά στοιχεία



Να δοθεί η εξίσωση και η γραφική παράσταση της τάσης **v(t)** και να υπολογιστεί η ισχύς **p(t)** αν ο τριγωνικός παλμός ρεύματος του σχήματος εφαρμόζεται

(α) σε **αντιστάτη** με R = 25 Ω

(β) σε **πηνίο** με L = 100 mH = 0,1 H

(γ) σε **πυκνωτή** με C = 1000 μF = 10^{-3} F.

(δ) Τέλος, να δοθεί το **συνολικό** ηλεκτρικό **φορτίο q** που συσσωρεύεται στον πυκνωτή.

Λύση

Από τη γραφική παράσταση, προκύπτει ότι το ρεύμα i(t) δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$i(t) = 0$ (A) για $t \le 0$
$i(t) = 2t$ (A) για $0 \le t \le 5$ s
$i(t) = -2t + 20$ (A) για $5 \le t \le 10$ s
$i(t) = 0$ (A) για $t \ge 10$ s

(α) Για τον **αντιστάτη**, ισχύει ότι **v(t) = R•i(t) = 25•i(t)** (σε V) οπότε

$v(t) = 0$ (V) για $t \le 0$
$v(t) = 50t$ (V) για $0 \le t \le 5$ s
$v(t) = -50t + 500$ (V) για $5 \le t \le 10$ s
$v(t) = 0$ (V) για $t \ge 10$ s

Η μέγιστη τάση προκύπτει για t = 5 s. Είναι $v_{max} = 50 \cdot 5 = 250$ V

$p(t) = v(t) \cdot i(t) = 0$ (W) για $t \le 0$
$p(t) = v(t) \cdot i(t) = (50t) \cdot (2t) = 100t^2$ (W) για $0 \le t \le 5$ s
$p(t) = v(t) \cdot i(t) = (-50t + 500) \cdot (-2t + 20) = 100t^2 - 2000t + 10000$ (W) για $5 \le t \le 10$ s
$p(t) = v(t) \cdot i(t) = 0$ (W) για $t \ge 10$ s

(β) Για το **πηνίο**, ισχύει ότι $\mathbf{v(t) = L\frac{di}{dt} = 0{,}1 \cdot \frac{di}{dt}}$ (σε V) οπότε

$v(t) = 0$ (V) για $t \le 0$
$v(t) = 0{,}1 \cdot (2t)' = 0{,}1 \cdot 2 = 0{,}2$ (V) για $0 \le t \le 5$ s
$v(t) = 0{,}1 \cdot (-2t + 20)' = 0{,}1 \cdot (-2) = -0{,}2$ (V) για $5 \le t \le 10$ s
$v(t) = 0$ (V) για $t \ge 10$ s

Η τάση είναι κατά τμήματα σταθερή. Είναι $v_{max} = 0{,}2$ V και $v_{min} = -0{,}2$ V.

$p(t) = v(t) \cdot i(t) = 0$ (W) για $t \le 0$
$p(t) = v(t) \cdot i(t) = (0{,}2) \cdot (2t) = 0{,}4t$ (W) για $0 \le t \le 5$ s
$p(t) = v(t) \cdot i(t) = (-0{,}2) \cdot (-2t + 20) = 0{,}4t - 4$ (W) για $5 \le t \le 10$ s
$p(t) = v(t) \cdot i(t) = 0$ (W) για $t \ge 10$ s

(γ) Για τον **πυκνωτή**, ισχύει ότι $\mathbf{v(t)} = \frac{1}{C}\int_{t_o}^{t} i(t)dt + v(t_o) = 10^3\int_0^t i(t)dt + 0$ (σε V) οπότε

Για $t \le 0$: $v(t) = 0$ (V)

Για $0 \le t \le 5s$: $v(t) = 10^3 \int_0^t 2t.dt = 10^3 \bullet t^2 = 1000t^2$ (V)

Άρα $v(5) = 1000 \bullet 5^2 = 25000$ (V)

Εναλλακτικά: $v(5) = 10^3 \int_0^5 2t.dt = 10^3 \bullet \left[t^2\right]_0^5 = 1000 \bullet \left[5^2 - 0^2\right] = 25000$ (V)

Για $5 \le t \le 10s$: $v(t) = \mathbf{v(5)} + 10^3 \int_5^t (-2t+20).dt = v(5) + 10^3 \bullet [-t^2+20t]_5^t =$

$= v(5) + 10^3 \bullet \left[(-t^2+20t) - (-5^2+20 \bullet 5)\right]$
$= 25000 + 1000 \bullet \left[-t^2+20t-75\right] =$
$= 25000 - 1000t^2 + 20000t - 75000$ (V)
$= -1000t^2 + 20000t - 50000$ (V)

Άρα $\mathbf{v(10)} = -1000 \bullet 10^2 + 20000 \bullet 10 - 50000$ (V)

Σχόλιο: Η προσθήκη του όρου v(5) έχει την εξής φυσική εξήγηση. Λόγω του ολοκληρώματος, η τάση v(t) «συσσωρεύεται» στον πυκνωτή με την πάροδο του χρόνου. Αυτό σημαίνει ότι, στο ολοκλήρωμα $10^3 \int_5^t (-2t+20).dt$, θα πρέπει να προστεθεί και η τάση που είχε ήδη «συσσωρευτεί» κατά το χρονικό διάστημα μέχρι t = 5 s, δηλαδή η v(5).

Για $t \ge 10s$: $v(t) = \mathbf{v(10)} = 50000$ (V)

$p(t) = v(t) \bullet i(t) = 0$ (W) για $t \le 0$

$p(t) = v(t) \bullet i(t) = (1000t^2) \bullet (2t) = 2000t^3$ (W) για $0 \le t \le 5$ s

$p(t) = v(t) \bullet i(t) = (-1000t^2+20000t-50000) \bullet (-2t+20) = 2 \bullet 10^3 t^3 - 60 \bullet 10^3 t^2 + 500 \bullet 10^3 t + 10^6$ (V) για $5 \le t \le 10$ s

$p(t) = v(t) \bullet i(t) = 50000 \bullet 0 = 0$ (W) για $t \ge 10$ s

Σχόλιο: Η τάση v(10) μπορεί να υπολογιστεί και από τον τύπο

$$v(10) = \frac{1}{C} \int_0^{10} i(t).dt = 10^3 \frac{1}{2} \bullet (10s) \bullet (10A) = 50000 \text{ (V)}$$

(**δ**) Το συνολικό φορτίο **q** δίνεται από τον τύπο $q = \int_0^{10} i(t).dt$ το οποίο εκφράζει το εμβαδόν κάτω από τη γραφική παράσταση του i(t). Εύκολα προκύπτει ότι

$$q = \frac{1}{2} \bullet (10s) \bullet (10A) = 50 \text{ Cb}$$

Σχόλιο: Όπως αναμένονταν, $q = C \bullet v(10)$

1.3. Βασικές έννοιες – βασικοί νόμοι

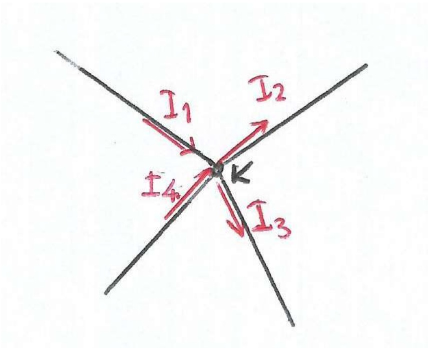
Κλάδος είναι οποιαδήποτε ομάδα συνδεδεμένων στοιχείων (πηγών, αντιστατών, πηνίων, πυκνωτών κλπ.) μεταξύ δύο ακροδεκτών. Σε έναν κλάδο, ορίζονται οι συναρτήσεις v(t) και i(t).

Κόμβος είναι ο **κοινός** ακροδέκτης μεταξύ δύο ή περισσοτέρων κλάδων.

Βρόχος είναι οποιαδήποτε **κλειστή** διαδρομή που περιλαμβάνει κλάδους. Οι βρόχοι που στο εσωτερικό τους δεν υπάρχει κλάδος ονομάζονται **απλοί**.

Νόμος **ρευμάτων** Kirchhoff (N.P.K.): Το αλγεβρικό άθροισμα των **ρευμάτων** σε έναν **κόμβο** ισούται με 0 (συμβατικά, τα εισερχόμενα ρεύματα θεωρούνται με θετικό πρόσημο και τα εξερχόμενα με αρνητικό). Ισοδύναμη είναι η διατύπωση ότι σε έναν κόμβο το άθροισμα των εισερχομένων ρευμάτων ισούται με το άθροισμα των εξερχομένων.

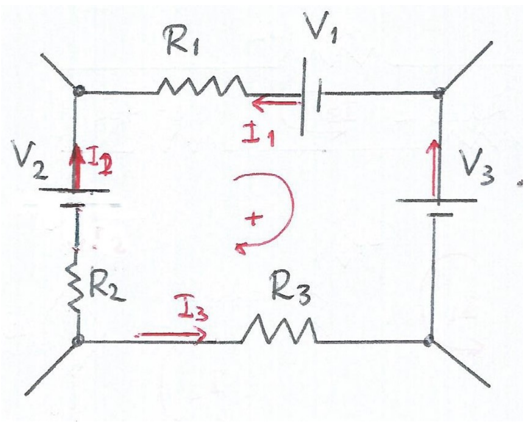
Στο παράδειγμα του σχήματος: $i_1 – i_2 – i_3 + i_4 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad i_1 + i_4 = i_2 + i_3$



Νόμος **τάσεων** Kirchhoff (N.T.K.): Το αλγεβρικό άθροισμα των **τάσεων** σε ένα **βρόχο** ισούται με 0. Ισοδύναμη είναι η διατύπωση ότι σε ένα βρόχο το αλγεβρικό άθροισμα των πηγών τάσης ισούται με το άθροισμα των τάσεων στα στοιχεία του βρόχου.

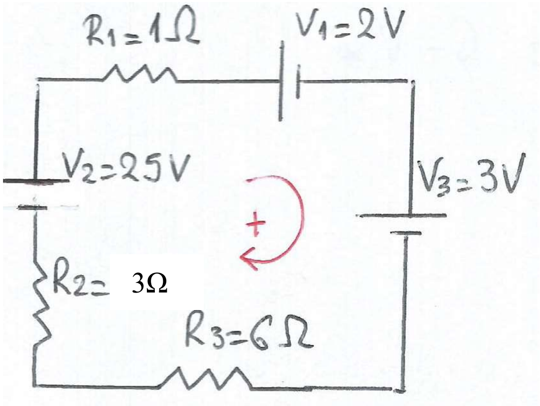
Στο παράδειγμα του σχήματος:

$–v_1 + v_2 – v_3 – i_1R_1 + i_2R_2 – i_3R_3 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad –v_1 + v_2 – v_3 = i_1R_1 – i_2R_2 + i_3R_3$



Πρόβλημα: Να υπολογιστεί το ρεύμα στο βρόχο του σχήματος, αν είναι το ίδιο σε όλους τους κλάδους ($i_1 = i_2 = i_3 = i$).

$-v_1 + v_2 - v_3 = iR_1 + iR_2 + iR_3 \quad \Rightarrow \quad -2 + 25 - 3 = i(1 + 3 + 6) \quad \Rightarrow \quad i = 2A$



Σε κύκλωμα με **b κλάδους** και **n κόμβους**, προκύπτουν **n – 1** ανεξάρτητες εξισώσεις από το Ν.Ρ.Κ. και **b – n + 1** ανεξάρτητες εξισώσεις από το Ν.Τ.Κ.

Παραπομπές κεφαλαίου

Γ.Ε. Χατζαράκης. Ηλεκτρικά Κυκλώματα, Εκδ. Τζιόλα & Υιοί, 2015.
Ενότητες: 1.4, 1.5.1−1.5.5, 1.6.